

**ЗАЛЕЖНІСТЬ БІЧНИХ ПІКІВ КОРЕЛЯЦІЙНИХ ФУНКЦІЙ
СКЛАДНОГО ПСЕВДОШУМОВОГО СИГНАЛУ
ФАЗОМАНІПУЛЬОВАНОГО М-ПОСЛІДОВНІСТЮ
ВІД ДОВЖИНИ ПОСЛІДОВНОСТІ.**

*Мрачковський О.Д., к.т.н., доцент,
Боднарук О.Д., магістрант*

*Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут", м. Київ, Україна*

Серед складних сигналів фазоманіпульованих бінарними кодами особливе місце займають кодові послідовності, які є послідовностями максимальної довжини, або М-послідовностями. Складні фазоманіпульовані сигнали іноді ще називають шумоподібними або псевдошумовими сигналами (ПШС). Такі послідовності володіють рядом властивостей, які особливо важливі в радіолокаційних системах:

– М-послідовність є періодичною, з періодом що складається з N -імпульсів (символів).

– Імпульси різного вигляду зустрічаються в періоді однакове число разів, тобто поширені рівномірно.

– Формування М-послідовностей відбувається за допомогою лінійних перемикаючих схем на базі регістрів зсуву. При цьому якщо використовується регістр з m розрядами із p різних видів імпульсів (що відрізняються фазами) період послідовності дорівнює:

$$N = p^m - 1$$

– Число розрядів регістра (ступінь послідовності):

$$m = \frac{\log(N + 1)}{\log(p)}$$

– Бічні піки періодичної КФ дорівнюють $-1/N$.

– Для неперіодичних (імпульсних) послідовностей максимум бічних піків кореляційної функції має значення близьке до $1/\sqrt{N}$. Тобто із зростанням N величина бічних піків зменшується.

Автокореляційна функція (АКФ) періодичного ФМ сигналу визначається згідно:

$$R(\mu) = \frac{1}{N} \sum_{n=\mu+1}^N a_n^* a_{n-\mu}, \quad (1)$$

де $a_n = \pm 1$.

Взаємкореляційна функція (ВКФ) періодичного ФМ сигналу визначається згідно:

$$R_{jk}(\mu) = \frac{1}{N} \sum_{n=n_1}^{n_2} a_{jn} a_{k,n-\mu}^* \quad (2)$$

Позначивши символи М-послідовності через b_n , отримаємо:

$$a_n a_{n-\mu} \Leftrightarrow b_n \oplus b_{n-\mu} \pmod{2}$$

Якщо $\mu \neq lN$ для будь-якого $l=0, 1 \dots$, то сума двох М-послідовностей є теж М-послідовністю. Але в ній число одиниць в періоді на одиницю більше числа нулів. Тому сума по всіх $b_n \oplus b_{n-\mu}$ при $n=1 \dots, N$ буде рівна одиниці, а у виразі для АКФ сума буде рівна $-1/N$. При $\mu = lN$ для будь-якого $l = 0, 1 \dots$ часовий зсув між двома М-послідовностями рівний нулю. При цьому отримуємо, що $R(\mu) = 1$.

Об'єднуючи отримані результати, отримуємо

$$R(\mu) = \begin{cases} -1/N, & \text{якщо } \mu \neq lN \\ 0, & \text{якщо } \mu = lN \end{cases} \quad (3)$$

де $l = 0, 1 \dots$

Всі попередні визначення ВКФ та АКФ (1) ... (3) також справедливі і для аперіодичного (імпульсного) режиму роботи передавача, тобто в тому випадку, коли випромінюється тільки один складний радіолокаційний ФМ імпульс [1].

На відміну від періодично ФМ сигналу, максимум бічних піків кореляційної функції для аперіодичного (імпульсного) сигналу має більше теоретичне значення, яке близьке до $1/\sqrt{N}$. Однак, проведені ретельні розрахунки показали, що насправді ці значення можуть відрізнятися від заданого теоретичного навіть в 5..6 разів, на що вперше було вказано в роботі Варакіна [1].

В даній роботі проведено розрахунки залежності бічних піків кореляційних функцій ФМ аперіодичного сигналу М-послідовності різної довжини. Для проведення дослідження була розроблена програма в середовищі Matlab. Параметри сигналу, який досліджується, наступні: $f_n = 8,8 \text{ ГГц}$, $T_c = 10 \text{ мкс}$.

