

УДК 621.9.06. – 233.1

Данильченко Ю.М., д.т.н., Петришин А.И.  
НТУУ «Киевский политехнический институт», г. Киев, Украина

## ИДЕНТИФИКАЦИЯ КОЛЕБАНИЙ ШПИНДЕЛЯ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИЗМЕРЕНИЯ ВИБРАЦИЙ КОРПУСА ШПИНДЕЛЬНОГО УЗЛА

Danylchenko Yu., Petryshyn A.  
National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine (mmi@kpi.ua)

### IDENTIFICATION OF SPINDLE VIBRATION BY RESULTS OF MEASURED SPINDLE UNIT BODY VIBRATION

*Разработан метод идентификации колебаний шпинделя по результатам измерения вибраций корпуса с использованием расчетных передаточных функций. Исследуются вибрации шпиндельного узла при действии внутренних источников вибрации - подшипников опор шпинделя. Порядок определения передаточных функций рассмотрен на примере моделирования динамических податливостей механической колебательной системы, состоящей из подсистем оправки, шпинделя на опорах качения, гильзового корпуса и рамы, упруго закрепленной на массивном основании. Все подсистемы представлены в виде упругих стержней с распределенными массами. Между собой подсистемы соединены упругими и диссипативными связями. Вибрационное возбуждение в виде единичной гармонической силы прикладывается в месте размещения первого подшипника передней опоры шпинделя. Передаточные функции в виде реакции подсистем на действие единичного вибрационного возбуждения получают из решения системы уравнений совместности деформаций в точках расчленения подсистем. Получен экспериментальный спектр вибраций корпуса шпиндельного узла, рассчитаны передаточные функции и смоделирован теоретический спектр вибраций шпинделя. Установлено, что различие в восприятии различными механическими подсистемами действия одного и того же гармонического возбуждения приводит к появлению в спектрах их вибраций зон с различной интенсивностью колебаний.*

*Ключевые слова:* шпиндельный узел, механическая колебательная система, динамическая податливость

#### Введение

Современные методы контроля погрешности вращения шпинделей построены на схемах бесконтактного измерения радиальных и осевых смещений измерительной оправки, закрепленной на конце вращающегося шпинделя [1]. При этом достоверность полученных результатов в значительной степени зависит от метода учета погрешности формы измерительной поверхности и отклонений при установке датчиков [2, 3]. Все это требует обеспечения специальных условий для проведения измерений и делает проблематичным непосредственное измерение колебаний шпинделя во время работы станка.

Альтернативой прямому измерению может стать измерение колебаний на корпусе шпиндельного узла с последующей идентификацией колебаний конца шпинделя (или оправки) по теоретически установленному коэффициенту передачи. В общем случае этот коэффициент характеризует соотношение колебаний в точках измерения и идентификации. Например, при оценке точности вращения шпинделя на холостом ходу, он может быть получен в виде соотношения расчетных функций перемещений конца шпинделя (или оправки) и избранной для измерения точки корпуса под действием единичного гармонического возмущения, приложенного в месте размещения первого подшипника передней опоры шпинделя.

Эти расчетные (передаточные) функции являются динамическими податливостями парциальных подсистем шпиндельного узла как сложной механической колебательной системы, и могут быть рассчитаны в соответствии с методикой, изложенной в работе [4].

#### Цель

Цель работы состоит в теоретическом обосновании метода идентификации колебаний шпинделя по результатам измерения вибраций корпуса шпиндельного узла.

#### Экспериментальный стенд

Измерение вибраций корпуса шпиндельного узла проводилось на экспериментальном стенде, представляющем собой раму 1, упруго закрепленную на массивном основании 2, с возможностью углового поворота в вертикальной плоскости (рис. 1). На раме 1 закрепляется шлифовальная головка 3 с оправкой 4. Угловая жесткость рамы регулируется за счет изменения жесткости пружины растяжения 5, вместо которой

может устанавливаться жесткий стержень. Шлифовальная головка 3 имеет корпус гильзового исполнения. Шпиндель смонтирован на дуплексированных радиально-упорных шариковых подшипниках.

Вибрации корпуса (гильзы шпинделя) измерялись при вращении шпинделя с частотой  $n = 208,5 \text{ мин}^{-1} (3,48 \text{ Гц})$ . Измерение проводилось с использованием пьезоэлектрического датчика мод. РСВ 353В15 и предусилителя РСВ 480Е09 с регистрацией сигнала с помощью АЦП NI USB-9215 и последующей его обработкой в Matlab.

