

**СОВМЕСТНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ И СЕГМЕНТАЦИЯ
НЕОДНОРОДНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПОЛЕЙ С
ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНО КОРРЕЛИРОВАННЫМИ ТЕКСТУРАМИ**

Вишневый С.В., Жук С.Я.

Введение. Постановка задачи

Для задачи сегментации изображений могут применяться различные признаки, которые выступают в качестве критериев однородности. Наиболее распространенными такими критериями являются интенсивность, цвет, текстура и т.д. Учитывая важность текстуры как элемента визуального восприятия, сегментация изображений на основе текстурных характеристик представляется актуальной задачей машинного зрения и анализа случайных полей [1]. Для формирования текстур с различными корреляционными свойствами в настоящее время используются двумерные авторегрессионные модели [2].

Широкое применение для описания однородных участков изображений находят случайные поля с экспоненциальной корреляционной функцией вида [3]

$$R(\Delta_1, \Delta_2) = \sigma^2 \rho_1^{|\Delta_1|} \rho_2^{|\Delta_2|}, \quad (1)$$

где Δ_1, Δ_2 - приращения в горизонтальном и вертикальном направлении соответственно; ρ_1, ρ_2 - коэффициенты корреляции по столбцам и строкам; σ^2 - дисперсия случайного поля.

Математическая модель текстуры j -го типа случайного поля с экспоненциальной корреляционной функцией с учетом граничных условий описывается следующими выражениями [4]

$$s(1,1) = \sigma_j \omega(1,1); \quad (2)$$

$$s(1,m) = \rho_{1j} s(1,m-1) + \sigma_j \sqrt{1 - \rho_{1j}^2} \omega(1,m); \quad (3)$$

$$s(n,1) = \rho_{2j} s(n-1,1) + \sigma_j \sqrt{1 - \rho_{2j}^2} \omega(n,1); \quad (4)$$

$$s(n,m) = \rho_{1j} s(n,m-1) + \rho_{2j} s(n-1,m) - \rho_{1j} \rho_{2j} s(n-1,m-1) + \sigma_j \sqrt{(1 - \rho_{1j}^2)(1 - \rho_{2j}^2)} \omega(n,m), \quad (5)$$

где $s(n,m)$ - случайное поле сигнала; ρ_{1j}, ρ_{2j} - коэффициенты корреляции и СКО текстуры j -го типа случайного поля $j = \overline{1, L}$; $\omega(n,m)$ - некоррелированный гауссовский шум $N(0,1)$.

Для описания структуры модели изображения, применяемой при фор-

мировани точки $s(n, m)$ вводиться дискретний параметр $a_j(n, m)$, $j = \overline{1, L}$. Случайный механизм перехода между различными структурами модели можно описать условной вероятностью $P(a_j(n, m) / a_i(n, m - 1), a_\alpha(n - 1, m))$ [2]. Вид модели, определяющий точку $s(n, m)$, зависит от структур, которые применяются для формирования отсчетов $s(n, m - 1)$, $s(n - 1, m)$.

Уравнение наблюдения поля на фоне некоррелированного гауссовского шума имеет вид

$$y(n, m) = hs(n, m) + v(n, m), \quad (6)$$

где $y(n, m)$ - случайное поле измерений; $v(n, m)$ - некоррелированная гауссовская ошибка измерения $N(0, \sigma_v^2)$.