На рис. 1 зображена АКФ М-послідовності з $N=1023$.

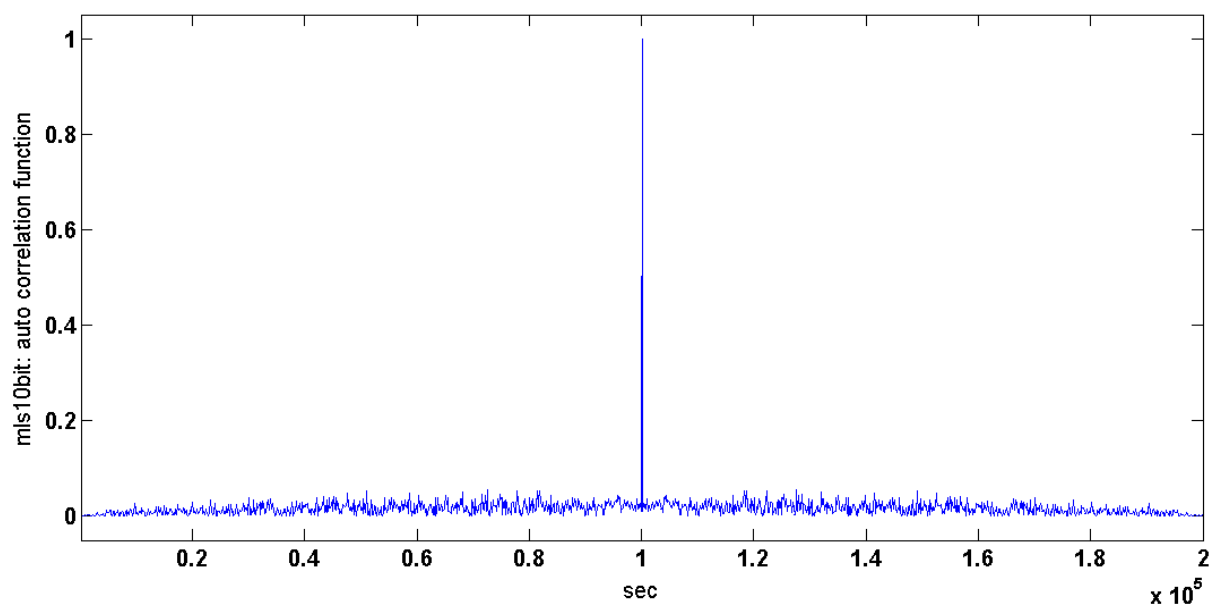


Рис. 1 АКФ М-послідовності з N=1023

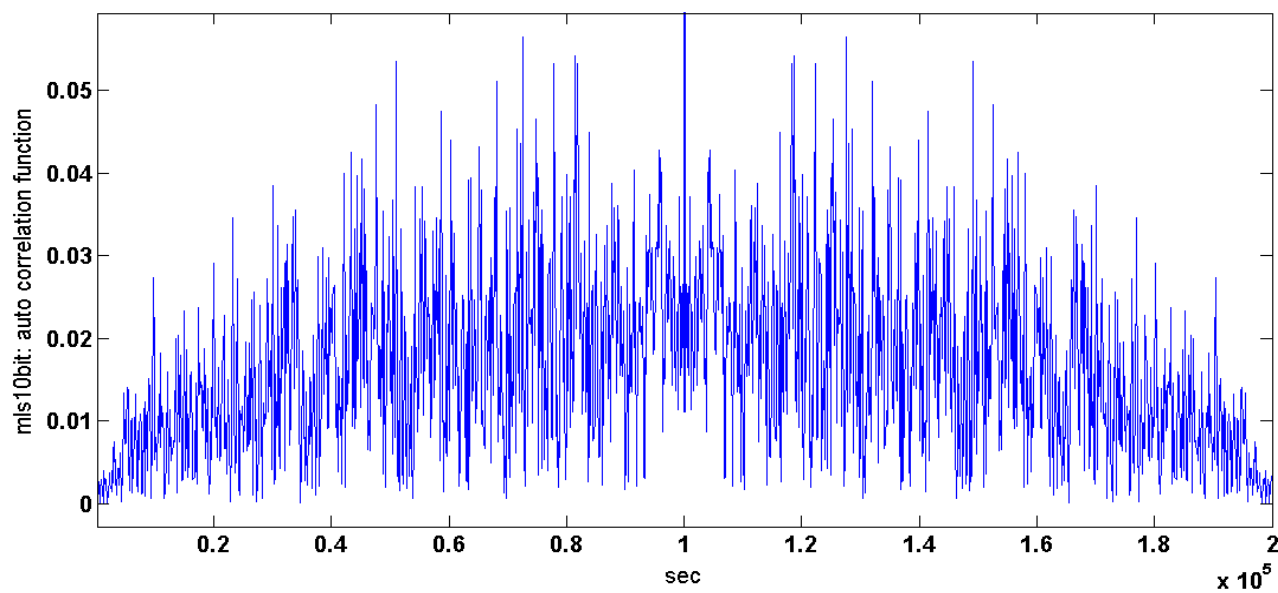


Рис. 2 АКФ М-послідовності з N=1023 (область бічних піків)

На рис. 3-8 представлені взаємокореляційні функції (ВКФ) М-послідовності з $N=1023$, для яких рівень кореляції падає на -1, -3, -6 дБ відповідно.