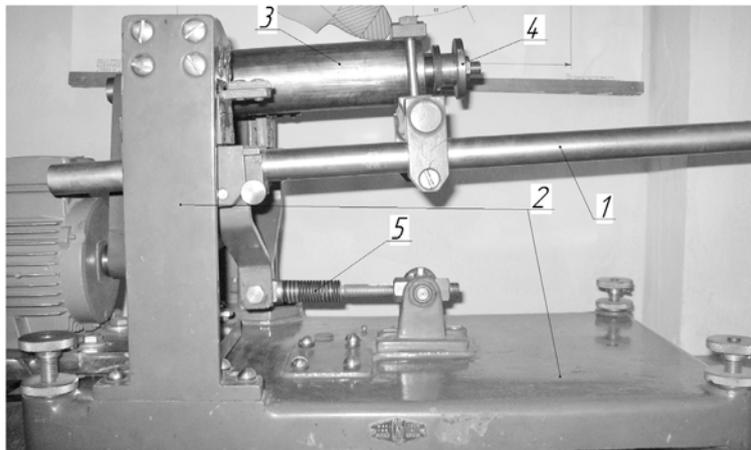


Рис. 1. Экспериментальный стенд: 1 – рама; 2 – основание; 3 – шпиндельный узел; 4 – оправка; 5 – пружина растяжения

**Расчетная схема стенда с исследуемым шпиндельным узлом**

При теоретических исследованиях стенд со шпиндельным узлом рассматривается как механическая колебательная система, состоящая из четырех подсистем: оправки, шпинделя, гильзового корпуса и рамы (рис. 2).

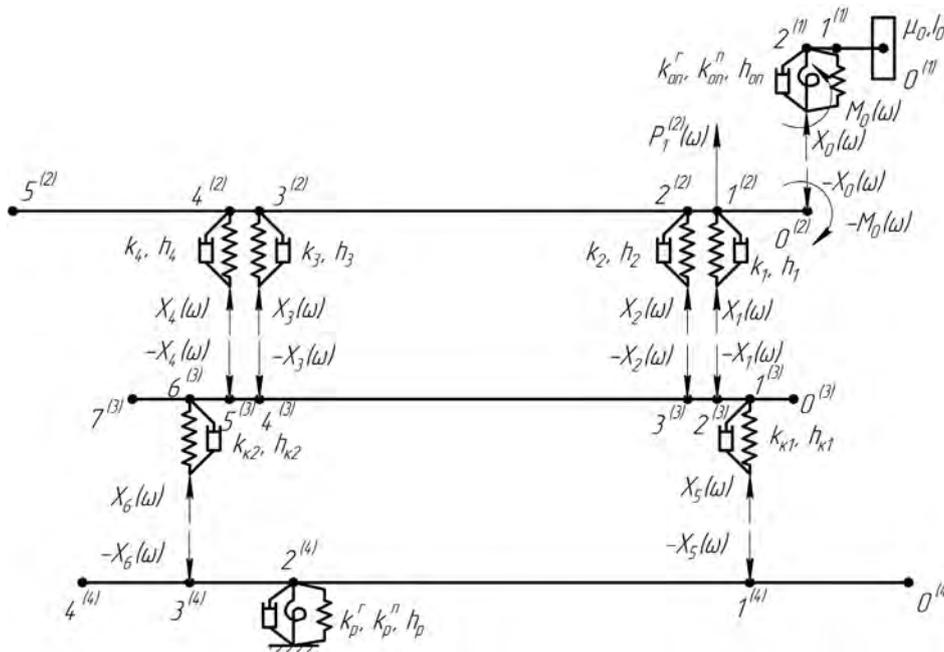


Рис. 2. Расчетные схемы парциальных подсистем механической колебательной системы «стенд»

Первая подсистема (оправка, индекс  $s = 1$ ) рассматривается в виде стержня, состоящего из двух участков с распределенной массой. На переднем конце оправки (сечение  $0^{(1)}$ ) размещена сосредоточенная масса. В сечении  $2^{(1)}$  оправка соединяется со шпинделем, что учитывается упругой связью с радиальной  $k_{on}^r$  и поворотной  $k_{on}^n$  жесткостями, а также демпфированием  $h_{on}$  с радиальной  $h_{on}^r$  и угловой  $h_{on}^n$  составляющими.

Вторая подсистема (шпиндель, индекс  $s = 2$ ) рассматривается в виде стержня, состоящего из пяти участков с распределенной массой. В сечении  $0^{(2)}$  шпиндель соединяется с оправкой. В сечениях  $1^{(2)}$ ,  $2^{(2)}$ ,  $3^{(2)}$  и  $4^{(2)}$  размещены подшипники его опор, что учитывается упругими связями с жесткостями  $k_1, k_2, k_3, k_4$

и демпфированием  $h_1, h_2, h_3, h_4$  соответственно. Также, в сечении  $1^{(2)}$  прикладывается единичное гармоническое возбуждение  $P_1^{(2)}(\omega) = 1 \cdot \cos \omega t$ .

Третья подсистема (корпус шпиндельного узла, индекс  $s = 3$ ) рассматривается в виде полого стержня (гильзы), состоящего из семи участков с распределенной массой. В сечениях  $2^{(3)}, 3^{(3)}, 4^{(3)}$  и  $5^{(3)}$  корпус соединяется со шпинделем. В сечениях  $1^{(3)}$  и  $6^{(3)}$  корпус соединяется с рамой, что учитывается упругими связями с жесткостями  $k_{\kappa 1}, k_{\kappa 2}$  и демпфированием  $h_{\kappa 1}, h_{\kappa 2}$ .

