

A layout and the calculation of the two mirrors extra-focal lens is presented. It has installed pas parameters of aplanatic correction and given the system summary graphics of the new composition flat-field image aplanat. The developed model develops settlement and methodical base of an calculation optics.

**Keywords:** calculation optics, mirror systems, aberration correction, an optimization, optical design, refresh extension list, the objective, system summary graphic, image quality.

Надійшла до редакції  
20 травня 2016 року

Рецензовано  
03 червня 2016 року

© Артюхина Н. К., Марчик В. А., Самбрано Л. Ф., 2016

УДК 537.7

## ГЕНЕРУВАННЯ ПОПЕРЕЧНИХ МОД КОГЕРЕНТНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ ПАСИВНИМ РЕЗОНАТОРОМ

Тимчик Г. С.

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна  
E-mail: [deanpb@kpi.ua](mailto:deanpb@kpi.ua)

У роботі отримано і досліджено апаратну функцію (АФ) інтерферометра Фабрі-Перо зі сферичними дзеркалами, що використано в якості пасивного оптичного резонатора для селекції поперечних мод вищих порядків у вихідному пучку випромінювання лазера.

Основну увагу приділено дослідженням поперечного розподілу амплітуд світлової хвилі, що пройшла через цей інтерферометр (резонатор). Внаслідок використання сферичних дзеркал операційні властивості оптичних систем когерентних спектроаналізаторів можуть бути значно розширені освітленням вхідного сигналу випромінюванням, що містить вищі моди Гаусса-Ерміта, або Гаусса-Лаггера.

**Ключові слова:** моди, світрова хвиля, резонатор, когерентні спектроаналізатори, інтерферометр.

### Вступ

Когерентні оптичні системи (КОС) для спектрального аналізу просторових сигналів давно відомі в класичній оптиці, а широке їх застосування в радіолокації, метрології, мікробіології тощо стало можливим у зв'язку з бурхливим розвитком лазерної техніки [1, 2]. Теоретичні основи роботи спектроаналізаторів базуються на рівнянні дифракції Френеля, яке наближено описує розповсюдження світла в параксіальній області [3]. Відомо низку монографій і статей, присвячених фізичним основам роботи когерентних спектроаналізаторів [4–7]. В той же час практично відсутні дослідження і наукові публікації з розширення функціональних можливостей КОС внаслідок модулювання параметрів освітлюючого випромінювання, на що вказали автори [8]. В свою чергу, це дозволить суттєво розширити практичне застосування таких систем в сучасних надшвидкісних засобах обробки зображень.

### Постановка задачі

Імпульсний відгук оптичної системи КОС

значною мірою залежить від просторового розподілу амплітуд світлової хвилі в освітлюючому пучку, а також від ширини спектра випромінювання цього пучка. При зміні просторового розподілу амплітуд світлової хвилі і ширини спектра випромінювання в освітлюючому пучку спостерігаються зміни форми імпульсного відгуку, які можуть бути використані для розширення функціональних можливостей КОС у цілому.

В загальному виді розподіл світлового поля в спектральній площині КОС подамо залежність [1]:

$$U(x_3, y_3) = F\{U(x_1, y_1)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(x_1, y_1) \cdot e^{j\phi(x_1, y_1)} \cdot t_c(x_1, y_1) \cdot e^{-j2\pi\mu(x_1x_3 + y_1y_3)} dx_1 dy_1, \quad (1)$$

де  $A(x_1, y_1)$  – розподіл амплітуд, та  $\phi(x_1, y_1)$  – розподіл фаз світлової хвилі у вхідній площині КОС.

Для деяких практичних окремих випадків розглянемо вираз (1). Зокрема, при:

$A(x_1, y_1) = \text{const}$ ,  $\phi(x_1, y_1) = \text{const}$  – рівномірне освітлення плоскою хвилею;

$$A(x_1, y_1) = \text{const}, \phi(x_1, y_1) = \frac{x_1^2 + y_1^2}{l^2}$$

рівномірне освітлення сферичною хвилею;

$$A(x_1, y_1) = \exp\left(-\frac{x_1^2 + y_1^2}{w_0^2}\right)$$

– освітлення гаусовим пучком нульового порядку (нерівномірне по полю освітлення апертури вхідного транспаранта);

$$A(x_1, y_1) \cdot a(t), \phi(x_1, y_1) = \text{const} –$$

квазімонохроматичне освітлення вхідного транспаранта.

