

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВЫРУБКИ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ ИЗ ТОНКОЛИСТОВОЙ СТАЛИ

Yavorovskiy V., Roshchyna I., Korniytchenko P.
The National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine (r_ivanna@mail.ru)

THEORETICAL ANALYSIS OF BLANKING A RECTANGULAR PLATE OF THIN-SHEET STEEL

Из теории разделительных операций известны отличия в поведении материалов различной толщины. Чем тоньше материал, тем сложнее распределение деформаций и напряжений по толщине вырубаемых деталей сложной конфигурации. В статье приводится анализ нагружения прямоугольной пластины размерами $80 \times 10 \times 0,5$ мм с применением теории гибких пластинок и оболочек. По этой теории деталь может быть отнесена к классу гибких пластин, и напряжения, и прогибы в ней описываются системой нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. Строгие методы интегрирования такой системы отсутствуют. Приближенное решение и теоретический анализ проводится вариационными методами в программной системе ANSYS. Решение исходных уравнений показывает перераспределение удельных усилий в виде эпюр по короткой и длинной сторонам пуансона и матрицы, при этом уровень напряжений по короткой стороне в 1,4...1,5 больше, чем по длинной. Этим и объясняется преимущественный износ инструмента по короткой режущей кромке, что найдено экспериментально.

Ключевые слова: вырубка, тонколистовой материал, изгиб, дифференциальное уравнение, напряжение, прогиб, пластина

Введение. Технологические операции вырубки и пробивки – это наиболее широко распространенные операции листовой штамповки. Для них создана теория разделительных процессов, описаны механизмы деформирования. Однако под обобщенными терминами операций скрываются разные условия протекания пластических деформаций, разные схемы напряженно-деформированного состояния, ведущие к получению деталей различной точности и чистоты поверхности, к оптимальному или прогрессирующему износу инструмента и пр. Реальными факторами, влияющими на протекание этих процессов, являются материалы для вырубки-пробивки, толщина обрабатываемых полос и листов, соотношение размеров детали в плане и толщины, сложность конфигурации детали в плане и др. Существующая теория в основном разработана для вырубки круглых в плане деталей с соотношением диаметра к толщине одного и того же порядка [1]. Для заготовки значительной толщины (3...4 мм) может быть применен принцип Сен-Венана о локальности эффекта

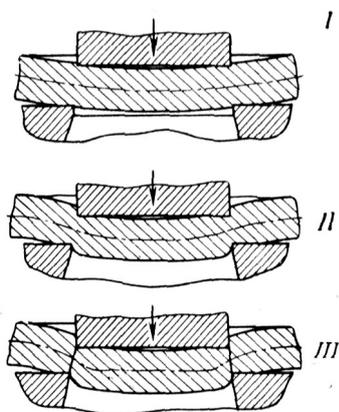


Рис. 1. Последовательность процесса вырубки

самоуравновешивающихся внешних нагрузок. Из него следует, что неравномерность распределения напряжений, вызванная действием сосредоточенных сил, быстро убывает по мере удаления от точки приложения этих сил, то есть при вырубке по мере удаления от режущих кромок пуансона и матрицы в толщу заготовки неравномерность распределения напряжений уменьшается, а протяженность очага деформации в направлениях, перпендикулярных линии, соединяющей кромки пуансона и матрицы, увеличивается. Так формируется очаг деформации. Ясно, что если диаметр вырубаемой детали одного порядка с ее толщиной, то очаг деформации занимает весь объем детали, и вырубка протекает в 3 стадии (рис. 1) [2].

Проведенные исследования с соотношением диаметра вырубаемого изделия к толщине $\frac{d_{м-и}}{H_0} = 10 \dots 100$ [3] показывают

значительные отличия от принятой теории разделительных операций. Здесь очаг пластической деформации очень мал по сравнению с размерами детали, занимает некоторую тороподобную несимметричную область, при этом оба очага деформации под кромками инструмента связаны между собой

упругими деформациями центральной части изделия. Податливость относительно тонких деталей намного больше, чем у рассматриваемых в теории разделительных операций, и поэтому вторая стадия, - вдавливание пуансона в заготовку и заготовки в матрицу, - наступает значительно позже, когда сопротивление листа пластической деформации увеличится за счет действия других механизмов деформации. В исследовании [3] это смятие изделия и заготовки у режущих кромок инструмента, обусловленное значительным их прогибом,

насчитывающим несколько миллиметров. Отход плоской заготовки от контактных плоскостей пуансона и матрицы сосредоточивает пластическую деформацию лишь в узких кольцах контакта и требует значительно меньшего усилия смятия, чем вдавливания. За смятием следует стадия утяжки снова увеличивающая сопротивление деформированию. Таким образом, в случае вырубki относительно тонких деталей последовательность процесса состоит из 5 шагов, (рис. 2).