Четвёртая подсистема (упруго закреплённая на основе рама, индекс  $s = 4$ ) рассматривается в виде эквивалентного стержня, состоящего из четырёх участков с распределенной массой. В сечениях  $1^{(4)}$  и  $3^{(4)}$  она соединяется с гильзой шпинделя. В сечении  $2^{(4)}$  расположена упруго-поворотная опора с радиальной  $k_p^r$  и угловой  $k_p^n$  жесткостями и демпфированием  $h_p$ .

### Расчет передаточных функций и коэффициента передачи

Реакция механической системы «стенд» на действие единичного вибрационного возбуждения описывается системой уравнений совместности деформаций в точках расчленения подсистем [4, 5]. В соответствии с рис. 2 эта система уравнений будет такой:

$$\begin{cases} \alpha_{00}^{12} \cdot X_0 + \gamma_{00}^{12} \cdot M_0 - \alpha_{01}^{(2)} \cdot X_1 - \alpha_{02}^{(2)} \cdot X_2 - \alpha_{03}^{(2)} \cdot X_3 - \alpha_{04}^{(2)} \cdot X_4 = \alpha_{0P}^{(2)} \\ \beta_{00}^{12} \cdot X_0 + \varphi_{00}^{12} \cdot M_0 - \beta_{01}^{(2)} \cdot X_1 - \beta_{02}^{(2)} \cdot X_2 - \beta_{03}^{(2)} \cdot X_3 - \beta_{04}^{(2)} \cdot X_4 = \beta_{0P}^{(2)} \\ -\alpha_{10}^{(2)} \cdot X_0 - \gamma_{10}^{(2)} \cdot M_0 + \alpha_{11}^{23} \cdot X_1 + \alpha_{12}^{23} \cdot X_2 + \alpha_{13}^{23} \cdot X_3 + \alpha_{14}^{23} \cdot X_4 - \alpha_{21}^{(3)} \cdot X_5 - \alpha_{26}^{(3)} \cdot X_6 = -\alpha_{1P}^{(2)} \\ -\alpha_{20}^{(2)} \cdot X_0 - \gamma_{20}^{(2)} \cdot M_0 + \alpha_{21}^{23} \cdot X_1 + \alpha_{22}^{23} \cdot X_2 + \alpha_{23}^{23} \cdot X_3 + \alpha_{24}^{23} \cdot X_4 - \alpha_{31}^{(3)} \cdot X_5 - \alpha_{36}^{(3)} \cdot X_6 = -\alpha_{2P}^{(2)} \\ -\alpha_{30}^{(2)} \cdot X_0 - \gamma_{30}^{(2)} \cdot M_0 + \alpha_{31}^{23} \cdot X_1 + \alpha_{32}^{23} \cdot X_2 + \alpha_{33}^{23} \cdot X_3 + \alpha_{34}^{23} \cdot X_4 - \alpha_{41}^{(3)} \cdot X_5 - \alpha_{46}^{(3)} \cdot X_6 = -\alpha_{3P}^{(2)} \\ -\alpha_{40}^{(2)} \cdot X_0 - \gamma_{40}^{(2)} \cdot M_0 + \alpha_{41}^{23} \cdot X_1 + \alpha_{42}^{23} \cdot X_2 + \alpha_{43}^{23} \cdot X_3 + \alpha_{44}^{23} \cdot X_4 - \alpha_{51}^{(3)} \cdot X_5 - \alpha_{56}^{(3)} \cdot X_6 = -\alpha_{4P}^{(2)} \\ -\alpha_{12}^{(3)} \cdot X_1 - \alpha_{13}^{(3)} \cdot X_2 - \alpha_{14}^{(3)} \cdot X_3 - \alpha_{15}^{(3)} \cdot X_4 + \alpha_{11}^{34} \cdot X_5 + \alpha_{16}^{34} \cdot X_6 = 0 \\ -\alpha_{62}^{(3)} \cdot X_1 - \alpha_{63}^{(3)} \cdot X_2 - \alpha_{64}^{(3)} \cdot X_3 - \alpha_{65}^{(3)} \cdot X_4 + \alpha_{61}^{34} \cdot X_5 + \alpha_{66}^{34} \cdot X_6 = 0 \end{cases}, \quad (1)$$

или в матричном виде  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{R} = \mathbf{B}$ ,