З отриманих результатів встановлена можливість зміни форми імпульсного відгуку шляхом цілеспрямованої модуляції амплітуди і фази світлої хвилі в освітлюючому пучку. Так, при освітленні світлою хвилею, розподіл комплексних амплітуд якої описується поліномами  $\sum_n a_n x_1^n$ , де  $a$  – ваговий (числовий, або функціональний) коефіцієнт,  $x_1$  – просторова координата вхідної площини, що мають місце на практиці при генерації полів у виді вищих мод Гаусса-Ерміта, або Гаусса-Лаггера, можна показати, що розподіл поля в спектральній площині буде сумою часткових похідних Фур'є образу вхідного сигналу.

Як було вказано вище, операційні властивості оптичних систем когерентних спектроаналізаторів можуть бути значно розширені внаслідок освітлення вхідного сигналу випромінюванням, що містить вищі моди Гаусса-Ерміта, або Гаусса-Лаггера. Формування таких пучків на виходах резонаторів лазерів, що виготовляються промисловістю, практично неможливе через віньєтування світлового пучка апертурою газорозрядного капіляра активного елемента лазера [7, 9]. Тому пропонується використовувати зовнішній резонатор у вигляді багатопроменевого інтерферометра Фабрі-Перо зі сферичними дзеркалами, що значно підвищує його стійкість у порівнянні з плоскими дзеркалами. Проте серййно освоєні і випускаються промисловістю лише інтерферометри Фабрі-Перо з плоскими дзеркалами, що пояснюється простотою задоволення у виробничих умовах вимог по якості відбиваючої поверхні таких дзеркал [10].

У роботі [11] приведено численні результати теоретичних і експериментальних досліджень апаратної функції (АФ) реального інтерферометра Фабрі-Перо при різноманітних дефектах поверхні дзеркал. Показано, що АФ описується функцією Ейрі, а наявність різноманітних дефектів дзеркал призводить лише до згладжування крутизни її резонансних максимумів, тобто до їхнього уширення.

#### Аналіз розподілу світлового поля

У ході роботи отримано і досліджено АФ

інтерферометра Фабрі-Перо зі сферичними дзеркалами, що використовувався в якості пасивного оптичного резонатора для селекції поперечних мод вищих порядків у вихідному пучку випромінювання лазера. Тому основну увагу приділено дослідженю поперечного розподілу амплітуди світлової хвилі, що пройшла через цей інтерферометр (резонатор).

Оптична система пасивного резонатора приведена на рис. 1, вона має два сферичних дзеркала радіусів  $R_1$  і  $R_2$ , розташованих на відстані  $l$  одне від одного. Амплітудні коефіцієнти пропускання  $t_1(x_1)$  і  $t_2(x_2)$  і відбиття  $\rho_1(x_1)$  і  $\rho_2(x_2)$  дзеркал в параксиальній області оптичної системи описуються залежностями:

$$t_1(x_1) = t_1 \cdot e^{\frac{j k}{R_1} x_1^2}, \quad (2)$$

$$\rho_1(x_1) = \rho_1 \cdot e^{-\frac{j k}{R_1} x_1^2}, \quad (3)$$

$$t_2(x_2) = t_2 \cdot e^{\frac{j k}{R_2} x_2^2}, \quad (4)$$

$$\rho_2(x_2) = \rho_2 \cdot e^{-\frac{j k}{R_2} x_2^2}, \quad (5)$$

де  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – хвильове число.

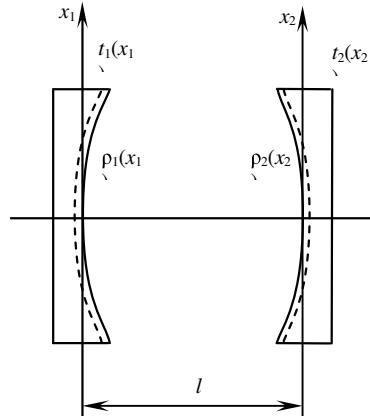


Рис. 1. Оптична схема відкритого пасивного резонатора

Відповідно до дифракційної теорії поширення когерентного монохроматичного випромінювання, розподіл комплексних амплітуд світлої хвилі в двох площинах, розділених прошарком вільного простору товщини  $l$ , визначається оператором перетворення Френеля [6]:

$$U(x_2) = \sqrt{\frac{1}{j \lambda l}} \int_{-\infty}^{\infty} U(x_1) \cdot e^{\frac{j k}{2l}(x_2 - x_1)^2} dx_1 = \Phi \{U(x_1)\} \quad .(6)$$