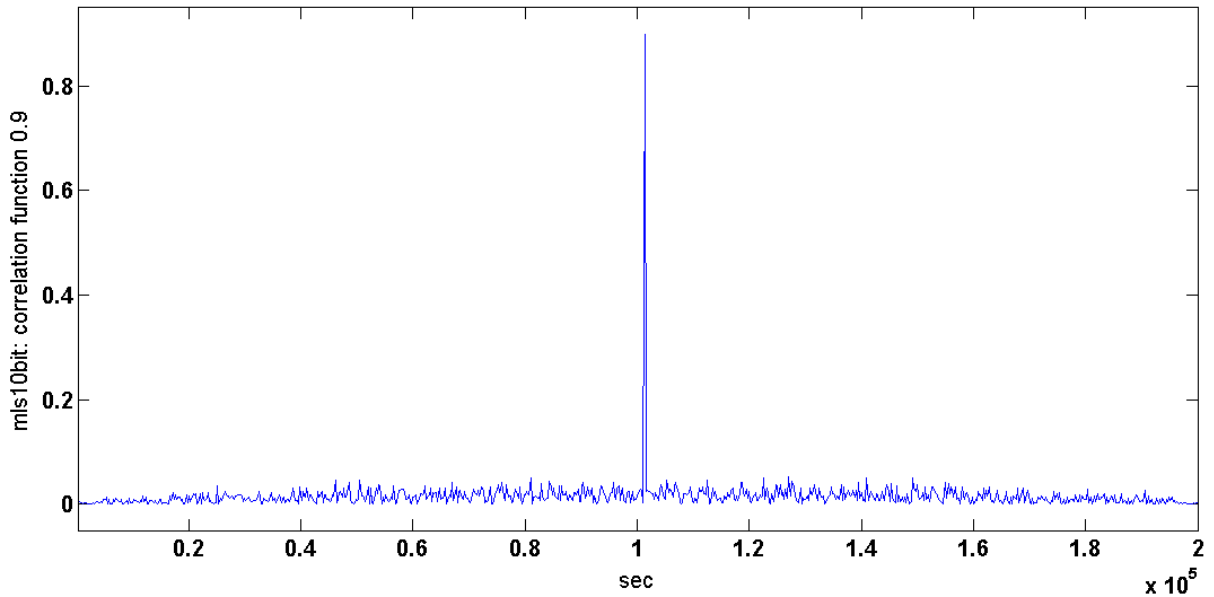


Рис. 3 ВКФ М-послідовності з $N=1023$ на рівні -1 дБ

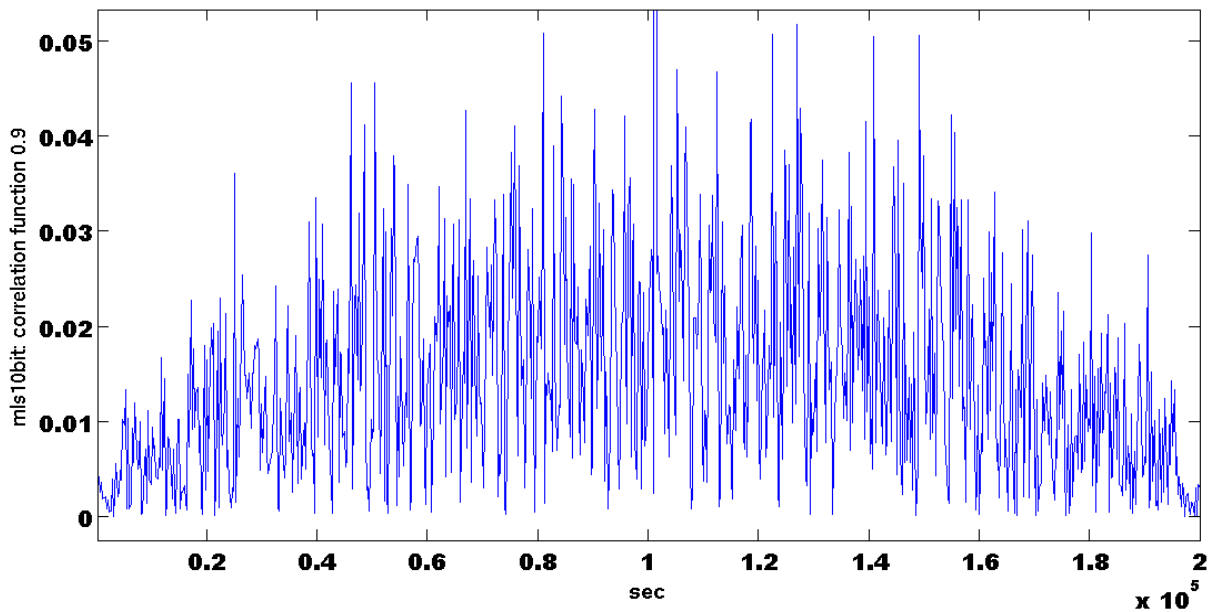


Рис. 4 ВКФ, $N=1023$ на рівні -1 дБ (область бічних піків)