где  $X_i, M_i$  – амплитуды гармонических реакций отброшенных связей;  $\alpha_{ij}^{(s)}, \beta_{ij}^{(s)}, \gamma_{ij}^{(s)}, \varphi_{ij}^{(s)}$  – гармонические коэффициенты влияния (коэффициенты динамической податливости) в точках расчленения системы на подсистемы  $s$  ( $s = 1, 2, 3, 4$ );  $\alpha_{iP}^{(2)}$  и  $\beta_{iP}^{(2)}$  – обобщенные амплитуды перемещений (линейные и угловые) от действия единичного гармонического возбуждения  $P_1^{(2)} = 1 \cdot \cos \omega t$ ,  $\alpha_{iP}^{(2)} = \alpha_{i1}^{(2)} \cdot P_1^{(2)}$ ,  $\beta_{iP}^{(2)} = \beta_{i1}^{(2)} \cdot P_1^{(2)}$ ,  $i = 0, 1, 2, 3, 4$ ;  $\mathbf{R}$  – вектор амплитуд гармонических реакций отброшенных связей,  $\mathbf{R} = (X_0, M_0, X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6)^T$ ;  $\mathbf{B}$  – матрица обобщенных амплитуд перемещений,  $\mathbf{B} = (\alpha_{0P}^{(2)}, \beta_{0P}^{(2)}, -\alpha_{1P}^{(2)}, -\alpha_{2P}^{(2)}, -\alpha_{3P}^{(2)}, -\alpha_{4P}^{(2)}, 0, 0)^T$ ;  $\mathbf{A}$  – матрица гармонических коэффициентов влияния:

$$\mathbf{A}(\omega) = \begin{pmatrix} \alpha_{00}^{12} & \gamma_{00}^{12} & -\alpha_{01}^{(2)} & -\alpha_{02}^{(2)} & -\alpha_{03}^{(2)} & -\alpha_{04}^{(2)} & 0 & 0 \\ \beta_{00}^{12} & \varphi_{00}^{12} & -\beta_{01}^{(2)} & -\beta_{02}^{(2)} & -\beta_{03}^{(2)} & -\beta_{04}^{(2)} & 0 & 0 \\ -\alpha_{10}^{(2)} & -\gamma_{10}^{(2)} & \alpha_{11}^{23} & \alpha_{12}^{23} & \alpha_{13}^{23} & \alpha_{14}^{23} & -\alpha_{21}^{(3)} & -\alpha_{26}^{(3)} \\ -\alpha_{20}^{(2)} & -\gamma_{20}^{(2)} & \alpha_{21}^{23} & \alpha_{22}^{23} & \alpha_{23}^{23} & \alpha_{24}^{23} & -\alpha_{31}^{(3)} & -\alpha_{36}^{(3)} \\ -\alpha_{30}^{(2)} & -\gamma_{30}^{(2)} & \alpha_{31}^{23} & \alpha_{32}^{23} & \alpha_{33}^{23} & \alpha_{34}^{23} & -\alpha_{41}^{(3)} & -\alpha_{46}^{(3)} \\ -\alpha_{40}^{(2)} & -\gamma_{40}^{(2)} & \alpha_{41}^{23} & \alpha_{42}^{23} & \alpha_{43}^{23} & \alpha_{44}^{23} & -\alpha_{51}^{(3)} & -\alpha_{56}^{(3)} \\ 0 & 0 & -\alpha_{12}^{(3)} & -\alpha_{13}^{(3)} & -\alpha_{14}^{(3)} & -\alpha_{15}^{(3)} & \alpha_{11}^{34} & \alpha_{16}^{34} \\ 0 & 0 & -\alpha_{62}^{(3)} & -\alpha_{63}^{(3)} & -\alpha_{64}^{(3)} & -\alpha_{65}^{(3)} & \alpha_{61}^{34} & \alpha_{66}^{34} \end{pmatrix},$$

где  $\alpha_{00}^{12} = \alpha_{22}^{(1)} + \alpha_{00}^{(2)} + \frac{1}{k_{оп, экв}^r}$ ;  $\beta_{00}^{12} = \beta_{22}^{(1)} + \beta_{00}^{(2)}$ ;  $\gamma_{00}^{12} = \gamma_{22}^{(1)} + \gamma_{00}^{(2)}$ ;  $\varphi_{00}^{12} = \varphi_{22}^{(1)} + \varphi_{00}^{(2)} + \frac{1}{k_{оп, экв}^n}$ ;

$\alpha_{11}^{23} = \alpha_{11}^{(2)} + \alpha_{22}^{(3)} + \frac{1}{k_{1, экв}}$ ;  $\alpha_{12}^{23} = \alpha_{12}^{(2)} + \alpha_{23}^{(3)}$ ;  $\alpha_{13}^{23} = \alpha_{13}^{(2)} + \alpha_{24}^{(3)}$ ;  $\alpha_{14}^{23} = \alpha_{14}^{(2)} + \alpha_{25}^{(3)}$ ;  $\alpha_{21}^{23} = \alpha_{21}^{(2)} + \alpha_{32}^{(3)}$ ;