Хотя в указанных исследованиях используются чрезмерные зазоры между матрицей и пуансоном, увеличенные перемычки, которые не встречаются в заводской практике и пр., тем не менее, для тонких листов, лент и фольги не может быть применен принцип Сен-Венана для формирования размеров очага деформации и, следовательно, действуют другие механизмы вырубki.

Разное поведение толсто- и тонколистового металла подмечено при изучении характера износа разделительного штампа для детали «Пластина прямоугольная» (рис. 3). Разные серии опытов включали диапазон толщин от 0,35 до 1 мм и спектр материалов: сталь 20, 10, 3413, латунь Л68, алюминиевый сплав АМцН2. Эта деталь имеет более сложный контур, чем круг, и главное, что ее размеры отличаются один от другого на 1...2 порядка [4]. Общий характер износа соответствует известным данным, которые описаны для круглых деталей [5]. Так, для толщины 1 мм полосы из стали 20 интенсивнее изнашиваются лицевые поверхности (торцы) пуансона и матрицы. Если же толщина полосы уменьшается до 0,35...0,5 мм, то торцевые поверхности почти не изменяются, но существенно истираются образующие грани пуансона и матрицы, особенно для электротехнической стали 3413. Если иметь в виду, что тонкий лист, лента или фольга, деформируясь упруго, изменяют свою конфигурацию, то следует ожидать перераспределения действующих сил перед началом пластической деформации.

Постановка задачи. Во всех случаях вырубki из тонколистовой полосы наблюдается неодинаковый износ рабочих деталей вдоль длинной и короткой режущей кромки. Вдоль длинных сторон износ также неодинаков, он больше для кромки смежной со сплошной полосой, чем со стороны перемычек и отхода полосы. Износ для толщин 1, 0,5 и 0,35 мм не только не идентичен на режущих кромках пуансона или матрицы, но, на первый взгляд, не подчиняется каким-то определенным закономерностям. Например, при вырубке стали толщиной 0,35 мм и 0,5 мм наблюдается преимущественный износ режущих кромок коротких сторон пуансона или матрицы, а для стали толщиной 1 мм интенсивнее истираются длинные кромки. Этим явлениям соответствует и высота заусенца, наблюдаемая при износе.

Считая, что главной причиной износа режущих кромок является распределение напряжений на них, описываемые соответствующими эпюрами удельных усилий, следует рассмотреть поведение тонколистовых материалов при нагрузках, вызывающих напряжения выше предела текучести.

В статье проводится теоретический анализ нагружения тонколистового материала с привлечением теории гибких пластинок и оболочек [6] для вырубki детали с размерами, показанными на рис. 3, толщиной 0,5 мм [7]. Это гибкая пластина, прогибы которой находятся в пределах 1/5...5 ее толщины. Анализ проводится с использованием CAD/CAE ANSYS.

