

## ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ НАПРАВЛЕННЫХ ОТВЕТВИТЕЛЕЙ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ МАТРИЦЫ БАТЛЕРА С РАЗМЕРНОСТЬЮ 4×4

*Постульга А. С., аспирант; Мартынюк С. Е., к. т. н., доцент  
«Киевский политехнический институт», г. Киев, Украина,  
mart\_1974@yahoo.com*

## INFLUENCE OF THE DIRECTIONAL COUPLER'S PARAMETERS ON THE CHARACTERISTICS OF BUTLER MATRIX 4×4

*Postulga O. S., Postgraduate Student; Martynyuk S. Ye., Ph.D., Associate Professor  
National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine*

### Вступление

Матрица Батлера, которая используется как пассивное диаграммообразующее устройство для многолучевых антенн, была впервые предложена в [1]. Устройство имеет  $2^n$  входов и  $2^n$  выходов, и, в зависимости от возбуждаемого входа, создает определенный линейный фазовый набег между выходами с равномерным амплитудным распределением. Подключение выходов матрицы к антенной решетке и возбуждение каждого из входов формирует  $2^n$  независимых, одновременных и симметричных относительно нормали к решетке лучей. Благодаря тому, что матрица Батлера состоит из стандартных базовых элементов, а именно: 3дБ  $90^\circ$  направленных ответвителей (НО), пересечений линий передачи (кроссоверов) и фазовращателей (либо линий задержки), она получила широкое распространение в многолучевых антенных системах [2, 3]. Позднее были предложены варианты матриц Батлера на 3 дБ  $180^\circ$  НО [4, 5], особенностью которых является несимметричность лучей относительно нормали, а также, матрицы с произвольным числом входов и выходов [6, 7].

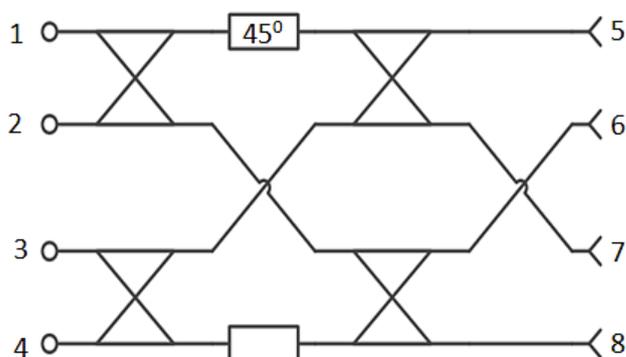


Рис. 1. Матрица Батлера 4×4 на основе 3дБ  $90^\circ$  НО

Наиболее широкое распространение получили матрицы Батлера 4×4 и 8×8 на 3дБ  $90^\circ$  НО [8, 9]. Основные характеристики матриц в пределах рабочего диапазона частот, а именно: амплитудное распределение сигналов на выходах, фазовый набег, согласование – в главной мере определяются па-

раметрами НО и кроссоверов. Теоретическое исследование влияния реальных характеристик НО на итоговые характеристики матрицы не было освещено в литературе до сих пор.

В данной работе представлена упрощенная математическая модель матрицы Батлера 4×4 на основе 3дБ 90° НО (рис. 1) и исследовано влияние отклонения характеристик НО от идеальных на итоговые свойства матрицы. Полученные результаты позволяют при проектировании такой диаграммообразующей схемы определить допустимые границы характеристик НО, а также, по заданным характеристикам НО предсказать свойства всей матрицы.

### Математическая модель матрицы Батлера

Обычно матрица Батлера состоит из 4-х 3 дБ 90° НО, двух кроссоверов и двух 45° фазовращателей. Разность фаз между сигналами на соседних выходах матрицы 5...8 при возбуждении входов 1, 2, 3 и 4 составляет 45°, -135°, 135° и -45° соответственно.

В качестве базового элемента матрицы Батлера был выбран НО сонаправленного типа, схематично изображенный на рис. 2. Сонаправленность ответвителя означает, что входы 1 и 2, 3 и 4 попарно развязаны между собой.