$\alpha_{22}^{23} = \alpha_{22}^{(2)} + \alpha_{33}^{(3)} + \frac{1}{k_{2, экв}}$ ;  $\alpha_{23}^{23} = \alpha_{23}^{(2)} + \alpha_{34}^{(3)}$ ;  $\alpha_{24}^{23} = \alpha_{24}^{(2)} + \alpha_{35}^{(3)}$ ;  $\alpha_{31}^{23} = \alpha_{31}^{(2)} + \alpha_{42}^{(3)}$ ;  $\alpha_{32}^{23} = \alpha_{32}^{(2)} + \alpha_{43}^{(3)}$ ;

$$\alpha_{33}^{23} = \alpha_{33}^{(2)} + \alpha_{44}^{(3)} + \frac{1}{k_{3,экс}}; \quad \alpha_{34}^{23} = \alpha_{34}^{(2)} + \alpha_{45}^{(3)}; \quad \alpha_{41}^{23} = \alpha_{41}^{(2)} + \alpha_{52}^{(3)}; \quad \alpha_{42}^{23} = \alpha_{42}^{(2)} + \alpha_{53}^{(3)}; \quad \alpha_{43}^{23} = \alpha_{43}^{(2)} + \alpha_{54}^{(3)};$$

$$\alpha_{44}^{23} = \alpha_{44}^{(2)} + \alpha_{55}^{(3)} + \frac{1}{k_{4,экс}}; \quad \alpha_{11}^{34} = \alpha_{11}^{(3)} + \alpha_{11}^{(4)} + \frac{1}{k_{к1,экс}}; \quad \alpha_{16}^{34} = \alpha_{16}^{(3)} + \alpha_{13}^{(4)}; \quad \alpha_{61}^{34} = \alpha_{61}^{(3)} + \alpha_{31}^{(4)}; \quad \alpha_{66}^{34} = \alpha_{66}^{(3)} + \alpha_{33}^{(4)} + \frac{1}{k_{к2,экс}};$$

$$k_{он,экс}^r = k_{он}^r + i \cdot h_{он}^r \cdot \omega, \quad k_{он,экс}^n = k_{он}^n + i \cdot h_{он}^n \cdot \omega; \quad k_{j,экс} = k_j + i \cdot h_j \cdot \omega, \quad j = 1, 2, 3, 4; \quad k_{кl,экс} = k_{кl} + i \cdot h_{кl} \cdot \omega, \quad l = 1, 2.$$

Общий порядок определения гармонических коэффициентов влияния описан в [4].

Решая систему уравнений (1) определяем значения амплитуд гармонических реакций отброшенных связей.

Искомые передаточные функции являются функциями перемещения точек  $0^{(1)}$  и  $2^{(3)}$  от действия единичного гармонического возмущения, то есть локальными динамическими податливостями оправки и гильзы шпинделя. Для расчета этих перемещений составим канонические уравнения метода сил [4, 5]:

$$q_0^{(1)}(\omega) = \alpha_{02}^{(1)} \cdot X_0 + \gamma_{02}^{(1)} \cdot M_0, \quad (2)$$

$$q_2^{(3)}(\omega) = \alpha_{21}^{(3)} \cdot X_5 + \alpha_{26}^{(3)} \cdot X_6 - (\alpha_{22}^{(3)} \cdot X_1 + \alpha_{23}^{(3)} \cdot X_2 + \alpha_{24}^{(3)} \cdot X_3 + \alpha_{25}^{(3)} \cdot X_4). \quad (3)$$

Искомый коэффициент передачи определяется отношением:

$$W(\omega) = \frac{q_0^{(1)}(\omega)}{q_2^{(3)}(\omega)}. \quad (4)$$

### Моделирование спектра колебаний конца оправки

При моделировании принято: жесткости опор (подшипников) шпинделя  $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 115 \times 10^6 \text{ Н/м}$ , жесткости опор гильзы  $k_{к1} = k_{к2} = 780 \times 10^6 \text{ Н/м}$ , коэффициент демпфирования в подшипниках шпинделя  $h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = 2 \times 10^3 \text{ (Н} \cdot \text{с)}/\text{м}$ , коэффициент демпфирования в опорах гильзы  $h_{к1} = h_{к2} = 0.5 \times 10^3 \text{ (Н} \cdot \text{с)}/\text{м}$ ; параметры стыка оправка-шпиндель: радиальная жесткость  $k_{он}^r = 22.75 \times 10^6 \text{ Н/м}$ , угловая жесткость  $k_{он}^n = 6.9 \cdot 10^3 \text{ (Н} \cdot \text{м)}/\text{рад}$ , радиальная и угловая составляющие демпфирования  $h_{он}^r = 3.27 \times 10^3 \text{ (Н} \cdot \text{с)}/\text{м}$  и  $h_{он}^n = 882 \text{ (Н} \cdot \text{с} \cdot \text{м)}/\text{рад}$  соответственно; жесткости опоры рамной конструкции: радиальная  $k_p^r = 215 \times 10^6 \text{ Н/м}$ , угловая  $k_p^n = 1.5 \times 10^3 \text{ (Н} \cdot \text{м)}/\text{рад}$ , коэффициент демпфирования в опоре  $h_p^r = 5 \times 10^3 \text{ (Н} \cdot \text{с)}/\text{м}$ .