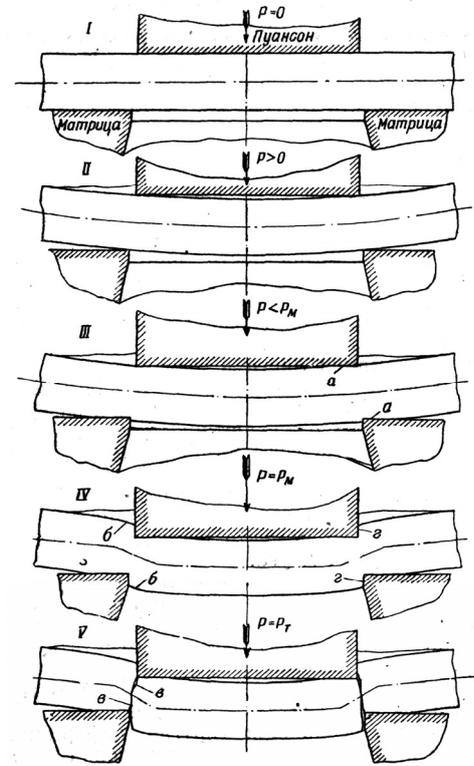


Рис. 2. Стадии вырубki тонколистового материала

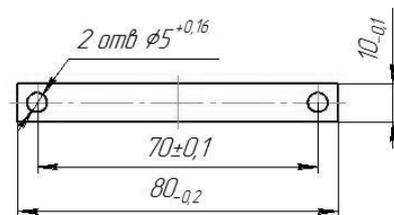


Рис. 3. Деталь – пластина магнитопровода

Изложение основного материала исследования. Из-за умеренной жесткости гибких пластин, деформации в них вызываются двойным напряженным состоянием: одно соответствует напряжениям, равномерно распределенным вдоль толщины детали, второе – напряжениям изгиба. Схема внешних и внутренних сил, которые действуют на единичный элемент гибкой пластинки, представлена на рис. 4, но на нем элемент изображен в еще недеформированном состоянии. На элемент действуют напряжения σ_x , σ_y и τ в срединной плоскости, а также изгибающие моменты M_x и M_y вокруг каждой из осей от нормальных напряжений $\sigma_{x,u}$ и $\sigma_{y,u}$, крутящие моменты H вокруг каждой оси от касательных напряжений изгиба τ_u , а также поперечные силы Q_x и Q_y от тех же касательных напряжений изгиба. На элемент пластины действует также погонная нагрузка - q .

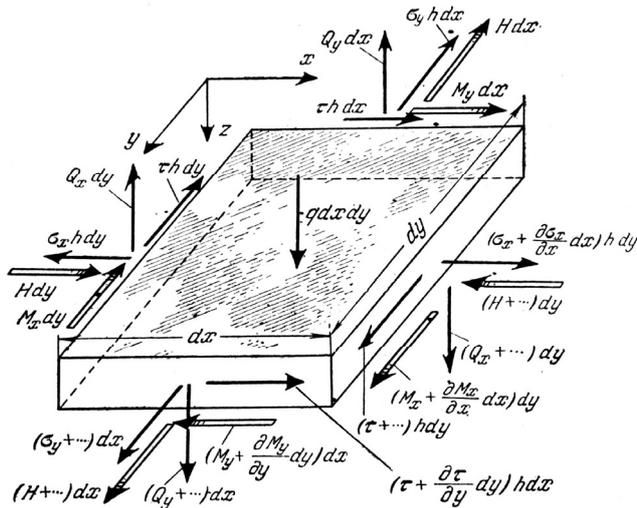


Рис. 4. Схема внешнего нагружения и составляющих внутренних сил, действующих на элемент гибкой пластины

Составление дифференциального уравнения равновесия для данной схемы нагружения дает нелинейное дифференциальное уравнение в частных производных теории гибких пластинок и оболочек (1).

$$\frac{D}{h} \nabla^2 \nabla^2 w = \sigma_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \sigma_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2\tau \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{q}{h}, \quad (1)$$

где $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ – изгибная жесткость

пластины, h – ее толщина, E – модуль упругости, μ – коэффициент Пуассона, w – функция перемещения в направлении толщины пластины, σ_x , σ_y и τ – напряжения в срединной поверхности, ∇^2 – двумерный оператор Лапласа

$\nabla^2 w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$, а выражение $\nabla^2 \nabla^2$ означает

$$\text{оператор } \nabla^2 \nabla^2 () = \frac{\partial^4 ()}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 ()}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 ()}{\partial y^4}.$$

Уравнение (1) связывает прогиб пластинки с интенсивностью внешнего нагружения, но оно содержит в себе и дополнительные неизвестные – составляющие напряжений в срединной поверхности σ_x , σ_y и τ , которые связаны уравнениями (2), (3)

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0. \quad (3)$$

Эти составляющие можно выразить с помощью функции Φ (4), так называемой функции напряжений [6].

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}; \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}; \quad \tau = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}. \quad (4)$$

Уравнение (1) преобразуется тогда в (5)

$$\frac{D}{h} \nabla^2 \nabla^2 w = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{1}{h} q, \quad (5)$$

где значения символов объяснены раньше.