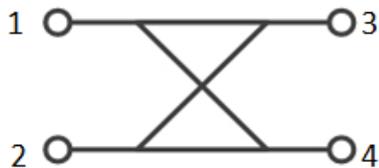


Рис. 2. Направленный ответвитель

Для упрощения также были введены две плоскости симметрии: между входами 1, 2 и 3, 4, и входами 1, 3 и 2, 4. Симметрия 3 дБ НО на практике встречается довольно часто, поэтому данное упрощение является справедливым. Поскольку омические потери реальных НО достаточно малы, можно считать их недиссипативными.

С учетом недиссипативности, симметричности и взаимности (из-за отсутствия анизотропных электромагнитных сред) матрица рассеяния НО имеет следующий вид:

$$S_{НО} = \begin{bmatrix} R & I & \alpha \cdot e^{i\psi} & \beta \cdot e^{i\theta} \\ I & R & \beta \cdot e^{i\theta} & \alpha \cdot e^{i\psi} \\ \alpha \cdot e^{i\psi} & \beta \cdot e^{i\theta} & R & I \\ \beta \cdot e^{i\theta} & \alpha \cdot e^{i\psi} & I & R \end{bmatrix},$$

где R — коэффициент отражения от входов НО, I — развязка между входами 1 и 2, 3 и 4,  $\alpha \cdot e^{i\psi}$  — комплексный коэффициент передачи в основной линии передачи,  $\beta \cdot e^{i\theta}$  — комплексный коэффициент передачи из основной линии в дополнительную. Отметим, что для НО сонаправленного типа волны на выходах 3 и 4, 1 и 2 должны быть в квадратуре [10]. Поэтому на центральной частоте выполняется условие:  $\theta = \psi + 90^\circ$ .

Матрица рассеяния двух каскадно соединенных НО (рис. 3) находится с

помощью известной методики, описанной, например, в [10]. После несложных преобразований матрица рассеяния принимает вид (нумерация входов согласно рис. 3):

$$S_{2HO} = \begin{bmatrix} S_{\alpha\alpha}^{\Sigma} & S_{\alpha\gamma} \\ S_{\alpha\gamma} & S_{\alpha\alpha}^{\Sigma} \end{bmatrix},$$

где

$$S_{\alpha\alpha}^{\Sigma} = \begin{bmatrix} R + \frac{R \cdot \beta^2}{1 - R^2} e^{2i\theta} & I + \frac{\alpha \cdot R \cdot \beta}{1 - R^2} e^{i\theta} e^{i\psi} & \alpha \cdot e^{i\psi} + \frac{I \cdot R \cdot \beta}{1 - R^2} e^{i\theta} \\ I + \frac{\alpha \cdot R \cdot \beta}{1 - R^2} e^{i\theta} e^{i\psi} & R + \frac{R \cdot \alpha^2}{1 - R^2} e^{2i\psi} & \beta \cdot e^{i\theta} + \frac{\alpha \cdot R \cdot I}{1 - R^2} e^{i\psi} \\ \alpha \cdot e^{i\psi} + \frac{I \cdot R \cdot \beta}{1 - R^2} e^{i\theta} & \beta \cdot e^{i\theta} + \frac{\alpha \cdot R \cdot I}{1 - R^2} e^{i\psi} & R + \frac{R \cdot I^2}{1 - R^2} \end{bmatrix},$$

$$S_{\alpha\gamma} = \begin{bmatrix} \frac{\beta^2}{1 - R^2} e^{2i\theta} & \frac{\alpha \cdot \beta}{1 - R^2} e^{i\theta} e^{i\psi} & \frac{I \cdot \beta}{1 - R^2} e^{i\theta} \\ \frac{\alpha \cdot \beta}{1 - R^2} e^{i\theta} e^{i\psi} & \frac{\alpha^2}{1 - R^2} e^{2i\psi} & \frac{\alpha \cdot I}{1 - R^2} e^{i\psi} \\ \frac{I \cdot \beta}{1 - R^2} e^{i\theta} & \frac{\alpha \cdot I}{1 - R^2} e^{i\psi} & \frac{I^2}{1 - R^2} \end{bmatrix}.$$