Результаты расчета локальных динамических податливостей оправки и гильзы шпинделя, а также коэффициента передачи представлены на рис. 3 и 4.

Как видно из рис. 4, коэффициент передачи  $W(\omega)$  дает достаточно ясное представление как о соотношениях амплитуд перемещений в сравниваемых точках оправки и гильзы шпинделя, так и о причинах изменения этих соотношений, прежде всего связанных с наличием локальных резонансов  $P_k^{(i)}$  в системе, где  $i$  - индекс подсистемы, а  $k$  - номер собственной частоты. Так, в связи с повышенной чувствительностью оправки к колебаниям на собственных частотах оправки ( $P_1^{(1)} = 635 \text{ Гц}$ ), шпинделя ( $P_2^{(2)} = 1295 \text{ Гц}$ ), гильзы ( $P_1^{(3)} = 1946 \text{ Гц}$ ) и рамы ( $P_3^{(4)} = 441 \text{ Гц}$ ), в моделируемом спектре колебаний оправки в диапазоне этих частот следует ожидать относительного роста амплитуд, а на частоте  $P_2^{(1)} = 838 \text{ Гц}$  - снижения.

Это подтверждается сравнением экспериментального (рис. 5,а) и смоделированного (рис. 5,б) спектров колебаний.

С другой стороны, отсутствие резких изменений коэффициента передачи  $W(\omega)$  в зонах других локальных резонансов свидетельствует о малой чувствительности оправки и гильзы к колебаниям на этих частотах. Это в частности подтверждается наличием в спектрах колебаний оправки и гильзы, соизмеримых по уровню амплитуд спектральных составляющих с частотами, соответствующими двум первым собственным частотам рамы ( $P_1^{(4)} = 9.8 \text{ Гц}$  и  $P_2^{(4)} = 334 \text{ Гц}$ , рис. 5). Поскольку экспериментально измерялись абсолютные колебания, то вероятнее всего, что колебания на этих частотах являются колебаниями рамы, а вместе с ней и остальных, присоединенных к ней элементов станда.

Результаты проведенного исследования свидетельствуют о высокой информативности коэффициента передачи  $W(\omega)$  и перспективности дальнейшей разработки предложенного метода непрямого измерения колебаний шпинделя.

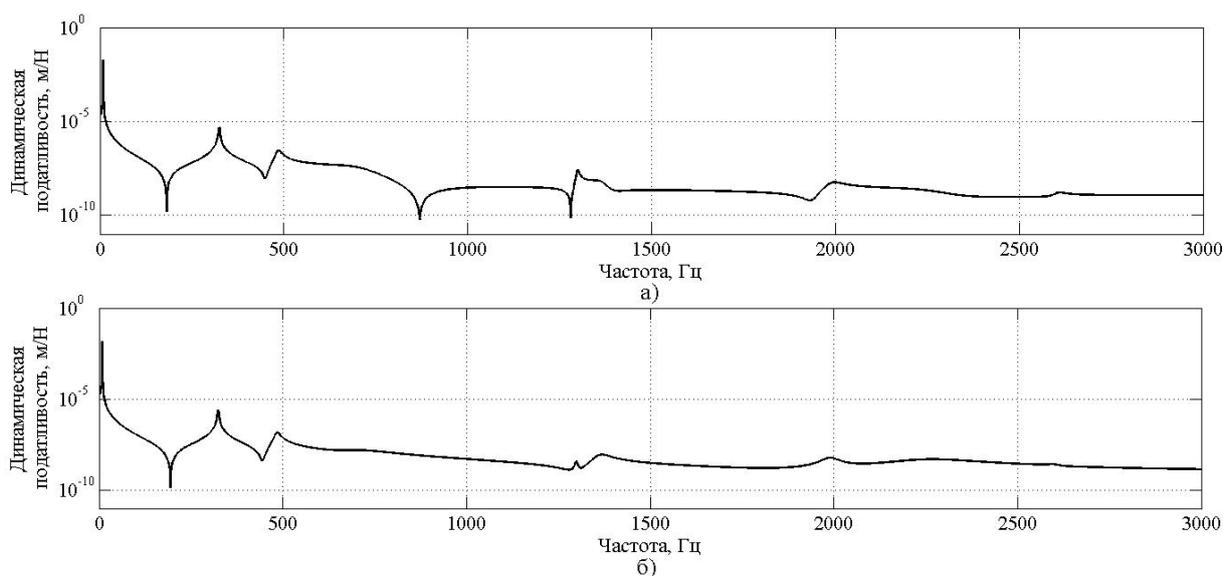


Рис. 3. Локальные динамические податливости оправки (а) и гильзы шпинделя (б)