В уравнении (5) два неизвестных w и Φ и для его решения следует привлечь уравнение совместности деформаций [6], которое в конечном виде записывается как

$$\nabla^2 \nabla^2 \Phi = E \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right], \quad (6)$$

Имеем систему двух уравнений (5) и (6) для гибкой пластины, на которую вместе с поперечными нагрузками действуют значительные усилия в срединной поверхности. Эти усилия не зависят от прогибов w , и поэтому правая часть уравнения (6) обращается в нуль, и тогда система будет иметь вид

$$\frac{D}{h} \nabla^2 \nabla^2 w = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{q}{h}, \quad (7)$$

$$\nabla^2 \nabla^2 \Phi = 0.$$

Решение задачи деформации гибкой пластины связано с интегрированием системы нелинейных дифференциальных уравнений (7). Обычно применяют приближенные решения, связанные с вариационными методами. Здесь следует использовать правило возможных перемещений, которое для деформируемых систем читается «реальное равновесное состояние упругой системы характеризуется тем, что сумма работ всех внешних и внутренних сил на любых кинематически возможных перемещениях точек упругой системы равна нулю».

Рассматривается прямоугольная пластинка (рис. 5), находящаяся под действием нормальных усилий p_x и p_y по граням $x=0, a$ и $y=0, b$ и касательных усилий s по всем граням, причем p_x, p_y и s – силы, приходящиеся на единицу площади грани. Через $\delta u, \delta v$ и δw обозначены возможные перемещения точек срединной поверхности, которым соответствуют вариации $\delta \epsilon_x, \delta \epsilon_y$ и $\delta \gamma$ деформаций срединной поверхности.

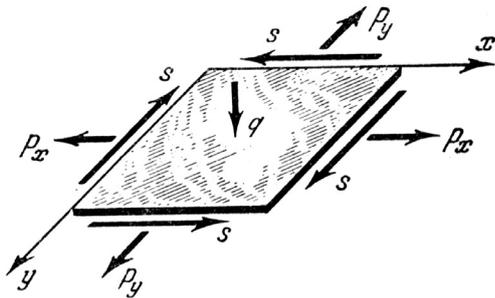


Рис. 5. Внешние усилия по кромкам пластинки и поперечная нагрузка

Работа внутренних сил δA состоит из двух независимых величин: работы усилий в срединной поверхности δA_c и работы усилий изгиба δA_u

$$\delta A = \delta A_c + \delta A_u. \quad (8)$$

Это разделение приращения работ возможно, так как усилия, действующие в срединной поверхности, не совершают работ при деформации изгиба и то же аналогично для усилий изгиба.

Подсчет полной работы усилий в срединной поверхности δA_c дает

$$\delta A_c = -h \iint_F (\sigma_x \delta \epsilon_x + \sigma_y \delta \epsilon_y + \tau \delta \gamma) dx dy, \quad (9)$$

а работы изгиба δA_u

$$\delta A_u = - \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} dz \iint_F (\sigma_{x,u} \delta \epsilon_{x,u} + \sigma_{y,u} \delta \epsilon_{y,u} + \tau_u \delta \gamma_u) dx dy. \quad (10)$$

В этом интеграле необходимо учесть, что напряжения и деформации переменны по толщине пластины h , поэтому вводится интегрирование по координате z .

Наряду с внутренними силами работу также совершают и внешние силы, ее величину δW также следует вычислить на возможном перемещении пластинки. Часть этой работы совершается на возможных перемещениях δu и δv в плоскости пластинки, другая часть на перемещениях δw перпендикулярных плоскости пластинки (рис. 6, 7).