Изображения, которые описываются моделью (2)...(5) на практике имеют конечные размеры $n = \overline{1, N}$, $m = \overline{1, M}$. Запишем уравнения (2)...(6) в векторно-матричной форме [2, 5]

$$x(1, 1) = \sigma_j \omega(n, m); \quad (7)$$

$$x(1, m) = F_{1j} x(1, m - 1) + G_{1j} \omega(1, m); \quad (8)$$

$$x(n, 1) = F_{2j} x(n - 1, 1) + G_{2j} \omega(n, 1); \quad (9)$$

$$x(n, m) = F_j x(n, m - 1) + G_j \omega(n, m); \quad (10)$$

$$y(n, m) = Hx(n, m - 1) + v(n, m), \quad (11)$$

где $x^T(n, m) = (s(n, m), s(n, m - 1), \dots, s(n - 1, m))$ - вектор состояния, который включает $M + 1$ отсчет случайного поля на n -й и $n - 1$ -й строках;

$H = [h, 0, \dots, 0]$; $G_{1j} = \sigma_j \sqrt{1 - \rho_{1j}^2}$, $G_{2j} = \sigma_j \sqrt{1 - \rho_{2j}^2}$, $G_j = \sigma_j \sqrt{(1 - \rho_{1j}^2)(1 - \rho_{2j}^2)}$;

$$F_{1j} = \begin{bmatrix} \rho_{1j} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad F_{2j} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & \rho_{2j} & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad F_j = \begin{bmatrix} \rho_{1j} & 0 & \dots & \rho_{2j} & -\rho_{1j}\rho_{2j} \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

При точно известных значениях $a_j(n, m)$, $j = \overline{1, L}$, уравнения (2)...(5) описывают марковскую последовательность $x(n, m)$. Следует отметить, что параметр $a_j(n, m)$ представлен в виде сложной цепи Маркова M -го порядка, которая в свою очередь является частным случаем простой M -мерной цепи Маркова $A(n, m) = (a_j(n, m), a_i(n, m - 1), \dots, a_\beta(n - 1, m + 1))$ [2].

Теоретическое обоснование

Используя аппарат смешанных марковских процессов в дискретном времени и следуя методике, приведенной в [2], можно показать, что оптимальный алгоритм совместной фильтрации непрерывного $x(n, m)$ и дискретного $a_j(n, m)$ компонентов описывается выражениями

$$W^*(x(n, m), A(n, m)) = \sum_{\alpha} \Pi(a_j(n, m) / a_i(n, m - 1), a_{\alpha}(n - 1, m)) \times \quad (12)$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(x(n, m) / x(n, m - 1), a_j(n, m)) W(x(n, m - 1), A(n, m - 1)) dx(n, m - 1);$$

$$W(x(n, m), A(n, m)) = P(y(n, m) / x(n, m), a_j(n, m)) W^*(x(n, m), A(n, m)) / \quad (13)$$

$$/ P(y(n, m) / Y(n, m - 1)),$$

где $W(x(n, m), A(n, m))$, $W^*(x(n, m), A(n, m))$ - совместные апостериорная и экстраполированная плотности вероятности смешанного процесса; $\Pi(x(n, m) / x(n, m - 1), a_j(n, m))$ - условная плотность вероятности перехода; $P(y(n, m) / x(n, m), a_j(n, m))$ - одношаговая функция правдоподобия; $A(n, m - 1) = (a_i(n, m - 1), \dots, a_{\beta}(n - 1, m + 1), a_{\alpha}(n - 1, m))$; $Y(n, m - 1) = y(0, 1), \dots, y(n, m - 1)$ - последовательность наблюдений; $P(y(n, m) / Y(n, m - 1))$ - условная плотность вероятности, которая определяется следующим образом

$$P(y(n, m) / Y(n, m - 1)) = \sum_{A(n, m)} \int_{-\infty}^{\infty} P(y(n, m) / x(n, m), a_j(n, m)) \times \quad (14)$$

$$\times W^*(x(n, m), A(n, m)) dx(n, m);$$

Оптимальный алгоритм совместной фильтрации (12), (13) относится к классу алгоритмов прямой интерполяции на заданном скользящем интервале длиной $M + 1$ отсчетов, так как в нем на основании измерения $y(n, m)$ выполняется совместная фильтрация текущего значения изображения $s(n, m)$ и вида структуры $a_j(n, m)$. Также, оптимальный алгоритм проводит уточнение более ранних значений $s(n, m - 1), \dots, s(n - 1, m)$ и $a_i(n, m - 1), \dots, a_{\beta}(n - 1, m + 1)$.