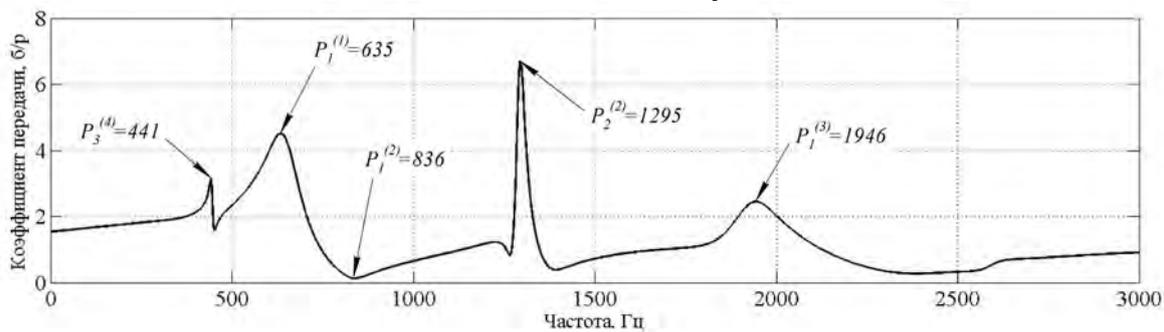
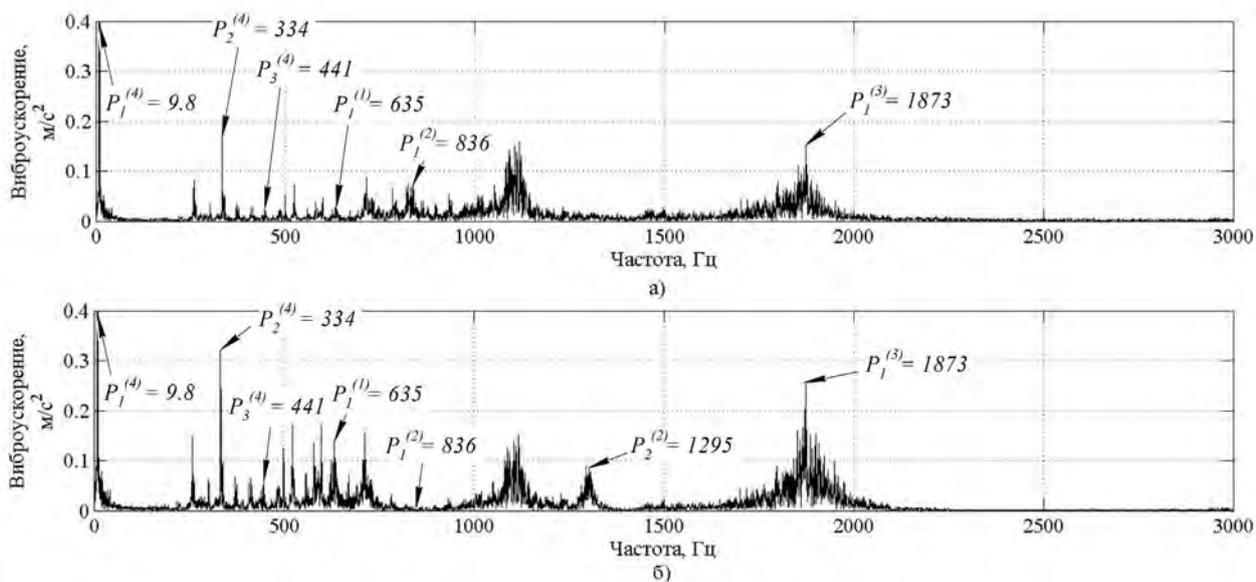
Рис. 4. Коэффициент передачи  $W(\omega)$ :  $P_k^{(i)}$  -  $k$ -я собственная частота  $i$ -й подсистемы

Рис. 5. Спектры колебаний шпиндельного узла: а) экспериментальный - гильзы шпинделя; б) теоретический - конца оправки

### Выводы

1. Альтернативой прямому измерению колебаний шпинделя (или оправки) может стать их идентификация по результатам измерения колебаний корпуса шпиндельного узла с использованием расчетного коэффициента передачи, характеризующего соотношение колебаний в точках измерения и идентификации.

2. При оценке точности вращения шпинделя на холостом ходу, коэффициент передачи представляет собой соотношения расчетных функций перемещений конца шпинделя (или оправки) и избранной для

измерения точки корпуса под действием единичного гармонического возмущения, приложенного в месте размещения первого подшипника передней опоры шпинделя.

3. Коэффициент передачи дает достаточно ясное представление как о соотношениях амплитуд перемещений в точках измерения и идентификации, так и о причинах изменения этих соотношений.

4. Различие в восприятии различными механическими подсистемами действия одного и того же гармонического возбуждения приводит к появлению в спектрах их вибраций зон с различной интенсивностью колебаний.