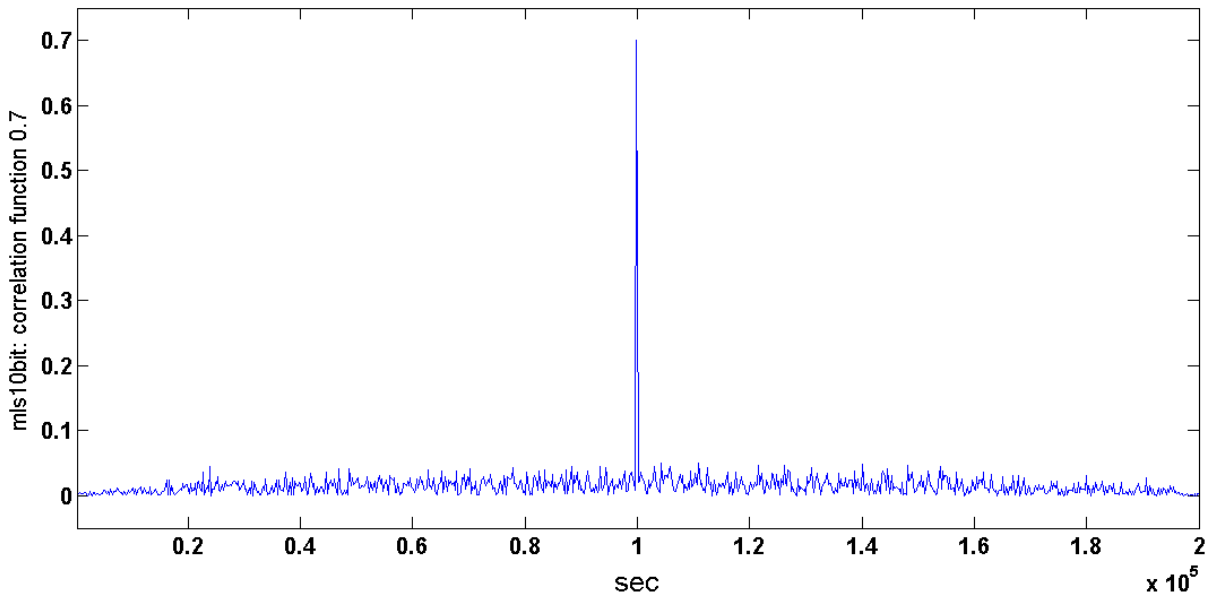


Рис. 5 ВКФ,з N=1023 на рівні -3 дБ

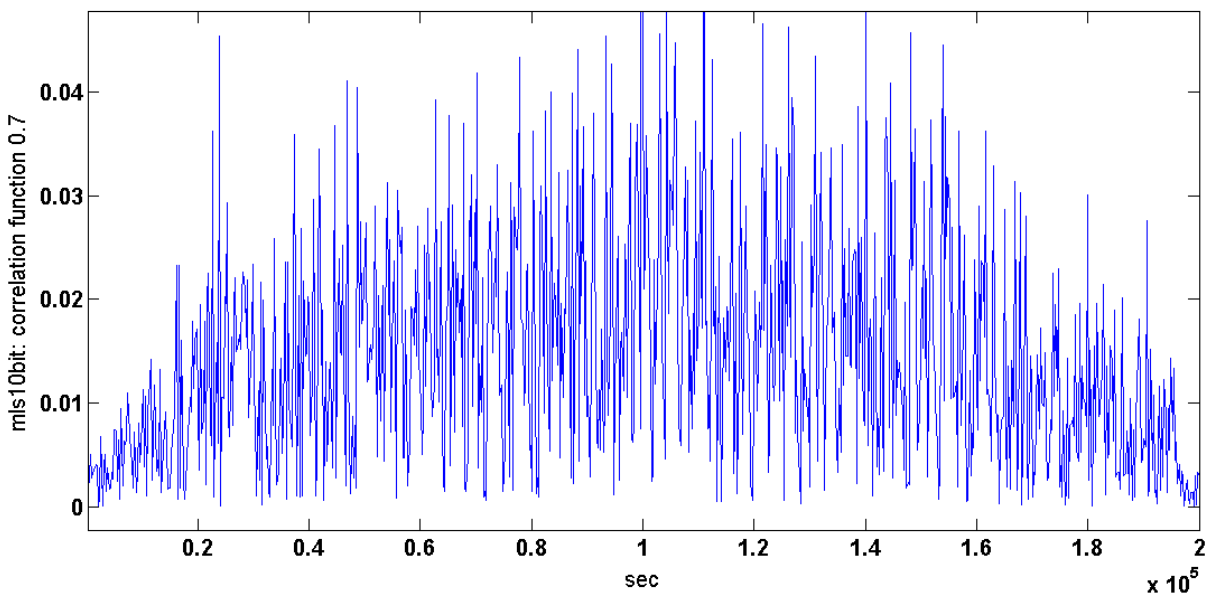


Рис.6 ВКФ, N=1023 на рівні -3 дБ (область бічних піків)