Це дозволяє визначити світлове поле на виході резонатора як суму вхідного поля і багаторазово відбитих світлових хвиль від поверхонь дзеркал при кожному подвійному проходженні хвилею резонатора, що може бути описано наступною залежністю

$$\begin{aligned}
U_{aux}(x_2) &= \Phi \{ U_{ax}(x_1) \cdot t_1(x_1) \} \cdot t_2(x_2) + \\
&+ \Phi \{ \Phi \{ U_{ax}(x_1) \cdot t_1(x_1) \} \cdot p_2(x_2) \} \cdot p_1(x_1) \} \cdot t_2(x_2) + \\
&+ \Phi \{ \Phi \{ \Phi \{ U_{ax}(x_1) \cdot t_1(x_1) \} \cdot p_2(x_2) \} \times \\
&\times p_1(x_1) \} \cdot p_2(x_2) \} \cdot p_1(x_1) \cdot t_2(x_2) + \dots = \\
&= t_2(x_2) \times \\
&\times \Phi \{ U_{ax}(x_1) \cdot t_1(x_1) + p_1(x_1) \cdot \Phi \{ p_2(x_2) \} \times \\
&\times \Phi \{ U_{ax}(x_1) \cdot t_1(x_1) + p_1(x_1) \cdot \Phi \{ p_2(x_2) \} \\
&\times \Phi \{ U_{ax}(x_1) \cdot t_1(x_1) + \dots \} \} \} \dots \}
\end{aligned} \quad (7)$$

і також подано у виді графа на рис. 2, який відображає послідовність утворення світлової хвилі на виході резонатора у виді суми подвійних перетворень Френеля. З виразу (7) видно, що кожний такий доданок дорівнює подвійному перетворенню Френеля від попереднього доданку і може бути поданий аналітичною залежністю:

$$U_i(x'_2) = \Phi \{ \Phi \{ U_{i-1}(x_2) \cdot p_2(x_2) \} p_1(x_1) \}. \quad (8)$$

Підставивши в (8) залежності (2) – (5), отримаємо:

$$\begin{aligned}
U_i(x'_2) &= \sqrt{\left(\frac{1}{j\lambda l}\right)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_{i-1}(x_2) \cdot e^{\frac{jk}{2l}(x_2 - x_1)^2} \times \\
&\times p_2 e^{-j\frac{k}{R_2}x_2^2} \cdot p_1 e^{-j\frac{k}{R_1}x_1^2} \cdot e^{\frac{jk}{2l}(x_1 - x'_2)^2} dx_2 dx_1
\end{aligned}$$

а помінявши місцями порядок інтегрування по змінним  $x_1$  та  $x_2$ , отримаємо:

$$\begin{aligned}
U_i(x'_2) &= \frac{1}{j\lambda l} \int_{-\infty}^{\infty} U_{i-1}(x_2) \cdot e^{-j\frac{k}{R_2}x_2^2} \cdot p_1 p_2 \times \\
&\times \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\frac{k}{R_1}x_1^2} \cdot e^{\frac{jk}{2l}(x_2 - x_1)^2} \cdot e^{\frac{jk}{2l}(x_1 - x'_2)^2} dx_1 dx_2
\end{aligned} \quad (9)$$

Використавши відомий табличний інтеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(ax^2 - bx)} dx = \sqrt{\frac{\pi}{ja}} \cdot e^{\frac{jb^2}{4a}}, \quad (10)$$

внутрішній інтеграл по змінній  $x_1$  у виразі (9) запишемо в такому вигляді:

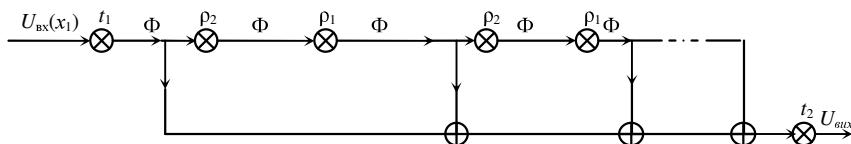


Рис. 2. Структурний граф перетворення світлової хвилі в пасивному резонаторі

$$\begin{aligned}
&\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\frac{k}{R_1}x_1^2} \cdot e^{\frac{jk}{2l}(x_2 - x_1)^2} \cdot e^{\frac{jk}{2l}(x_1 - x'_2)^2} dx_1 = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\frac{k}{R_1}x_1^2} \cdot e^{\frac{jk}{2l}x_2^2} \cdot e^{\frac{jk}{2l}x_1^2} \cdot e^{-j\frac{k}{l}x_1 x_2} \times \\
&\times e^{\frac{jk}{2l}x_1^2} \cdot e^{\frac{jk}{2l}x_2^2} \cdot e^{-j\frac{k}{l}x_1 x'_2} dx_1 = \\
&= \sqrt{\frac{\pi}{jk\left(\frac{1}{l} - \frac{1}{R_1}\right)}} \cdot e^{\frac{jk}{2l}(x_2^2 + x'_2^2)} \cdot e^{-j\frac{k^2(x_2 + x'_2)^2}{l^2 4k\left(\frac{1}{l} - \frac{1}{R_1}\right)}}
\end{aligned} \quad (11)$$

