

**РЕСТАВРАЦІЯ ДВОВИМІРНОГО ОБРАЗУ МЕТОДОМ УМОВНОЇ
ДЕКОНВОЛЮЦІЇ В ОБЛАСТІ ТРАНСФОРМАНТ ПЕРЕТВОРЕННЯ
АДАМАРА**

Іванюк Н. О., асистент

*Національний технічний університет України «Київський політехнічний
інститут», м. Київ, Україна,
ivaniuk@kivra.kpi.ua*

**TWO-DIMENSIONAL IMAGE RESTORATION BY CONVENTIONAL
DECONVOLUTION METHOD IN HADAMARD TRANSFORMATION FIELD.**

Ivaniuk N.,

National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine

Вступ

Задача реставрації образів, спотворених внаслідок не ідеальності каналів відображення (неточковості імпульсної характеристики) та наявності адитивного шуму, має велике значення в сучасній техніці. Серед відомих методів поширення досягли методи умовної деконволюції, для реалізації яких (в області натуральних координат та трансформант перетворення Фур'є [1–4]) потрібно мінімум інформації.

**Особливості метод умовної деконволюції для двовимірного образу в
натуральних координатах**

Модель деградації (спотворення) двовимірного образу має вигляд [1]

$$L(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y, x', y') \cdot f(x', y') dx' dy' + V(x, y), \quad (1)$$

де $g(x, y, x', y')$ — результуюча імпульсна характеристика каналу прийому-передачі (в якому і виникають спотворення образу); $f(x', y')$ — вихідний сигнал-зображення; $V(x, y)$ — адитивний шум; $L(x, y)$ — отримуваний спотворений образ; x, y — відповідні просторові координати.

У випадку однорідного поля образу вираз (1) перетворюється в інтеграл Дюамеля

$$L(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x - x', y - y') \cdot f(x', y') dx' dy' + V(x, y), \quad (2)$$

який після дискретизації можна записати у вигляді

$$\bar{L} = \bar{G} \cdot \bar{f} + \bar{V} \quad (2a)$$

де \bar{f}, \bar{L} — вектори-стовпці (розташовані в порядку зростання номеру) відповідно шуканого та спотвореного образів розміру $N^2 \times 1$; \bar{V} — вектор-стовпець (невідомої) реалізації шуму з енергією ε_0^2 ; \bar{G} — матричний оператор дискретної згортки порядку N^2 ; N — порядок матриці двовимірного образу.

При реставрації за методом умовної деконволюції на алгоритм накладаються дві умови:

1) в реставрованому образі енергія адитивного шуму ε_1^2 не повинна перевищувати енергії ε_0^2 в образі спотвореному ($L(x, y)$)

$$\varepsilon_1^2 \leq \varepsilon_0^2 \quad (2б)$$

2) при реставрації повинна виконуватися вимога «гладкості», яку можна представити у вигляді відповідної імпульсної характеристики

$$\bar{n} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2в)$$

Для дискретного образу розв'язання задачі (2а) з урахування вимоги (2в) має вигляд

$$\hat{f} = \left[\bar{G}^T \cdot \bar{G} + \frac{1}{\lambda} \cdot \bar{c}^T \cdot \bar{c} \right]^{-1} \cdot \bar{G}^T \cdot \bar{L}, \quad (3)$$

де f — стовпець дискретних відліків шуканої оцінки розміру $N^2 \times 1$; \bar{c} — матричний дискретний оператор умови «гладкості» оцінки порядку N^2 (сформований так само, як і оператор \bar{G}); T — знак транспонування; λ — коефіцієнт варіації Лагранжа.

Матричний дискретний оператор згортки \bar{G} (для часткового випадку, коли матриця імпульсної характеристики деградації має порядок 4) має наступну блочну (циркулянтну) структуру. Тут \bar{G}_i — квадратна (циркулянтна) матриця порядку N , утворена елементами i -го стовпця матриці спотворюючої образ імпульсної

| | | | | | | | | | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----|-------------|-------------|-------------|-------------|
| \bar{G}_0 | | | | | ... | | \bar{G}_3 | \bar{G}_2 | \bar{G}_1 |
| \bar{G}_1 | \bar{G}_0 | | | | ... | | | \bar{G}_3 | \bar{G}_2 |
| \bar{G}_2 | \bar{G}_1 | \bar{G}_0 | | | ... | | | | \bar{G}_3 |
| \bar{G}_3 | \bar{G}_2 | \bar{G}_1 | \bar{G}_0 | | ... | | | | |
| | \bar{G}_3 | \bar{G}_2 | \bar{G}_1 | \bar{G}_0 | ... | | | | |
| | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| | | | \bar{G}_3 | \bar{G}_2 | ... | \bar{G}_0 | | | |
| | | | | \bar{G}_3 | ... | \bar{G}_1 | \bar{G}_0 | | |
| | | | | | ... | \bar{G}_2 | \bar{G}_1 | \bar{G}_0 | |
| | | | | | ... | \bar{G}_3 | \bar{G}_2 | \bar{G}_1 | \bar{G}_0 |

(3а)

характеристики

$$\overline{g} = \begin{bmatrix} g_{00} & g_{01} & g_{02} & g_{03} \\ g_{10} & g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{20} & g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{30} & g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix} \quad (3б)$$

Матриця \overline{G}_i (порядку N) має структуру 3в.

Виходячи з наведених структур та порядку матриці образу (наприклад, $1024 \times 1024 = 1048576$ або $512 \times 512 = 262144$) стають зрозумілими труднощі реставрації за виразом (3) в натуральних координатах.

| | | | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|-----|----------|----------|
| g_{0i} | | | | | ... | g_{2i} | g_{1i} |
| g_{1i} | g_{0i} | | | | ... | g_{3i} | g_{2i} |
| g_{2i} | g_{1i} | g_{0i} | | | ... | | g_{3i} |
| g_{3i} | g_{2i} | g_{1i} | g_{0i} | | ... | | |
| | g_{3i} | g_{2i} | g_{1i} | g_{0i} | ... | | |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| | | | g_{3i} | g_{2i} | ... | g_{0i} | |
| | | | | g_{3i} | ... | g_{1i} | g_{0i} |

Перехід до методу умовної деконволюції в області трансформант перетворення Фур'є

Велика складність реалізації методу умовної деконволюції в натуральних координатах призвела до пошуку можливостей спростити обчислення на базі виразу (3). Одним з таких методів, спрощуючих розрахунки, є перехід до трансформант перетворення Фур'є [1, 3]. При цьому на основі теореми Парсеваля можна отримати значно простіші вирази для оцінки спектру реставрованого образу. Для кожної частоти двовимірного спектру вираз (3) перетворюється до вигляду

$$\hat{F}(m,n) = \frac{1}{G(m,n)} \times \frac{|G(m,n)|^2}{(|c(m,n)|^2 + \frac{1}{\lambda} \times |G(m,n)|^2)} \times L(m,n) \quad (4)$$

де $\hat{F}(m,n), L(m,n)$ — складові двовимірного спектру Фур'є відповідно оцінки реставрованого образу та образу деградованого; $G(m,n)$ складова спектру імпульсної характеристики деградації (3б); m, n — номери частот спектру.

Для переходу до відповідних (4) спектрів ортогональних перетворень, відмінних від перетворення Фур'є (що дозволить здійснювати такий перехід для будь-яких трансформант), розглянемо інший шлях отримання формули (4), який базується на матричних перетвореннях виразу (3). Для одержання виразу (4) шляхом матричних перетворень додамо до виразу (3) множники — одиничні матриці

$$\overline{E} = \overline{FF}^* \times \overline{FF}, \quad \overline{E} = \overline{FD} \times \overline{FF}^* \times \overline{FF} \times \overline{FD}$$

та, помноживши праву і ліву

частини цього рівняння на $\overline{FF} \times \overline{FD}$, отримаємо

$$\begin{aligned} \overline{FF} \times \overline{FD} \times \hat{f} &= \overline{FF} \times \overline{FD} \times \left[\overline{G}^T \times \overline{G} + \frac{1}{\lambda} \times \overline{c}^T \times \overline{c} \right]^{-1} \\ &\times \overline{FD}^* \times \overline{FF}^* \times \overline{FF} \times \overline{FD} \times \overline{G}^T \times \overline{FD}^* \times \overline{FF}^* \times \overline{FF} \times \overline{FD} \times \overline{L}, \\ \overline{FF} \times \overline{FD} \times \hat{f} &= \left[\overline{FF} \times \overline{FD} \times \overline{G}^T \times \overline{FD}^* \times \overline{FF}^* \times \overline{FF} \times \overline{FD} \times \overline{G} \times \overline{FD}^* \times \overline{FF}^* \right. \\ &\left. + \frac{1}{\lambda} \times \overline{FF} \times \overline{FD} \times \overline{c}^T \times \overline{FD}^* \times \overline{FF}^* \times \overline{FF} \times \overline{FD} \times \overline{c} \times \overline{FD}^* \times \overline{FF}^* \right]^{-1} \\ &\times \overline{FF} \times \overline{FD} \times \overline{G}^T \times \overline{FD}^* \times \overline{FF}^* \times \overline{FF} \times \overline{FD} \times \overline{L}. \end{aligned} \quad (5)$$