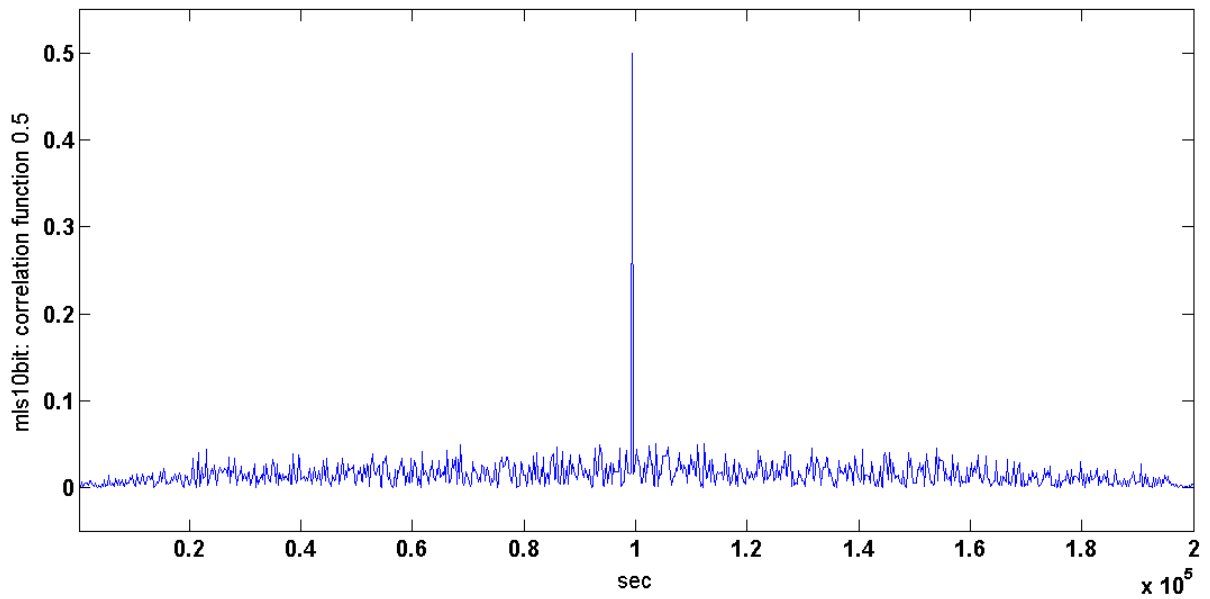


Рис. 7 ВКФ, N=1023 на рівні -6 дБ

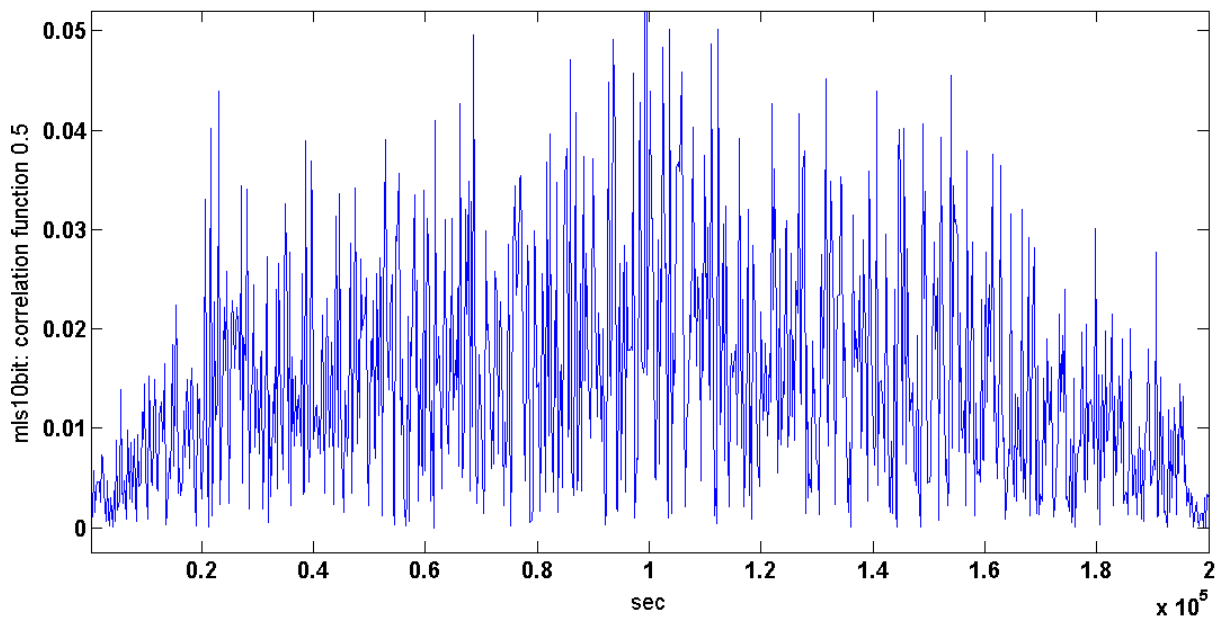


Рис. 8 ВКФ, N=1023 на рівні -6 дБ (область бічних піків)

В роботі Варакіна [1] рекомендовано для аналізу рівня бокових піків АКФ та ВКФ ШПС використовувати наступні оцінки:

- середньоквадратичне значення бічних піків R_i , що визначається через дисперсію:

$$\sigma_R = \frac{1}{2N} \sum_{i=-(N-1)}^{N-1} R_i^2$$

- середнє значення модулів бічних піків:

$$m_{|R|} = \frac{1}{2N} \sum_{i=-(N-1)}^{N-1} |R_i|$$

- середньоквадратичне значення модулів бічних піків, що визначається через дисперсію:

$$\sigma_{|R|}^2 = \sigma_R^2 - m_{|R|}^2$$

а також значення максимального бічного піку R_{max} .

Приведемо оцінки основних кореляційних характеристик М-послідовностей, які можна розрахувати з АКФ та ВКФ.