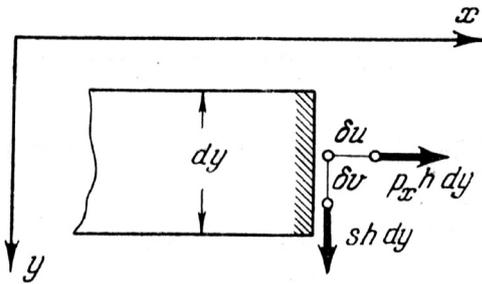


Рис. 6. Работа внешних усилий на возможных перемещениях

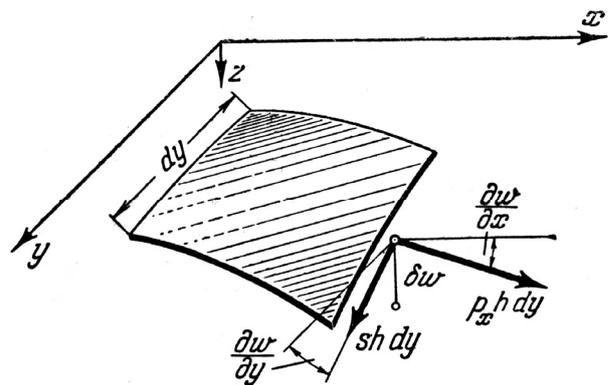


Рис. 7. Работа внешних усилий, связанных с прогибами

Например, суммарная работа внешних сил вдоль грани $x=0, a$

$$\delta W_1 = \left[h \int_0^b (p_x \delta u + s \delta v) dy \right]_{x=0}^{x=a} \quad (11)$$

или работа усилий δW_3 в срединной поверхности на возможном перпендикулярном перемещении δw

$$\delta W_3 = \left[h \int_0^b \left(p_x \frac{\partial w}{\partial x} + s \frac{\partial w}{\partial y} \right) \delta w dy \right]_{x=0}^{x=a} . \quad (12)$$

Окончательная формула после проведенных упрощений и подстановок вариационного уравнения для гибкой пластинки, основанного на принципе возможных перемещений, имеет вид

$$\begin{aligned} & \left\{ h \int_0^b \left[(p_x - \sigma_x) \delta u + (s - \tau) \delta v \right] dy \right\}_{x=0}^{x=a} + \left\{ h \int_0^a \left[(s - \tau) \delta u + (p_y - \sigma_y) \delta v \right] dx \right\}_{y=0}^{y=b} + \\ & + \left[\int_0^b M_x \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) dy \right]_{x=0}^{x=a} + \left[\int_0^a M_y \delta \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) dx \right]_{y=0}^{y=b} + \\ & + \left\{ \int_0^b \left[-R_x + (p_x - \sigma_x) h \frac{\partial w}{\partial x} + (s - \tau) h \frac{\partial w}{\partial y} \right] \delta w dy \right\}_{x=0}^{x=a} + \\ & + \left\{ \int_0^a \left[-R_y + (s - \tau) h \frac{\partial w}{\partial x} + (p_y - \sigma_y) h \frac{\partial w}{\partial y} \right] \delta w dx \right\}_{y=0}^{y=b} + \left[(2H \delta w)_{x=0}^{x=a} \right]_{y=0}^{y=b} + \\ & + h \iint_F \left[\left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} \right) \left(\delta u + \frac{\partial w}{\partial x} \delta w \right) + \left(\frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} \right) \left(\delta v + \frac{\partial w}{\partial y} \delta w \right) \right] dx dy - \\ & - \iint_F \left(D \nabla^2 \nabla^2 w - \sigma_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} h - \sigma_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} h - 2\tau h \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \delta w dx dy = 0, \end{aligned} \quad (13)$$

где значения символов объяснены выше.

Теоретические исследования этого вариационного уравнения производятся в программной системе ANSYS в области CE решения линейных и нелинейных стационарных и нестационарных пространственных задач механики деформируемого твердого тела. При этом в таблице 1, задаются исходные данные.

Таблица 1

№	Исходные данные	Символ	Размерность	Величина
1.	Погонная нагрузка	q	$\frac{H}{m}$	0,052
2.	Модуль упругости	E	МПа	$2 \cdot 10^5$
3.	Коэффициент Пуассона	μ	-	0,28
4.	Толщина пластины	h	м	0,0005
5.	Изгибная жесткость вырубаемой детали	D	Нм	27,12

В процессе решения определяются неизвестные деформации и напряжения – составляющие вариационного уравнения.