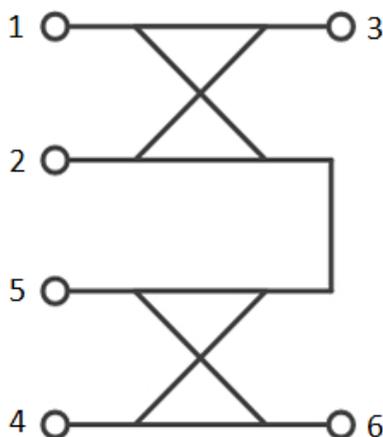


Рис. 3. Два каскадно соединенных НО

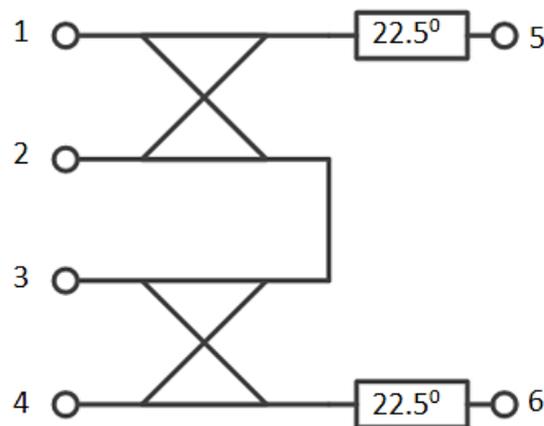


Рис. 4. Два каскадно соединенных НО с фазовращателями

После изменения нумерации входов и добавления фазовращателей с величиной фазового сдвига  $22.5^\circ$  к входам 5 и 6 была получена схема на рис. 4 — половина матрицы Батлера без кроссоверов.

Добавление фазовращателей соответствует домножению элементов в соответствующих столбцах и строках матрицы рассеяния на  $e^{i22.5^\circ}$ , а эле-

ментов, находящихся на пересечении данных столбцов и строк, — на  $e^{i45^\circ}$ . Для упрощения фазовый сдвиг фазовращателей будет принят независимым от частоты.

Зеркально соединив две схемы на рис. 4 входами 5 и 6, была получена матрица Батлера без кроссоверов. Она представлена на рис. 5 с нумерацией входов, соответствующей схеме на рис. 1. Матрица рассеяния такой схемы получена с помощью вышеупомянутой методики [10]. Таким образом, получены формулы для  $S$ -параметров матрицы Батлера  $4 \times 4$ . Алгебраические преобразования довольно громоздки, поэтому их целесообразней выполнить с помощью систем компьютерной алгебры, таких как *Mathcad* или *MATLAB*. Полученная модель матрицы является упрощенной: не учтено влияние кроссоверов, а также, фазовый сдвиг фазовращателей не зависит от частоты. Кроссоверы могут быть изготовлены в виде несвязанных между собой изогнутых в пространстве волноводных линий либо заменены на 0 дБ НО, как в микрополосковом исполнении. В первом случае страдает технологичность и массогабаритные параметры матрицы, а во втором — приходится дополнительно учитывать влияние неидеальности характеристик 0 дБ НО. Иногда на практике удается избежать применения кроссоверов для построения многолучевых антенных решеток [5].

### Моделирование реальных характеристик НО

В данной работе отдельно рассмотрено влияние четырех характеристик НО на итоговые  $S$ -параметры матрицы Батлера: дисбаланса амплитуд на

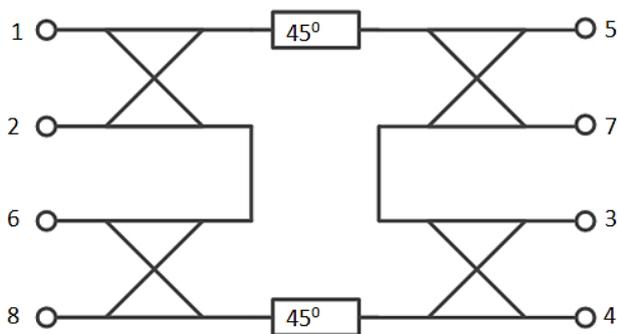


Рис. 5. Матрица Батлера  $4 \times 4$  без кроссоверов

выходах плеч НО  $\Delta = 20 \lg \alpha - 20 \lg \beta$ , отклонения разности фаз сигналов на выходах НО от  $90^\circ$ :  $\Delta \phi = \theta - \psi - 90^\circ$ , уровня развязки  $I$  и коэффициента отражения от входов  $R$ . При расчетах достаточно рассмотреть только возбуждение отдельно входов 1 и 2, что полностью описывает свойства матрицы вследствие ее симметрии.