Следует отметить, что реализация оптимального алгоритма (12), (13) требует значительных вычислительных затрат и на существующих ЭВМ не представляется возможной. Квазиоптимальный алгоритм совместной фильтрации и сегментации неоднородных случайных полей может быть получен на основе подхода, рассмотренного в монографии [2].

Задача фильтрации случайного поля, которое описывается моделью (2)...(5) состоит из трех алгоритмов, которые между собой взаимосвязаны. Основываясь на уравнениях (7), (8), (11), формируется одномерный квазиоптимальный фильтр, для оценивания отсчетов поля вдоль первой строки [2]. Уравнения (9), (11) используются для построения алгоритма квазиоптимальной фильтрации при переходе между соседними строками изображения, который также является одномерным.

Непосредственно двумерный квазиоптимальный алгоритм фильтрации

синтезується на основі моделі (9), (10) путем гауссової апроксимації апостеріорної щільності ймовірності неперервного компонента $W(x(n, m))$ і описується вираженнями

$$W^*(A(n, m)) = \sum \Pi(a_j(n, m) / a_i(n, m - 1), a_\alpha(n - 1, m)) W(A(n, m - 1)); \quad (15)$$

$$x_j^*(n, m) = F_j \mathfrak{X}(n, m - 1); \quad (16)$$

$$P_j^*(n, m) = F_j \mathfrak{P}(n, m - 1) F_j^T + G_j G_j^T; \quad (17)$$

$$K_j(n, m) = P_j^*(n, m) H^T (H P_j^*(n, m) H^T + \sigma_v^2(n, m))^{-1}; \quad (18)$$

$$\mathfrak{P}_j(n, m) = P_j^*(n, m) - K_j(n, m) H P_j^*(n, m); \quad (19)$$

$$\mathfrak{X}_j(n, m) = x_j^*(n, m) + K_j(n, m) (y(n, m) - H x_j^*(n, m)); \quad (20)$$

$$W(A(n, m)) = P(y(n, m) / a_j(n, m), Y(n, m - 1)) \times \quad (21)$$

$$\times W^*(A(n, m)) / P(y(n, m) / Y(n, m - 1));$$

$$W(a_j(n, m)) = \sum_{A(n, m) \neq j} W(A(n, m)); \quad (22)$$

$$\mathfrak{X}(n, m) = \sum_j W(a_j(n, m)) \mathfrak{X}_j(n, m); \quad (23)$$

$$\mathfrak{P}(n, m) = \sum_j W(a_j(n, m)) (\mathfrak{P}_j(n, m) + (\mathfrak{X}_j(n, m) - \mathfrak{X}(n, m)) \times \quad (24)$$

$$\times (\mathfrak{X}_j(n, m) - \mathfrak{X}(n, m))^T),$$

где $x_j^*(n, m)$, $\mathfrak{X}_j(n, m)$ - векторы прогноза и оценки; $P_j^*(n, m)$, $\mathfrak{P}_j(n, m)$ - корреляционные матрицы ошибок прогноза и оценки, $K_j(n, m)$ - коэффициент усиления j -го канала фильтра; $W^*(A(n, m))$, $W(A(n, m))$ - экстраполированная и апостеріорная плотности вероятности $A(n, m)$, $j = \overline{1, L}$; $P(y(n, m) / a_j(n, m), Y(n, m - 1))$ - является гауссовской $N(H(n, m)x_j^*(n, m), \sigma_j^2(n, m))$, при этом

$$\sigma_j^2(n, m) = H(n, m) P_j^*(n, m) H^T(n, m) + \sigma_v^2(n, m);$$

$P(y(n, m) / Y(n, m - 1))$ - является нормирующим множителем

$$P(y(n, m) / Y(n, m - 1)) = \sum_{j=1}^L P(y(n, m) / a_j(n, m), Y(n, m - 1)) W^*(A(n, m)).$$