Підставивши цей вираз в (9), одержимо:

$$\begin{aligned}
U_i(x'_2) &= \frac{1}{j\lambda l} \int_{-\infty}^{\infty} U_{i-1}(x_2) \cdot e^{-j\frac{k}{R_2}x_2^2} \cdot p_1 p_2 \times \\
&\times \sqrt{\frac{\pi l R_1}{jk(R_1 - l)}} \cdot e^{\frac{jk}{2l}(x_2^2 - x'_2^2)} \cdot e^{-j\frac{kR_1}{4l(R_1 - l)}(x_2^2 + x'_2)^2} dx_2
\end{aligned}$$

а, виконавши низку проміжних алгебраїчних перетворень, отримуємо наступний вираз:

$$\begin{aligned}
U_i(x'_2) &= \alpha \cdot e^{\frac{jk(R_1 - 2l)}{4l(R_1 - l)}x'_2} \times \\
&\times \int_{-\infty}^{\infty} U_{i-1}(x_2) \cdot e^{jk\left(\frac{R_1 - 2l}{4l(R_1 - l)} - \frac{1}{R_2}\right)x_2^2} \cdot e^{-j\frac{kR_1}{2l(R_1 - l)}x_2 x'_2} dx_2
\end{aligned}$$

де

$$\alpha = p_1 p_2 \cdot \sqrt{\frac{\pi l R_1}{-jk(R_1 - l)}} \cdot \frac{1}{j\lambda l} = p_1 p_2 \cdot \sqrt{\frac{R_1}{j2\lambda l(R_1 - l)}}.$$

Вираз (12) описує розподіл комплексних амплітуд світлової хвилі на другому дзеркалі після подвійного проходу резонатора світловими пучком. Тому при кожному наступному подвійному проході пучком резонатора, розподіл комплексних амплітуд світлової хвилі, що описується  $i$ -тим доданком в (7), можна визначити через  $i-1$  доданок, виконавши над ним оператор (12).

З виразу (12) також випливає, що в залежності від конфігурації резонатора (співвідношення геометричних параметрів  $R_1$ ,  $R_2$  та  $l$ ) при кожному подвійному проході його світлою хвилею над пучком виконується перетворення Френеля або Фур'є, сформовані в площині другого дзеркала. Масштаб цих перетворень залежить від радіусів дзеркал і

довжини хвилі  $\lambda$  випромінювання. Тому розглянемо деякі окрім випадки виразу (12) і визначимо конфігурації резонаторів, в яких вони можуть бути реалізовані.

### **Умови генерування поперечних мод випромінювання**

Перетворення Фур'є над світловим пучком при подвійному проході резонатора здійснюється тоді й тільки тоді, коли

$$e^{jk\left(\frac{R_1-2l}{4l(R_1-l)}-\frac{1}{R_2}\right)x_2^2}=1, \quad (13)$$

або

$$\frac{R_1-2l}{4l(R_1-l)}-\frac{1}{R_2}=0;$$

звідки

$$R_2=4l\frac{R_1-l}{R_1-2l}. \quad (14)$$

А також

$$e^{jk\frac{R_1-2l}{4l(R_1-l)}x_2^2}=1,$$

звідки

$$\frac{R_1-2l}{4l(R_1-l)}=0, \quad (15)$$

що досягається при  $R_1=2l$ , або  $l=\frac{R_1}{2}$ .

Підставивши це співвідношення в (15), одержимо  $R_2=\infty$ .

Таким чином, перетворення Фур'є над світловим пучком у пасивному резонаторі здійснюється при  $R_2=\infty$  і  $R_1=2l$ , тобто в напівконфокальному резонаторі, схему оптичної системи якого приведено на рис. 3, а, а вираз (12) для нього може бути спрощений і поданий в такому виді:

$$R_2(R_1-2l)=4l(R_1-l),$$

або при  $R_1=R_2=R$ , одержимо

$$4l^2-6Rl+R^2=0, \quad (16)$$

звідки отримаємо квадратне рівняння відносно  $l_{1,2}=\frac{R\cdot(3\pm\sqrt{5})}{4}$ , тобто  $l_1=1,31R$  та  $l_2=0,19R$ .

Таким чином, перетворення Фур'є хвилі при подвійному проході резонатора здійснюється також і в оптичних системах резонаторів, схеми яких приведені на рис.3, б і в.