В следующем разделе приведены графики полученных зависимостей, а также дан их анализ. При этом окончательные формулы  $S$ -параметров, вследствие их громоздкости, в данной работе не приведены.

### Анализ полученных результатов

На рис. 6 показаны зависимости амплитуд коэффициентов передачи к выходам 5...8 от дисбаланса амплитуд на выходах плеч НО  $\Delta$ . Значение развязки  $I$  и согласования  $R$  взято равным  $-30$  дБ как типичное для качественных НО на центральной частоте рабочего диапазона.

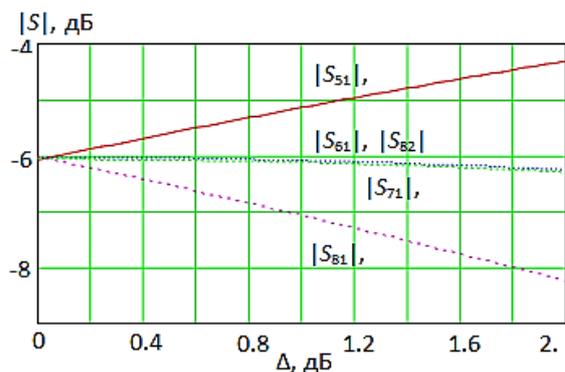


Рис. 6. Модуль коефіцієнтів передачі при возбужденні входів 1 і 2,  $R = I = -30$  дБ,  $\Delta\varphi = 0^\circ$

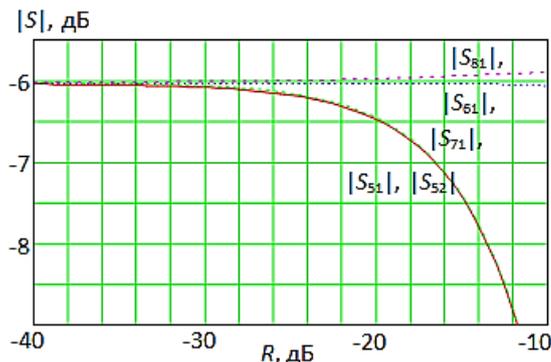


Рис. 7. Модуль коефіцієнтів передачі при возбужденні входів 1 і 2,  $I = -30$  дБ,  $\Delta = 0$  дБ,  $\Delta\varphi = 0^\circ$

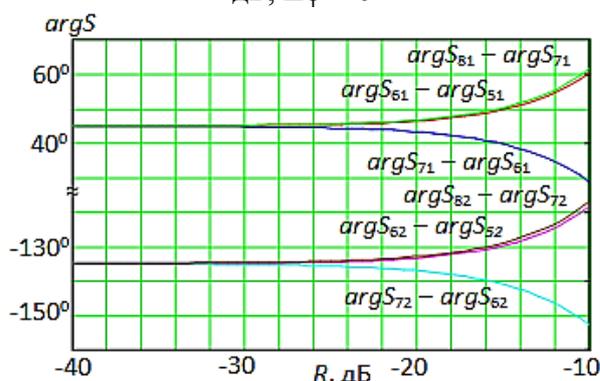


Рис. 8. Разность фаз между соседними выходами матрицы при возбужденні входів 1 і 2,  $I = -30$  дБ,  $\Delta = 0$  дБ,  $\Delta\varphi = 0^\circ$

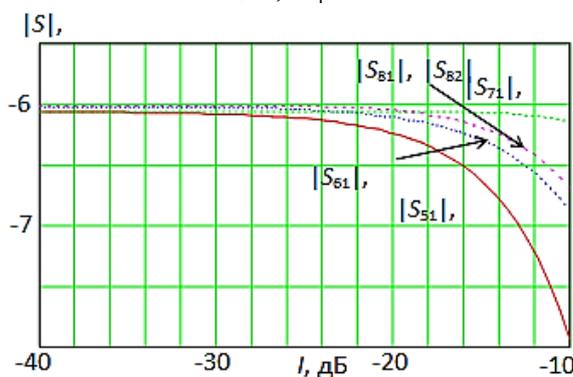


Рис. 9. Модуль коефіцієнтів передачі при возбужденні входів 1 і 2,  $R = -30$  дБ,  $\Delta = 0$  дБ,  $\Delta\varphi = 0^\circ$