Результаты экспериментальных исследований

Анализ алгоритма проведен на модельном примере при помощи статистического моделирования на ЭВМ при $j = 2$; размеры поля $N = 20$, $M = 20$; параметры текстуры: $\sigma_1 = 1$; $\sigma_2 = 3$; $\sigma_v = 0.5$; $\rho_{11} = 0.95$;

$\rho_{12} = 0.3$; $\rho_{21} = 0.95$; $\rho_{22} = 0.3$; $h = 1$. На рис.1 показана реалізація випадкового поля, що складається з двох текстур.

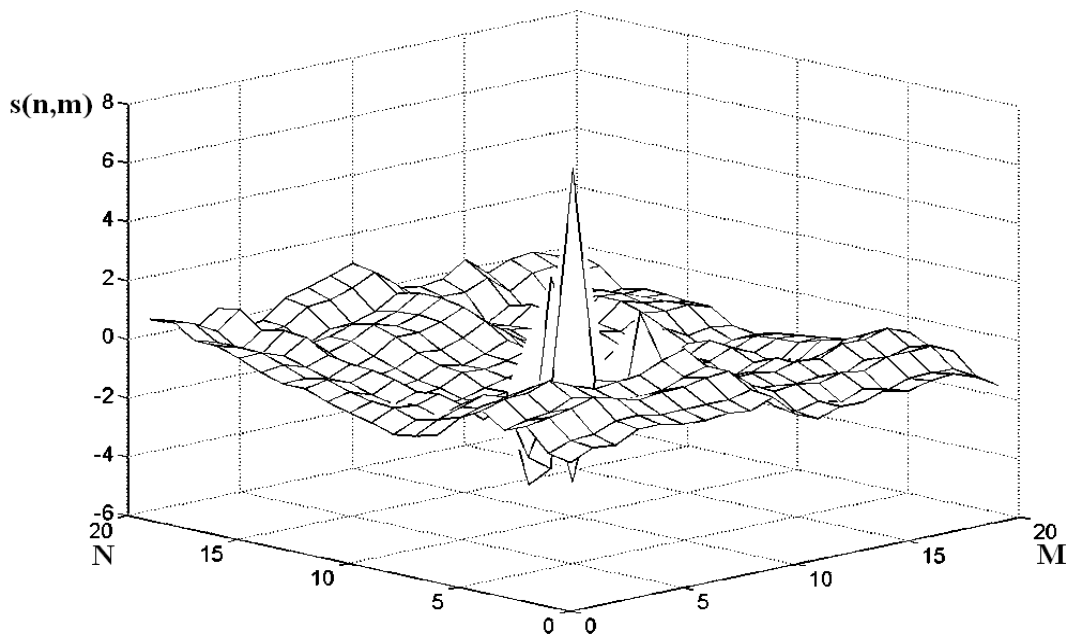


Рис.1.

На рис.2 показана отримана з допомогою статистичного моделювання на ЕВМ залежність ймовірності виявлення відліків $P_2(n,m)$, що належать текстурі другого виду.