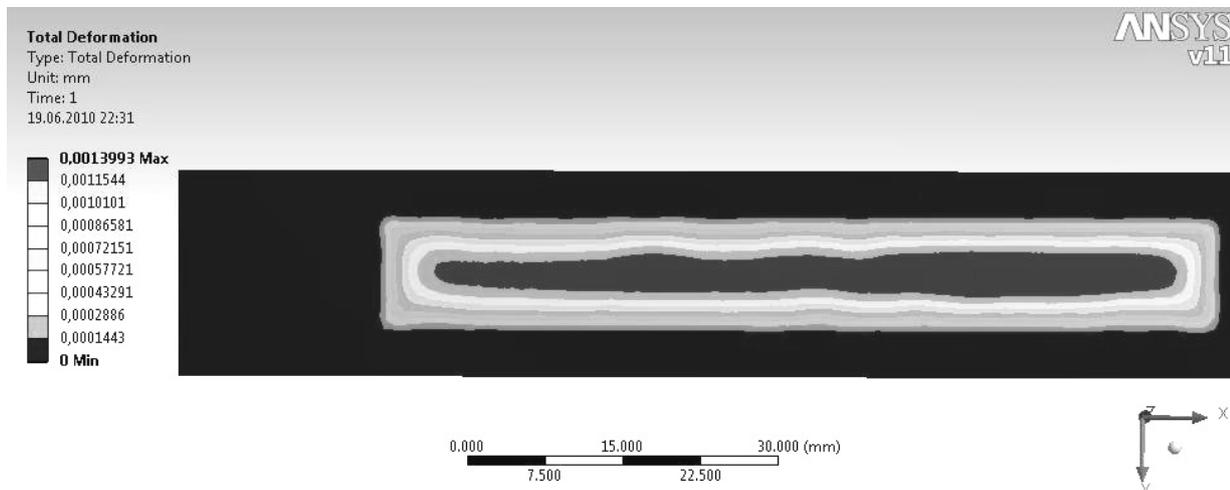


Рис. 8. Перемещения, полученные при вырубке прямоугольной детали

На программном уровне проводится ряд расчетов, результаты которых выдаются графически в виде модели, на которой нанесены зоны деформации, отмеченные разными цветами (рис. 8). Проведя моделирование, а затем виртуальную вырубку, удастся найти численные значения перемещений и напряжений, которые возникают перед началом стадии пластической деформации (рис. 9). Такой теоретический анализ позволяет избежать дорогостоящих экспериментов.

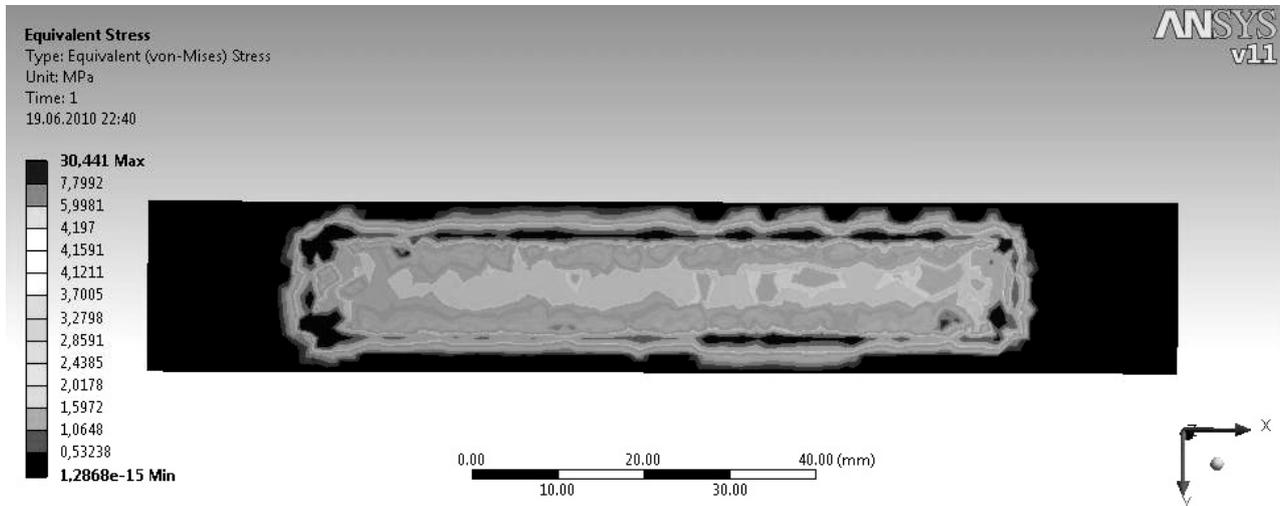


Рис. 9. Палитра поля напряжений, действующих на вырубаемую деталь

Подсчитанные программной системой результаты дают возможность проследить распределение напряжений, их наибольшие значения развиваются на ребре пересечения длинной и короткой граней инструмента – в местах концентрации (рис. 10). Далее напряжения уменьшаются по длинам ребер, принимая наименьшее значение на середине сторон: длинной и короткой. Однако интенсивность нагружения короткой стороны в 1,46 раз выше, чем длинной.