### **Синтез схем резонаторів**

Проте в резонаторах, схеми яких приведені на рис.3, б і в, спостерігаються квадратичні фазові викривлення формованого Фур'є-образу, оскільки квадратичний фазовий спів множник перед інтегралом у виразі (12) не дорівнює одиниці. Ці викривлення переворні тільки в напівконфокальному резонаторі, схема якого приведена на рис.3, а, а вираз (12) для нього може бути спрощений і поданий в такому виді:

$$U(x'_2)=\rho_1\rho_2\cdot\sqrt{\frac{j\lambda R}{2}}\cdot\frac{1}{j\lambda l}\times, \quad (17)$$

$$\times\int_{-\infty}^{\infty}U_{i-1}(x_2)\cdot e^{-j\frac{k}{\lambda R}2x_2x'_2}dx_2=\alpha\cdot F\{U_{i-1}(x_2)\}$$

$$\text{де } \alpha=\rho_1\rho_2\cdot\sqrt{\frac{j\lambda R}{2}}\cdot\frac{1}{j\lambda l}=\rho_1\rho_2\cdot\sqrt{-\frac{jR}{2\lambda l^2}}. \quad (18)$$

Підставивши (18) у (7), отримаємо:

$$U_{aux}(x_2)=t_2(x_2)\cdot\Phi\{U_{ex}(x_1)\cdot t_1(x_1)+\alpha\cdot F\{U_{ex}(x_1)\cdot t_1(x_1)\}+\alpha^2\cdot F\{F(U_{ex}(x_1)\cdot t_1(x_1))\}+\alpha^3\cdot F\{F\{F(U_{ex}(x_1)\cdot t_1(x_1))\}\}+\dots+\alpha^N\cdot F_N\{U_{ex}(x_1)\cdot t_1(x_1)\},$$

а використавши теорему про  $N$ -кратне перетворення Фур'є:

$$U_{aux}(x_2)=t_2(x_2)\cdot\Phi\{U_{ex}(x_1)\cdot t_1(x_1)+\alpha\cdot U_{ex}(x'_1)\otimes T_1(x_1)+\alpha^2 U_{ex}(x_1)\cdot t_1(x_1)+\alpha^3 U_{ex}(x'_1)\otimes T_1(x'_1)+\alpha^4 U_{ex}(x_1)\cdot t_1(x_1)+\alpha^5 U_{ex}(x'_1)\otimes T_1(x'_1)+\dots+\alpha^{2(N-1)}\cdot U_{ex}(x_1)\cdot t_1(x_1)+\alpha^{2(N-1)} U_{ex}(x'_1)\otimes T_1(x'_1)\}. \quad (19)$$

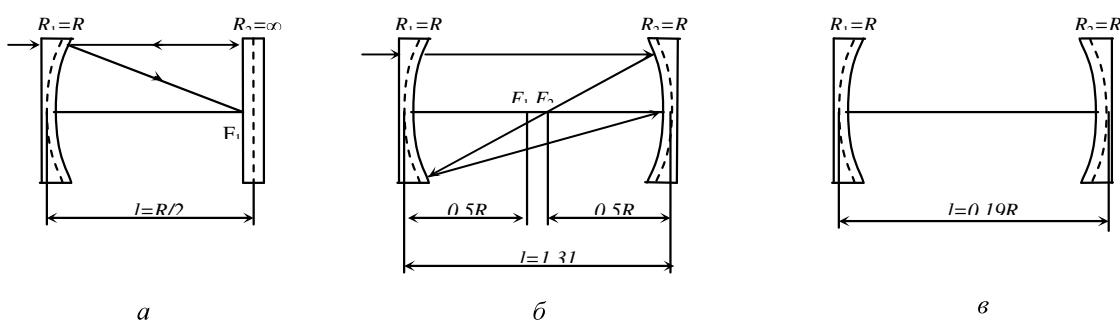


Рис. 3. Схеми оптичних систем пасивних резонаторів

В отриманому виразі (19) доданки у фігурних дужках під оператором Френеля є сумаю двох геометричних прогресій для вхідного сигналу і

$$U = U_{ex}(x_1) \cdot t_1(x_1) \left[ 1 + \alpha^2 + \alpha^4 + \alpha^6 + \dots + \alpha^{2(N-1)} \right] = U_{ex}(x_1) \cdot t_1(x_1) \cdot \frac{1 - \alpha^{4(N-1)}}{1 - \alpha^2}; \quad (20)$$

$$U = U_{ex}(x'_1) \otimes T_1(x) \left[ \alpha + \alpha^3 + \alpha^5 + \alpha^7 + \dots + \alpha^{2N-1} \right] = U_{ex}(x'_1) \otimes T_1(x'_1) \cdot \frac{1 - \alpha^{4N-2}}{1 - \alpha^2}. \quad (21)$$