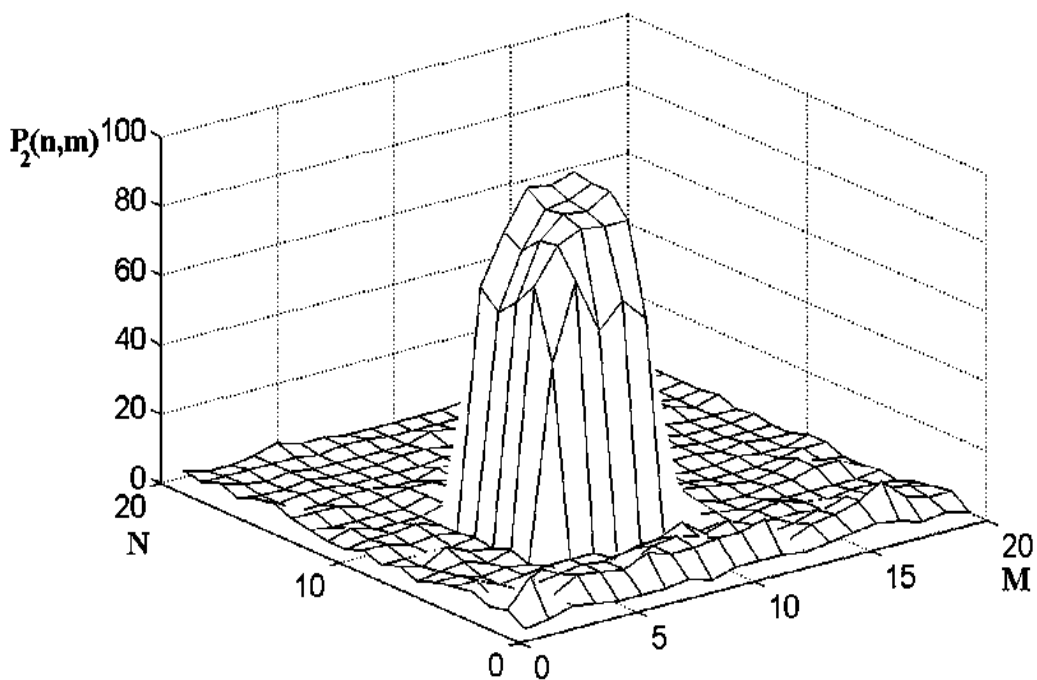


Рис.2.

Для рассмотренного примера квазиоптимальный алгоритм совместной фильтрации с гауссовской аппроксимацией обеспечивает высокое качество распознавания текстур случайного поля.

На рис.3 приведены выведенные последовательно по строкам зависимости СКО $\mathcal{E}_1(k)$ (кривая 2) и математического ожидания $\mu_1(k)$ (кривая 3) ошибки оценки, полученные методом Монте-Карло, а также осредненные значения $\bar{\mathcal{E}}_1^{1/2}(k)$ (кривая 1), рассчитанного фильтром СКО ошибки оценки. Рассчитанное фильтром и фактическое СКО ошибки оценки хорошо согласуются между собой, что свидетельствует о правильности работы алгоритма. На участке изображения с текстурой первого вида СКО ошибки оценки меньше СКО ошибки измерения на 30-40%.

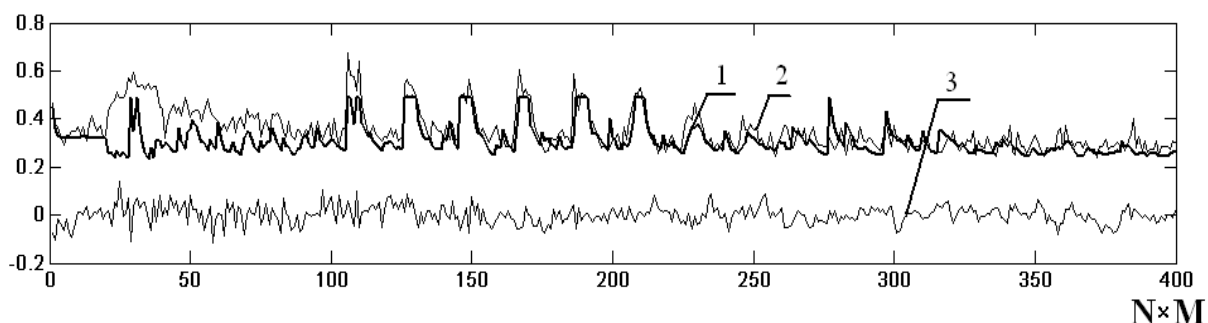


Рис.3.