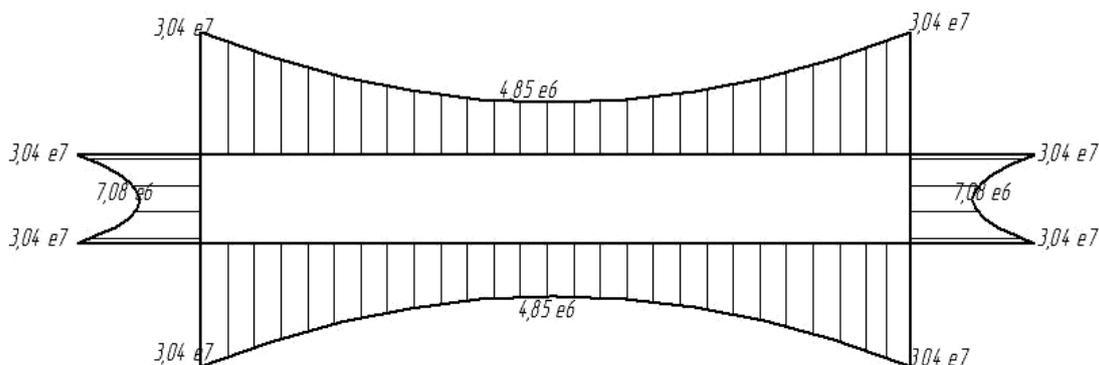


Рис. 10. Эпюры действующих напряжений отнесенные к контуру детали на виде в плане

Построенные эпюры позволяют предположить, что для тонкой полосы процесс отделения детали осуществляется не одновременно по всему периметру, но последовательно, как это осуществляется, например, для скошенных ножей, и здесь следует ожидать изменений в качестве резки тонколистового материала. На рис. 9 видно также, что напряжения на длинных сторонах неодинаковы – они больше со стороны сплошного материала (верхняя кромка на рисунке), чем со стороны перемычек и вырубленного отхода.

Выводы. В статье производится теоретический анализ процесса вырубki изделий прямоугольной формы (пластинки) из тонколистового материала. Впервые для этой цели применяется теория гибких пластинок и оболочек. Для анализа и решения вариационного уравнения используется программная система ANSYS. С ее помощью рассчитаны прогибы и напряжения вдоль режущих кромок матрицы и пуансона. Построенные эпюры напряжений показывают, что пластическая деформация и разрушение начинаются в углах детали и распространяется последовательно вдоль короткой и длинной кромок инструмента, а не по всему контуру

одночасно. Аналіз доводить, що інтенсивність напружень по короткій стороні майже в 1,5 рази вище, ніж по довгій, що пояснює переважний знос пуансона і матриці вздовж коротких сторін, знайдений в більш ранніх експериментах. Результати аналізу показують подальше напрямлення досліджень виробки деталей складної форми з тонкого листа, як процес послідовної різки, подібний скошеним лезвям інструментів. Процес виробки тонкого листа потрібно вивчати поетапно з описом якості отриманого среза на кожному етапі.

Анотація. З теорії розділових операцій відомі відмінності в поведінці матеріалів різної товщини. Чим тонше матеріал, тим складніше розподіл деформацій і напружень по товщині виріблених деталей складної конфігурації. У статті наводиться аналіз навантаження прямокутної пластини розмірами $80 \times 10 \times 0,5$ мм із застосуванням теорії гнучких пластинок та оболонок. За цією теорією деталь може бути віднесена до класу гнучких пластин, і напруження, і прогини в ній описуються системою нелінійних диференціальних рівнянь в часткових похідних. Строгі методи інтегрування такої системи відсутні. Наближене рішення і теоретичний аналіз проводиться варіаційними методами в програмній системі ANSYS. Розв'язання вихідних рівнянь показує перерозподіл питомих зусиль у вигляді епюр по короткій і довгій сторонах пуансона-матриці, при цьому рівень напружень по короткій стороні в 1,4 ... 1,5 більше, ніж по довгій. Цим і пояснюється переважний знос інструменту по короткій різучій кромці, що знайдено експериментально.