Таблиця 1

Кореляційні функції	$\sigma_R \sqrt{N}$	$m_{ R } \sqrt{N}$	$\sigma_{ R } \sqrt{N}$	$R_{max} \sqrt{N}$
АКФ М-послідовностей	0,4	0,32	0,26	0,7...1,25
ВКФ М- послідовностей	0,73	0,54	0,48	1,4...5
КФ випадкових послідовностей	0,7	0,56	0,43	2,1...3,5

У табл. 1 [1] приведені оцінки основних характеристик кореляційних функцій (АКФ і ВКФ) М-послідовностей і випадкових послідовностей. Останні приведені для порівняння їх властивостей з властивостями М-послідовностей.

У табл. 1 всі характеристики приведені в ненормованому вигляді, тобто помножені на \sqrt{N} . В результаті цифри, приведені в табл. 1, характеризують перевищення характеристиками рівня \sqrt{N} .

Однак, таблиця 1 містить тільки теоретичні розрахунки, які насправді можуть відрізнятись від дійсних значень, що і є зазначено в літературі. Надається тільки приблизний рівень ймовірного перевищення теоретичного значення [1]. Під час розрахунку АКФ та ВКФ нашому випадку ми маємо можливість оцінити дійсні статистичні характеристики. Наведемо кореляційні характеристики для М-послідовності з довжиною $N=1023$:

Таблиця 2.

Кореляційні функції	$\sigma_{ R } \sqrt{N}$	$m_{ R } \sqrt{N}$	$R_{max} \sqrt{N}$
АКФ	0.28304	0.40557	1.12555
ВКФ -1 дБ	0.25318	0.42295	1.05305
ВКФ -3 дБ	0.26557	0.50243	1.36005
ВКФ -6 дБ	0.27715	0.55239	1.53631

У табл. 2 приведені характеристики кореляційних функцій М-послідовності із $m=10$, $N=1023$

Особливу увагу приділимо залежності значень максимального бічного піку R_{max} від довжини послідовності, адже ця характеристика є надзвичайно важливою в радіолокаційних системах.

Таблиця 3.

N	Функція	R_{max}	$R_{max} \sqrt{N}$	N	R_{max}	$R_{max} \sqrt{N}$
3	АКФ	0.32987	0.57135	7	0.14458	0.14458
	ВКФ -1 дБ	0.32862	0.56919		0.20037	0.20037
	ВКФ -3 дБ	0.31975	0.55382		0.33360	0.33360
	ВКФ -6 дБ	0.36435	0.63108		0.39046	0.39046
15	АКФ	0.26355	1.02072	31	0.19293	1.07421
	ВКФ -1 дБ	0.25111	0.97255		0.17948	0.99932
	ВКФ -3 дБ	0.23637	0.91547		0.16720	0.93096
	ВКФ -6 дБ	0.22948	0.88876		0.20073	1.11763
63	АКФ	0.11981	0.95097	127	0.08203	0.92448
	ВКФ -1 дБ	0.11351	0.90092		0.07955	0.89654
	ВКФ -3 дБ	0.12444	0.98770		0.08287	0.93389
	ВКФ -6 дБ	0.11990	0.95168		0.08896	1.00255
255	АКФ	0.06960	1.11148	511	0.07352	1.66202
	ВКФ -1 дБ	0.06469	1.03307		0.07189	1.62517
	ВКФ -3 дБ	0.06862	1.09576		0.06743	1.52438
	ВКФ -6 дБ	0.07753	1.23811		0.07320	1.65465
1023	АКФ	0.05985	1.91425	2047	0.04400	1.99060
	ВКФ -1 дБ	0.05522	1.76615		0.04407	1.99379
	ВКФ -3 дБ	0.05120	1.63750		0.04505	2.03844
	ВКФ -6 дБ	0.04957	1.58537		0.04445	2.01117

У табл. 3 приведена Залежність рівня бокового піку кореляційних характеристик М-послідовності від довжини послідовності N.