**Анотація.** Розроблено метод ідентифікації коливань шпинделя за результатами вимірювання вібрацій корпусу з використанням розрахункових передавальних функцій. Досліджуються вібрації шпиндельного вузла при дії внутрішніх джерел вібрації – підшипників опор шпинделя. Порядок визначення передавальних функцій розглянуто на прикладі моделювання динамічних податливостей механічної коливної системи, що складається з підсистем оправки, шпинделя на опорах кочення, гільзового корпусу і рами, пружно закріпленої на масивній основі. Всі підсистеми подані у вигляді пружних стрижнів з розподіленими масами. Між собою підсистеми з'єднані пружними і дисипативними зв'язками. Вібраційне збурення у вигляді одичної гармонічної сили прикладається у місці розміщення першого підшипника передньої опори шпинделя. Передавальні функції у вигляді реакції підсистем на дію одичного вібраційного збурення отримують з розв'язку системи рівнянь сумісності деформацій в точках розчленування підсистем. Отримано експериментальний спектр вібрацій корпусу шпиндельного вузла, обчислені передавальні функції і змодельовано спектр вібрації шпинделя. Встановлено, що різниця у сприйнятті різними механічними підсистемами дії одного і того ж гармонічного збурення приводить до появи в спектрах їх вібрацій зон з різною інтенсивністю коливань.

**Ключові слова:** шпиндельний вузол, механічна коливна система, динамічна податливість

**Abstract. Purpose.** Developed a method of spindle vibrations identification by measuring the vibrations of spindle body using estimated transfer functions.

**Design/Methodology/Approach.** Research is being performed of spindle unit vibrations under the effect of internal sources of vibroexcitation – spindle bearings. The procedure of transfer functions determining is reviewed using example of modeling of dynamical compliances of the mechanical vibration system, which consists of subsystems: mandrel, spindle on rolling supports, spindle body and frame, elastically mounted on massive foundation. Vibrational excitation, as a unit harmonic force, applied at the location of the first bearing of spindle leading support. Transfer functions are obtained by solving the system of equations of strain compatibility at the points of subsystem disconnection.

**Findings.** Obtained experimental spectrum of spindle unit body vibrations; performed calculation of transfer functions and modeling of theoretical vibration spectrum of the spindle.

**Originality/value.** Established, that difference of the same harmonic excitation sustaining by various mechanical systems leads to zones with different intensity of vibration appearing in their vibration spectrums.

**Keywords:** spindle unit, mechanical vibration system, dynamic compliance

#### Библиографический список использованной литературы

1. Heui Jae Pahk, Hyun Jang Shin A New Method for Characterisation for the 5 DOF Spindle Volumetric Error Motions in Machine Tools / [http://www.aspe.net/publications/Annual\\_1999/POSTERS/METROL/MODEL/PAHK2.PDF](http://www.aspe.net/publications/Annual_1999/POSTERS/METROL/MODEL/PAHK2.PDF)
2. Charles Wang A new laser non-contact method for the measurement of spindle error motion / Technical Article, March 2001 / <http://www.optodyne.it/inglese/publications/TA006E-Spindle%20paper.pdf>.
3. Nakkiew, W., Lin, C. W., and Tu, J. F. A New Method to Measure Runout of Motorized End-Milling Spindles at Very High Speed Rotations [http://www.aspe.net/publications/Annual\\_2003/PDF/3metro/5measu/1147.PDF](http://www.aspe.net/publications/Annual_2003/PDF/3metro/5measu/1147.PDF)
4. Данильченко Ю.М. Исследование динамических характеристик механической системы «шпиндельный узел» / Данильченко Ю.М., Дорожко А.О., Петришин А.И. // Вестник МГТУ «Станкин» № 1 (28), 2014. – С. 81-91.
5. Бидерман В.Л. Прикладная теория механических колебаний: Учеб. пособие для вузов. - М.: Машиностроение, 1972. – 416

#### References

1. Heui Jae Pahk, Hyun Jang Shin A New Method for Characterisation for the 5 DOF Spindle Volumetric Error Motions in Machine Tools / [http://www.aspe.net/publications/Annual\\_1999/POSTERS/METROL/MODEL/PAHK2.PDF](http://www.aspe.net/publications/Annual_1999/POSTERS/METROL/MODEL/PAHK2.PDF)
2. Charles Wang A new laser non-contact method for the measurement of spindle error motion / Technical Article, March 2001 / <http://www.optodyne.it/inglese/publications/TA006E-Spindle%20paper.pdf>.
3. Nakkiew, W., Lin, C. W., and Tu, J. F. A New Method to Measure Runout of Motorized End-Milling Spindles at Very High Speed Rotations [http://www.aspe.net/publications/Annual\\_2003/PDF/3metro/5measu/1147.PDF](http://www.aspe.net/publications/Annual_2003/PDF/3metro/5measu/1147.PDF)
4. Danil'chenko Ju.M., Dorozhko A.O., Petrishin A.I. Vestnik MGTU «Stankin» [Vestnik MSTU «STANKIN»] № 1 (28), 2014, pp. 81-91.
5. Biderman V.L. Prikladnaja teorija mehanicheskikh kolebanij: Ucheb. posobie dlja vtuzov. [Applied theory of mechanical vibrations: a manual for technical colleges]. Moscow: Mashinostroenie, 1972, 416 p.

Подана до редакції 23.10.2014