Спростимо вираз (19):

$$U_{aux}(x_2) = t_2(x_2) \cdot \Phi \left\{ \frac{1 - \alpha^{4(N-1)}}{1 - \alpha^2} \cdot U_{ex}(x_1) t_1(x_1) + \dots + \frac{1 - \alpha^{2(2N-1)}}{1 - \alpha^2} U_{ex}(x'_1) \otimes T_1(x'_1) \right\}, \quad (22)$$

а до того ж для  $N > 1$  можна приблизно прийняти, що  $4(N-1) \approx 2(2N-1)$ , тоді

$$U_{aux}(x_2) = \frac{1 - \alpha^{2(2N-1)}}{1 - \alpha^2} \cdot t_2(x_2) \cdot \Phi \{ U_{ex}(x_1) t_1(x_1) + U_{ex}(x'_1) \otimes T_1(x'_1) \}. \quad (23)$$

Отриманий вираз (23) описує розподіл комплексних амплітуд світлою хвилі на виході пасивного напівконфокального резонатора, виконаного за схемою інтерферометра Фабрі-Перо. Враховуючи, що друге дзеркало такого резонатора є плоским, а досліджене світлове поле вводиться в нього з боку сферичного дзеркала, то  $t_2(x_2) = \text{const}$ , а тому запишемо (23) у наступному вигляді:

$$U_{aux}(x_2) = \frac{1 - \alpha^{2(2N-1)}}{1 - \alpha^2} \cdot \Phi \{ U_{ex}(x_1) t_1(x_1) + U_{ex}(x'_1) \otimes T_1(x'_1) \}, \quad (24)$$

або

$$U_{aux}(x_2) = \frac{1 - \alpha^{2(2N-1)}}{1 - \alpha^2} \cdot \Phi \{ U_{ex}(x_1) t_1(x_1) + \int_{-\infty}^{\infty} U(x_1) t(x_1) e^{-\frac{4\pi}{\lambda R} x_1 x'_1} dx_1 \}. \quad (25)$$

Вираз у фігурних дужках під знаком оператора Френеля – це однорідне інтегральне рівняння Фредгольма другого роду при рівності нулю поля в окремих точках площини  $x_2 y_2$ . Рішеннями такого рівняння є власні функції Гаусса-Ерміта  $m$ -го порядку, що описують форму поля на виході активного резонатора лазерів. Отже, незалежно від виду (форми)  $U_{ex}(x_1)$  вхідного поля на виході пасивного резонатора формуються вищі поперечні моди генерації, що описуються функціями Гаусса-Ерміта:

$$U_n(x) = \frac{1}{\sqrt{n! 2^{n+1} \sqrt{\pi}}} \cdot \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right) \cdot H_n \left( \frac{x\sqrt{2}}{\omega} \right) \cdot e^{-\frac{x^2}{\omega^2}}. \quad (26)$$

Порядок  $n$  такої моди визначається геометричними розмірами  $l$  і  $R$  резонатора, а також кутовою юстировкою його дзеркал. Так, при нахилі вхідного дзеркала на малий кут  $\theta$ , його амплітудний коефіцієнт відбиття описується виразом:

$$p_2(x_2) = p_1 e^{-j \frac{k}{R^2} x_2^2 - j k \theta x_2}, \quad (27)$$

підставивши який у перший інтеграл співвідношення (9), отримаємо

його Фур'є-образу, відповідно. Визначимо суму кожного із них:

$$U_i(x_2) = \frac{1}{j\lambda l} U_{i-1}(x_2) p_1 p_2 e^{-j \frac{k}{R_2} x_2^2 - j k \theta x_2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j \frac{k}{R_1} x_1^2} \times$$

$$\times e^{\frac{jk}{2l} (x_2 - x_1)^2} \cdot e^{\frac{jk}{2l} (x_1 - x'_2)^2} dx_1 dx_2. \quad (28)$$