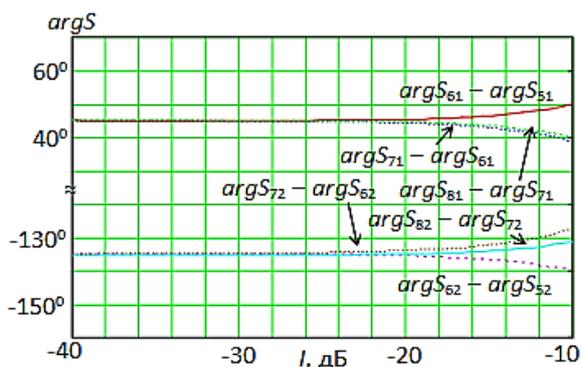


Рис. 10. Разность фаз между соседними выходами при возбужденні входів 1 і 2,  $R = -30$  дБ,  $\Delta = 0$  дБ,  $\Delta\varphi = 0^\circ$

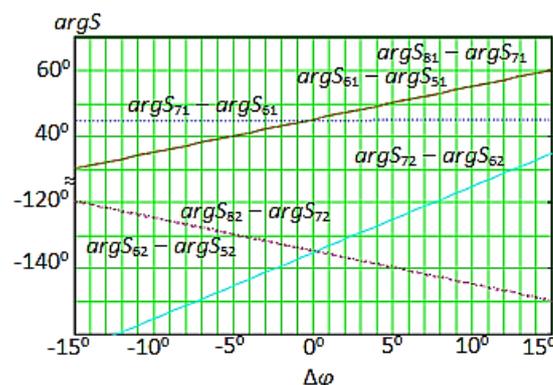


Рис. 11. Разность фаз между соседними выходами при возбужденні входів 1 і 2,  $R = I = -30$  дБ,  $\Delta = 0$  дБ

Из графика на рис. 6 видно, что при  $\Delta \geq 1$  дБ разбалансировка амплитуд на выходах матрицы составляет более 1 дБ. Влияние  $\Delta$  на фазу коэффициентов передачи  $S_{51} \dots S_{81}$  и коэффициенты  $S_{11} \dots S_{41}$  оказалось несущественным.

Зависимости амплитуд коэффициентов передачи к выходам 5...8 от уровня отражений НО  $R$ , дБ показаны на рис. 7. Из приведенных характе-

ристик следует, что уровень отражений от входов НО выше  $-17$  дБ сам по себе приводит к разбалансировке уровней сигналов на выходе матрицы в  $1$  дБ. На рис. 8 показаны зависимости разности фаз между соседними выходами матрицы от  $R$ . При  $R \geq -13$  дБ отклонение разностей фаз от требуемого значения становится более  $10^\circ$ . Также результаты расчетов показывают, что при  $R \geq -13,5$  дБ итоговый КСВН входов матрицы Батлера становится выше  $2$ .

На рис. 9 приведены графики модулей коэффициентов передачи к выходам матрицы  $5 \dots 8$  в зависимости от развязки НО  $I$ , дБ. Развязка НО хуже, чем  $-13$  дБ, при прочих идеальных характеристиках приводит к разбалансировке амплитуд на выходах матрицы на уровне  $1$  дБ. На рис. 10 показаны зависимости разностей фаз между соседними выходами матрицы от  $I$ . По сравнению с  $R$ , влияние развязки на фазы выходных сигналов проявляется в меньшей степени. Так, ухудшение  $I$  до уровня  $-10$  дБ само по себе вносит максимальную ошибку  $8^\circ$  в разность фаз.

На рис. 11 показана зависимость разности фаз между соседними выходами матрицы Батлера от дисбаланса фаз на выходе НО  $\Delta\varphi$ . Видно, что  $\Delta\varphi$ , равный  $5^\circ$ , приводит к ошибке в разности фаз между соседними выходами матрицы Батлера в  $10^\circ$ . Влияние  $\Delta\varphi$  на модули коэффициентов передачи к входам  $5 \dots 8$ , а также коэффициенты передачи  $S_{11} \dots S_{41}$  незначительно.