Ключові слова: виріблення, тонколистий матеріал, згин, диференціальне рівняння, напруження, прогин, пластинка.

Abstract. From the theory of shearing operations there are known differences in behavior of sheet materials of various thicknesses. The thinner sheet material is the more complicated is distribution of stresses and strains across the thickness of complicate shaped parts at blanking. In the paper analysis of loading a rectangular plate with sizes $80 \times 10 \times 0,5$ mm is carried out with using theory of flexible plates and shells. As to the theory the part may be related to the class of elastic plates and stresses and deflections in it are described with a system of non-linear differential equations in partial derivatives. There are no rigorous methods of integrating that system. Approximate solution and theoretical analysis is executed with using variational methods in ANSYS program. Solution of the equations shows redistribution of specific loads as diagrams along the short and long side of the punch and die. At that the stress rate along the short side is 1.4 ... 1.5 the long one. This is the explanation of chief wear of the tool along the short cutting edge which was found experimentally.

Keywords: blanking, thin thickness material, bending, differential equation, stress, deflection, plate

1. Попов В.А. Основы теории листовой штамповки. – М.: Машиностроение, 1968. – 283 с.
2. Малов А.Н. Технология холодной штамповки. – М.: Машиностроение, 1969. – 568 с.
3. Залесский В.И. Механизм деформации при резке листового материала в штампах / В.И. Залесский, В.В. Губарев // Технологические процессы обработки стали и сплавов: сборник Московского института стали. – М.: Гос. н.-т.изд-во по черной и цв. металлургии. – 1955. – №XXXIII. – С. 409-452.
4. Яворовский В.Н. Неравномерность износа штампа при вырубке прямоугольных деталей / В.Н. Яворовский, И.А. Рощина // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. – 2002. – №4. – С.19-24.
5. Михаленко Ф.П. Стойкость разделительных штампов. – М.: Машиностроение, 1986. – 223 с.
6. Вольмир А.С. Гибкие пластинки и оболочки. – М.: Гос. изд-во тех.-теор. литературы. – 1956. – 413с.
7. Яворовський В.М. Залучення теорії гнучких пластин і оболонок до аналізу пружної деформації на першій стадії виріблення деталей прямокутної форми / В.М. Яворовський, М.М. Татарчук, І.А. Рощина // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут»: серія «Машинобудування». – 2012. – №60. – С.71-76.

REFERENCES

1. Popov V.A. Osnovy teorii listovoj shtampovki (Fundamentals of Pressworking Sheet Metal Theory) Moscow: Mashinostroenie, 1968, 283 p.
2. Malov A.N. Tehnologija holodnoj shtampovki (Techniques of Pressworking of Sheet Metal) Moscow: Mashinostroenie, 1969, 568 p.
3. Zaleskij V.I., Gubarev V.V. Tehnologicheskij processy obrabotki stali i splavov: sbornik Moskovskogo instituta stali. [Technological processes processing steel and alloys: Collected papers]. Moscow: Gos. n.-t.izd-vo po chernoj i cv. metallurgii, 1955, no. XXXIII, pp. 409-452.
4. Yavorovskiy V.N., Roshchina I.A. Kuznechno-shtampovochnoe proizvodstvo. Obrabotka materialov davleniem (Forge and drop forging production. Working materials by pressure), 2002, no.4, pp.19-24.
5. Mihalenko F.P. Stojkost' razdelitel'nyh shtampov (Wearresistance of cutting dies) Moscow.: Mashinostroenie, 1986, 223 p.
6. Vol'mir A.S. Gibkie plastiny i obolochki (The flexible plates and shells) Moscow.: Gos. izd-vo teh.-teor. Literatuty, 1956, 413 p.
7. Yavorovskiy V.M., Tatarchuk M.M., Roshchina I.A., Journal of Mechanical Engineering of the National Technical University of Ukraine «Kyiv Politechnic Institute», 2012, no 60, pp. 71-76.