Внутрішній інтеграл по змінній  $x_1$  був обчислений раніше і описується співвідношенням (11), підставивши яке у (28) і виконавши ряд проміжних тригонометричних перетворень, запишемо його в такому виді:

$$U(x'_2) = a^{\frac{jk(R_1-2l)}{4l(R_1-l)} x_2^2} \int_{-\infty}^{\infty} U_{i-1}(x_2) \cdot e^{jk \left( \frac{(R_1-2l)}{4l(R_1-l)} - \frac{1}{R_2} \right) x_2^2} \times$$

$$\times e^{-jk \frac{kR_1}{2l(R_1-l)} x_2 x'_2} dx_2. \quad (29)$$

Аналогічно, як і в розглянутому випадку, перетворення Фур'є й усунення в ньому квадратичних фазових спотворень досягається при

$$e^{jk \left( \frac{(R_1-2l)}{4l(R_1-l)} - \frac{1}{R_2} \right) x_2^2} = 1,$$

звідки

$$R_2 = 4l \frac{R_1 - l}{R_1 - 2l}, \quad (30)$$

та

$$e^{jk \frac{R_1 - 2l}{4l(R_1 - l)} x_2^2} = 1,$$

звідки  $R_1 = 2l$ , а співвідношення (29) може бути подане в такому виді:

$$U(x'_2) = a \int_{-\infty}^{\infty} U_{i-1}(x_2) e^{-jk0x_2} e^{-jk2x_2 x'_2} dx_2 =$$

$$= a \int_{-\infty}^{\infty} U_{i-1}(x_2) e^{-jk \left( \theta_2 + \frac{2x'_2}{R} \right) x_2} dx_2 = a U_{i-1} \left( \theta + \frac{2x'_2}{R} \right), \quad (31)$$

на підставі теореми про зсув Фур'є - образу.

Таким чином, із (31) випливає, що розподіл поля на вихідному дзеркалі резонатора є Фур'є - образом цього ж поля до подвійного проходу резонатора світлою хвилею. Тобто, при кожному подвійному проході резонатора реалізується оператор Фур'є - перетворення над полем.

Далі на рис. 4 наведено фотографії вищих поперечних мод лазерного випромінювання, які отримано за допомогою пасивного резонатора, встановленого в пучку випромінювання лазера ЛГН-105.

Пасивними резонаторами використовувались резонатори від лазерів ЛГ-78, виготовлені в монолітному кварцевому корпусі.

**Висновки**

1. Теоретично і експериментально доведено можливість генерації вищих поперечних мод лазерного випромінювання за допомогою пасивних резонаторів, фазово узгоджених з активним резонатором генеруючого лазера.

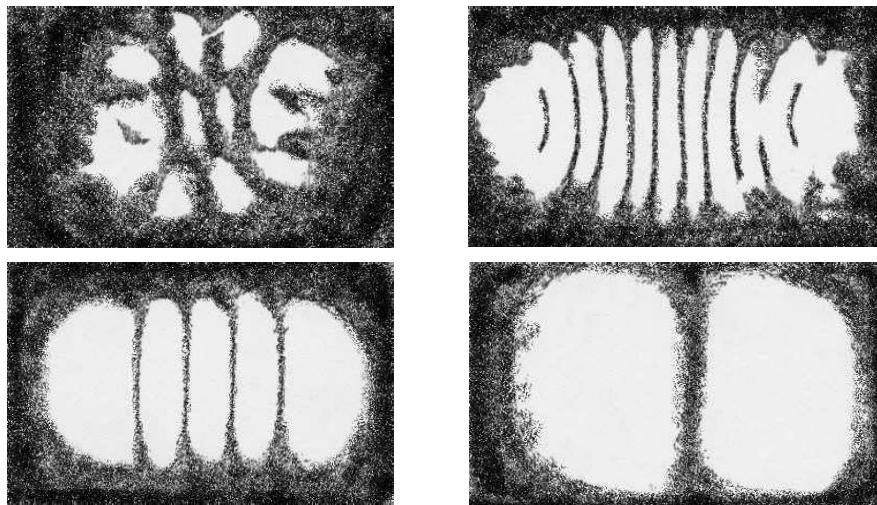


Рис. 4. Конфігурації вищих мод випромінювання на виході пасивного резонатору

3. Аналітично показано функціональну операцію диференціювання спектрального поля при освітленні вхідного сигналу випромінюванням з вищими поперечними модами.  
4. Наступні розробки дозволять реалізувати алгоритм функціонування лазерних інформаційно-вимірювальних систем контролю параметрів якості обробки прецизійних деталей приладобудування [12, 13, 14]. Такі засоби дозволяють підвищити ефективність багатьох сучасних обробних комплексів.