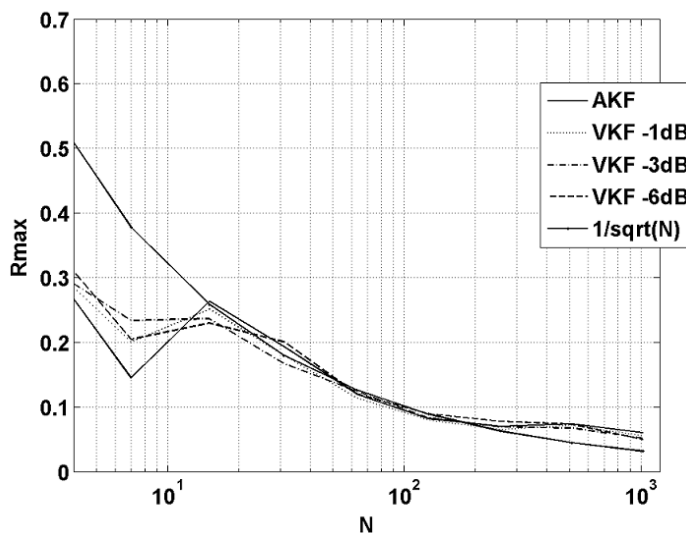


Рис. 9 Залежність рівня бічних піків від довжини послідовності

Зобразимо графічно залежність максимального бокового піку від довжини послідовності. Також, для порівняння зобразимо теоретичну залежність, яка дорівнює \sqrt{N}

Як видно з рис. 9, бічні піки мають різні нормовані значення відносно теоретичного рівня \sqrt{N} . Ті послідовності які знаходяться нижче теоретичного рівня являються підмножиною мініма-

ксих послідовностей [2], ті які вище – підтверджують спостереження про можливі перевищення теоретичного рівня [1].

Висновки

Застосування ФМ сигналів маніпульованих М-послідовністю дає значні переваги в порівнянні з простими зондуючими сигналами. Однак, використання таких сигналів у якості зондуючих радіолокаційних сигналів вимагає ретельного аналізу кореляційних та статистичних характеристик ФМ сигналу послідовності певної довжини. При правильному виборі довжини сигналу можна досягнути мінімальних значень бокових піків, що позитивно впливає на роздільну здатність радіолокаційної системи.

Література

1. Варакин Л.Е. «Системы связи с шумоподобными сигналами». – М.: Радио и связь, 1985. – 384 с., ил.
2. Маркіян Сумик, Іван Прудіус, Ростислав Сумик «Теорія сигналів». – Бескмд Біт, 2008. – 231с.

Мрачковський О.Д., Боднарук О.Д. Залежність максимальних бокових піків кореляційних функцій ФМ аперіодичного сигналу М-послідовності від довжини послідовності. Сигнали Баркера мають обмежений період послідовності, тому проектувальники радіолокаційних систем досліджують сигнали які можуть забезпечити більшу кількість відліків. В статті розглянуто основні властивості та особливості формування фазоманіпульованих сигналів з М-послідовності. Основною частиною є докладний розгляд та аналіз характеристики автокореляційної функції та взаємно кореляційної функції фазоманіпульованого сигналу послідовності максимальної довжини в залежності від порядку послідовності. Проведене порівняння з теоретичними даними, що наведені в літературі, показало що рівні бічних піків та кореляційні характеристики відрізняються від теоретичних даних. Отримані результати можна використовувати при виборі довжини послідовності сигналу.

Ключові слова: М-послідовність, АКФ, ВКФ, мінімаксна послідовність

Мрачковский О.Д., Боднарук О.Д. Зависимость максимальных боковых пиков корреляционных функций ФМ аперіодического сигнала М-последовательности от длины последовательности. Сигналы Баркера имеют ограниченный период последовательности, поэтому проектировщики радиолокационных систем исследуют сигналы которые могут обеспечить большее количество отсчетов. В статье рассмотрены основные свойства и особенности формирования фазоманипулированных сигналов с М-последовательности. Основной частью является подробное рассмотрение и анализ характеристики автокорреляционной функции и взаимно корреляционной функции фазоманипулированного сигнала последовательности максимальной длины в зависимости от порядка последовательности. Проведенное сравнение с теоретическими данными, наведенными в литературе, показало что уровни боковых пиков и корреляционные характеристики отличаются от теоретических данных. Полученные результаты можно использовать при выборе длины последовательности сигнала.

Ключевые слова: М-последовательность, АКФ, ВКФ, минимаксная последовательность

O. Mrachkovkiy, O. Bodnaruk. Dependence of maximum correlation peaks of a maximum length sequence a periodic PM signal from the sequence length. Barker's sequence can't provide required signal length for modern radar systems as it is limited only to 13 symbols. The article shows a detailed description and analysis of generation PM signal with maximum length sequence. The main part of this article consists of analyses of dependence of correlation characteristics of M-sequence PM signal from the length of the sequence, also it has a comparison with the theoretical data that is available in the literature. The results of this article could be used while selecting a length of sequence for particular signal usage cases.

Keywords: *maximum-length sequence, correlation function, mini-max sequence*