Выводы

Синтезированные на основе аппарата смешанных марковских процессов в дискретном времени оптимальный и квазиоптимальный алгоритмы совместной фильтрации и сегментации неоднородного случайного поля с экспоненциально коррелированными текстурами являются рекуррентными, а реализующие их фильтры относятся к классу устройств с обратными связями между каналами.

Для рассмотренного примера квазиоптимальный алгоритм обеспечивает высокое качество распознавания текстур случайного поля. На участке изображения с текстурой первого вида СКО ошибки оценки меньше СКО ошибки измерения на 30-40%.

Литература

1. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. - М.: Техносфера, 2005 – 1072с.
2. Жук С.Я. Методы оптимизации дискретных динамических систем со случайной структурой / Монография. К.: НТУУ «КПИ», 2008. - 232с.
3. Хабиби А. Двумерная байесовская оценка изображений//ТИИЭР. 1972. т.60. №7. С.153-160.
4. Виттих В.А., Сергеев В.В., Соيفер В.А. Обработка изображений в автоматизированных системах научных исследований. – М.:Наука, 1982 – 214с.

5. Сейдж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении: Пер. с англ./Под ред. Б.Р.Левина. – М.:Связь, 1976 - 496с.

Вишневий С.В., Жук С.Я. Совместная фильтрация и сегментация неоднородных случайных полей с экспоненциально коррелированными текстурами. Синтезированы оптимальный и квазиоптимальный алгоритмы совместной фильтрации и сегментации неоднородных случайных полей с экспоненциально коррелированными текстурами. Анализ квазиоптимального алгоритма выполнена на модельном примере с помощью статистического моделирования на ЭВМ.

Ключевые слова: *фильтрация изображения, сегментация изображения, случайное поле, текстура.*

Вишневий С.В., Жук С.Я. Сумісна фільтрація та сегментація неоднорідних випадкових полів із експоненціально корельованими текстурами. Синтезовано оптимальний та квазіоптимальний алгоритми сумісної фільтрації та сегментації неоднорідних випадкових полів з експоненціально корельованими текстурами. Аналіз квазіоптимального алгоритму виконано на модельному прикладі за допомогою статистичного моделювання на ЕОМ.

Ключові слова: *фільтрація зображення, сегментація зображення, випадкове поле, текстура.*

Vishnevyy S.V., Zhuk S.Ya. Joint Filtering and Segmentation of Non-uniform Random Fields with Exponentially Correlated Textures. It's synthesized the optimal and kvazioptimal algorithms of joint filtering and segmentation of non-uniform random fields with exponentially correlated textures. The presented algorithms are based on the mixed Markov processes in discrete time. The analysis of kvazioptiamal algorithm is done on the model example with using the statistical modeling on computer.

Key words: *image filtering, image segmentation, random field, texture.*

УДК 53.082.52; 53.083.98; 53.088.6; 53.088.4

МЕТОД ВДОСКОНАЛЕННЯ ОПТИЧНИХ КООРДИНАТОРІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ПОЗИЦІЙНО-ЧУТЛИВИХ МАТРИЦЬ

Туровський А.О.

Вступ. Постановка задачі

При побудові сучасних оптичних систем, включаючи такі прилади як атомно-силові мікроскопи, та інші надчутливі пристрої з високою точністю позиціювання необхідно визначати кутові координати відбитого від об'єкта, що досліджується, променя. В існуючих пристроях подібні задачі вирішуються шляхом створення оптичних координаторів на базі систем, що стежать, з поворотними дзеркалами на п'єзодвигунах в ортогональних площинах [1], що утримують енергетичний центр падаючого світлового променя в центрі чотирьохквadrантного фотоприймача.

Початок роботи такої системи, вимагає встановлення світлової плями в зоні захоплення системи. Ширина ж зони захоплення визначається діаметром світлової плями від падаючого променя. Таке налаштування досить складне і трудомістке. Для забезпечення більшої ширини зони захоплення