При теоретическом анализе работы матрицы Батлера в рабочем диапазоне частот следует учитывать неидеальность одновременно всех характеристик: как НО, так и других элементов системы (поворотов линий, фазосдвигающих секций, СВЧ-переходов). В случае реализации матрицы Батлера в микрополосковом исполнении добавляются также эффекты взаимного влияния отрезков линий, омические потери и потери на излучение, которые могут существенно ухудшить итоговые  $S$ -параметры. Тем не менее, представленная математическая модель позволяет определить предельно допустимые отклонения характеристик НО для синтеза качественной матрицы Батлера.

### **Выводы**

В данной работе была получена упрощенная математическая модель матрицы Батлера  $4 \times 4$  без кроссоверов на основе  $3$  дБ  $90^\circ$  НО. Получены и проанализированы зависимости амплитуд коэффициентов передачи к выходам и разности фаз между выходами от характеристик НО: дисбаланса амплитуд и фаз сигналов на выходах плеч, согласования и развязки. Полученные результаты позволяют определить допустимые границы характеристик  $3$  дБ  $90^\circ$  НО для получения матрицы Батлера  $4 \times 4$  с заданными свойствами. Например, для получения матрицы с максимальным дисбалансом амплитуд на выходах в  $1$  дБ и максимальным отклонением разностей фаз между выходами в  $10^\circ$ , дисбаланс амплитуд на выходах НО, по крайней мере, должен быть не более  $1$  дБ, отклонение разности фаз – не более  $5^\circ$ , а

уровни отражений и развязки не выше  $-17$  дБ и  $-13$  дБ, соответственно. Дальнейшая работа в этом направлении может быть посвящена добавлению в математическую модель кроссоверов и частотных характеристик фазовращателей, а также, расширению модели на матрицы более высоких порядков.

#### **Перечень источников**

1. Butler J., Lowe R. (1961) Beam-Forming Matrix Simplifies Design of Electronically Scanned Antennas. *Electronic Design*, vol. 9, pp. 170–173.
2. Chen W.-Y., Hsieh Ya-Ru, Tsai Chi-Ch., Chen Yi-M., Chang Ch.-Ch. and Chang Sh.-F. (2012) A compact two-dimensional phased array using grounded coplanar-waveguides butler matrices. *Microwave Conference (EuMC) 42nd European*, pp.747–750.
3. Wincza K., Gruszczynski S. (2005) A broadband  $4 \times 4$  Butler matrix for modern-day antennas. *Microwave Conference, 2005 European, Vol.2*, pp.4–7.
4. Macnamara T. (1987) Simplified design procedures for Butler matrices incorporating  $90^\circ$  hybrids or  $180^\circ$  hybrids. *Microwaves, Antennas and Propagation, IEE Proceedings H, Vol.134, No.1*, pp. 50–54.
5. Nguyen H. Th., Ang K.-S., Geok I. N. (2011) Design of a broad-band novel Butler matrix. *Microwave Conference Proceedings (APMC), Asia-Pacific*, pp.753 – 756.
6. Foster H., Hiatt R. (1970) Butler network extension to any number of antenna ports. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, Vol. 18, No. 6*, pp. 818–820.
7. White W. (1962) Pattern limitations in multiple-beam antennas. *Antennas and Propagation, IRE Transactions on, Vol.10, No. 4*, pp. 430–436.
8. Abdelghani L., Denidni T. A. and Nedil M. (2012) Design of a new Ultra-wideband  $4 \times 4$  Butler matrix for beamforming antenna applications. *Antennas and Propagation Society International Symposium (APSURSI), 2012 IEEE*, pp. 1–2.
9. Kaifas T. N. and Sahalos J. N. (2006) On the design of a single-layer wideband Butler matrix for switched-beam UMTS system applications [Wireless Corner]. *Antennas and Propagation Magazine, IEEE, Vol.48, No.6*, pp.193–204.
10. Sazonov D. M. (1988) *Antenny i ustroystva SVCh [Antennas and Microwave Devices]*. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 432 p. ISBN 5-06-001149-6