**Література**

1. Применение методов Фурье-оптики / Под ред. Г. Старка; пер. с англ. под ред. И. Н. Компанца. – М.: Радио и связь, 1988. – 536 с.
2. Кейсесент Д. Оптическая обработка информации / Д. Кейсесент; пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 350 с.
3. Гудмен Дж. Введение в Фурье-оптику / Дж. Гудмен; пер. с англ. – М.: Мир, 1970. – 364 с.
4. Yu Francis T. S. Introduction to diffraction, information processing, and holography. The MIT Press. Cambridge, Massachusetts, and London, England, 1973.
5. Акаев А. А. Оптические методы обработки информации / А. А. Акаев, С. А. Майоров. – СПБ.: СПбГУ ИТМО, 2005. – 260 с.
6. O'Shea D. C. Diffractive Optics Design, Fabrication and Test / D. C. O'Shea, T. J. Suleski, A. D. Kathman, D. W. Prather.– SPIE PRESS, Washington USA, 2005. – 238 p.
7. Saleh Bahaa E. A. Fundamentals of photonics / E. A. Saleh Bahaa and C.T. Malvin. – New York: Wiley, 1991. – 948 p.
8. Kolobrodov V. G. The problems of designing coherent spectrum analyzers / V. G. Kolobrodov, G. S. Tymchik, Q. A. Nguen // Proc. SPIE. – Vol. 9066. – 2013. – pp. 90660Z-1 – 906607N-7.
9. Вайнштейн Л. А. Открытые резонаторы и открытые волноводы (монография). – М.: Сов. Радио, 1966. – 243 с.
10. Ищенко Е. Ф. Открытые оптические резонаторы (монография). – М.: Сов. радио, 1980. – 218 с.
11. Жиглинский А. Г. Реальный интерферометр Фабри-Перо (монография) / А. Г. Жиглинский, В. В. Кучинский. – Л.: Машиностроение, 1983. – 175 с.
12. Zhang Lei, Zhong Xing, Jin Guang. Design of high resolution Fourier transform lens // Proc. of SPIE. – 2007. – Vol. 6722. – pp. 672211-1 – 672211-6.
13. US Patent 4866360. S. D. Kolomeets, A. J. Krivoshlykov, V. A. Ostafiev, Tymchik G. S. Cutting process control system for CNC metal cutting machine tools. 1989.
14. Ostafiev V. A. Laser diffraction method of surface roughness measurement / V. A. Ostafiev, S. P. Sakhno, G. S Tymchik, S. V. Ostafiev // Journal of materials processing technology. (1997/1/31). – vol. 63, issue 1, pp. 871-874. Publ. Elsevier.

УДК 537.7

**Г. С. Тимчик***Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського», г. Київ, Україна***ГЕНЕРИРОВАНИЕ ПОПЕРЕЧНЫХ МОД КОГЕРЕНТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПАССИВНЫМ РЕЗОНАТОРОМ**

В данной работе получена и исследована аппаратная функция (АФ) интерферометра Фабри-Перо со сферическими зеркалами, используемая в качестве пассивного оптического резонатора для селекции поперечных мод высших порядков в исходном пучке излучения лазера. Основное внимание уделено исследованию поперечного распределения амплитуды световой волны, прошедшей через этот интерферометр (резонатор). За счет использования сферических зеркал операционные свойства оптических систем когерентных спектроанализаторов могут быть значительно расширены путем освещения входного сигнала излучением, содержащим высшие моды Гаусса-Эрмита или Гаусса-Лаггера.

Обоснованы условия фазового согласования резонаторов и предложены схемы пассивных резонаторов для генерации высших поперечных мод излучения.

Экспериментально сформированы пучки когерентного излучения, содержащие высшие поперечные моды.

**Ключевые слова:** моды, световая волна, резонатор, когерентные спектроанализаторы, интерферометр.

**G. S. Tymchik***National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine***GENERATING THE TRANSVERSE MODES OF COHERENT RADIATION BY PASSIVE RESONATOR**

In this paper we give results of investigation of Fabry-Perot-type spherical mirrors interferometer hardware feature (HF), being used as a passive optical resonator for the selection of transverse higher-order modes in original beam of laser radiation. The major attention was focused on examining the transverse distribution of amplitude of light wave, passing through a given interferometer (resonator). By using the spherical mirrors, the operational properties of coherent spectrum analyzer optical systems can be extended considerably by means of illuminating the input signal with radiation, containing Gaussian-Hermite or Gaussian-Laguerre modes. The criteria of phase adjusting of a given resonator were grounded and the layouts of passive resonator for generating the transverse higher-order modes of radiation were proposed.

Furthermore, it was demonstrated that while illuminating the input signal by the light beams, on the output plane of spectrum analyzer the differential of Fourier transform is developed

Experimentally, the beams of coherent radiation, containing higher transverse modes were formed.

**Keywords:** modes, light wave, resonator, coherent spectrum analyzer, interferometer.

*Надійшла до редакції  
05 жовтня 2016 року*

*Рецензовано  
19 жовтня 2016 року*

© Тимчик Г. С., 2016