#### **References**

1. Butler J., Lowe R. (1961) Beam-Forming Matrix Simplifies Design of Electronically Scanned Antennas // *Electronic Design*, vol. 9, pp. 170–173.
2. Chen W.-Y., Hsieh Ya-Ru, Tsai Chi-Ch., Chen Yi-M., Chang Ch.-Ch., Chang Sh.-F. (2012) A compact two-dimensional phased array using grounded coplanar-waveguides butler matrices // *Microwave Conference (EuMC) 42nd European*, pp.747–750.
3. Wincza K., Gruszczynski S. (2005) A broadband  $4 \times 4$  Butler matrix for modern-day antennas // *Microwave Conference, European*, vol.2, pp.4–7.
4. Macnamara T. (1987) Simplified design procedures for Butler matrices incorporating  $90^\circ$  hybrids or  $180^\circ$  hybrids // *Microwaves, Antennas and Propagation, IEE Proceedings H, vol.134, no.1*, pp.50–54.
5. Nguyen H. Th., Ang K.-S., Geok I. N. (2011) Design of a broad-band novel Butler matrix // *Microwave Conference Proceedings (APMC), Asia-Pacific*, pp.753–756.
6. Foster H., Hiatt R. (1970) Butler network extension to any number of antenna ports // *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, vol.18, no.6*, pp.818–820.
7. White W. (1962) Pattern limitations in multiple-beam antennas // *Antennas and Propagation, IRE Transactions on, vol.10, no.4*, pp.430–436.
8. Abdelghani L., Denidni T. A., Nedil M. (2012) Design of a new Ultra-wideband  $4 \times 4$

Butler matrix for beamforming antenna applications // Antennas and Propagation Society International Symposium (APSURSI), IEEE, pp.1–2.

9. Kaifas T. N., Sahalos J. N. (2006) On the design of a single-layer wideband Butler matrix for switched-beam UMTS system applications [Wireless Corner] // Antennas and Propagation Magazine, IEEE, vol.48, no.6, pp.193–204.

10. Sazonov D. M. Antenny i ustroystva SVCh: Ucheb. dlya radiotekhnich. spets. vuzov / Sazonov D. M.; – М.: Vyssh. shk., 1988. – 432 p.

*Постульга О. С., Мартинюк С. Є. Вплив параметрів напрямлених відгалужувачів на характеристики матриці Батлера розмірністю 4×4. У роботі отримано математичну модель матриці Батлера 4×4 без кросоверів на основі 3 дБ 90° напрямлених відгалужувачів. Отримані та досліджені залежності розподілу амплітуд та набігу фази сигналів на виходах, рівня узгодження входів матриці від характеристик напрямленого відгалужувача, а саме: розбалансування амплітуд і фаз сигналів на виходах плечей, рівнів узгодження та розв'язки відгалужувача.*

**Ключові слова:** матриця Батлера, напрямлений відгалужувач, фазована антенна решітка.

*Постульга А. С., Мартынюк С. Е. Влияние параметров направленных ответвителей на характеристики матрицы Батлера с размерностью 4×4. В работе получена математическая модель матрицы Батлера 4×4 без кроссоверов на основе 3 дБ 90° направленных ответвителей. Получены и исследованы зависимости распределения амплитуд и набега фазы сигналов на выходах, уровня согласования входов матрицы от характеристик направленного ответвителя, а именно: разбалансировки амплитуд и фаз сигналов на выходах плечей, уровней согласования и развязки ответвителя.*

**Ключевые слова:** матрица Батлера, направленный ответвитель, фазированная антенная решетка.

*Postulga O. S., Martynuk S. Ye. Influence of the directional coupler's parameters on the characteristics of Butler matrix 4×4.*

*Introduction.* A brief description of the Butler matrix operating principle and structure is given. The purpose of the study is defined and justified.

*Mathematical model of Butler matrix.* The overall scattering matrix of 4×4 Butler matrix without crossovers is obtained. A well-known method of multipoles cascade connection is used to derive the scattering matrix. 3 dB 90° symmetric and lossless directional couplers are used as building blocks for Butler matrix. The phase shift of phase shifters assumed as frequency-independent.

*Modeling of the directional coupler's real characteristics.* Four characteristics of directional coupler are considered as affecting the overall performance of Butler matrix: amplitude and phase imbalance at the output ports, reflection and isolation of input ports.

*Analysis of the results.* The plots of amplitude distribution at the output ports and phase difference between adjacent output ports versus the characteristics of directional coupler are shown. The analysis of results is given. Maximum permissible parameters of directional coupler are determined to obtain a qualitative Butler matrix.

*Conclusions.* General conclusions of the paper are given. Possible directions of further research are identified.

**Keywords:** Butler matrix, directional coupler, phased array.