де $\overline{FF} \times \overline{FD} \times \hat{f}$ — стовпці двовимірного перетворення Фур'є оцінки реставрованого образу; \overline{F} — матричний оператор дискретного одновимірного перетворення Фур'є;

$$\overline{FD} = \begin{bmatrix} \overline{F} & \overline{0} & \overline{0} & \dots & \overline{0} \\ \overline{0} & \overline{F} & \overline{0} & \dots & \overline{0} \\ \overline{0} & \overline{0} & \overline{F} & \dots & \overline{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \overline{0} & \overline{0} & \overline{0} & \overline{0} & \overline{F} \end{bmatrix};$$

$\overline{0}$ — квадратна матриця нулів порядку N ; \overline{FF} — блочна квадратна матриця порядку N^2 (матриця симетрична), блочний k -й рядок якої має вигляд

$$\overline{FF}_k = \left[\overline{E}; \overline{Dg} \left\{ e^{-\frac{j2\pi \times k}{N}} \right\}; \overline{Dg} \left\{ e^{-\frac{j2\pi \times 2k}{N}} \right\}; \dots; \overline{Dg} \left\{ e^{-\frac{j2\pi \times k(N-1)}{N}} \right\} \right];$$

$\overline{Dg} \left\{ e^{-\frac{j2\pi \times k}{N}} \right\}$ — діагональна матриця порядку N ;

$$\overline{Dg} \left\{ e^{-\frac{j2\pi \times ak}{N}} \right\} = \begin{bmatrix} e^{-\frac{j2\pi \times ak}{N}} & \overline{0} & \dots & \overline{0} \\ \overline{0} & e^{-\frac{j2\pi \times ak}{N}} & \dots & \overline{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \overline{0} & \overline{0} & \dots & e^{-\frac{j2\pi \times ak}{N}} \end{bmatrix};$$

* — знак комплексного спряження.

Оскільки $\overline{\overline{FF}} \times \overline{\overline{FD}} \times \hat{f}$, та $\overline{\overline{FF}} \times \overline{\overline{FD}} \times \overline{\overline{L}}$ — відповідно стовпці двовимірного перетворення Фур'є від матриці оцінки реставрованого та спотвореного образів (розміру $N^2 \times 1$), позначимо

$$\begin{aligned} \overline{\overline{FF}} \times \overline{\overline{FD}} \times \hat{f} &= \hat{f}(\omega_x, \omega_y); \quad \overline{\overline{FF}} \times \overline{\overline{FD}} \times \overline{\overline{L}} = \overline{\overline{L}}(\omega_x, \omega_y); \\ \overline{\overline{FF}} \times \overline{\overline{FD}} \times \overline{\overline{G}} \times \overline{\overline{FD}} \times \overline{\overline{FF}} &= \overline{\overline{MM}}_\omega; \quad \overline{\overline{FF}} \times \overline{\overline{FD}} \times \overline{\overline{G}} \times \overline{\overline{FD}} \times \overline{\overline{FF}} = \overline{\overline{MM}}_\omega; \\ \overline{\overline{FF}} \times \overline{\overline{FD}} \times \overline{\overline{c}} \times \overline{\overline{FD}} \times \overline{\overline{FF}} &= \overline{\overline{cc}}_\omega; \quad \overline{\overline{FF}} \times \overline{\overline{FD}} \times \overline{\overline{c}} \times \overline{\overline{FD}} \times \overline{\overline{FF}} = \overline{\overline{cc}}_\omega. \end{aligned}$$

Тоді вираз (5) можна переписати у вигляді

$$\hat{f}(\omega_x, \omega_y) = \left[\overline{\overline{MM}}_\omega^* \times \overline{\overline{MM}}_\omega + \frac{1}{\lambda} \times \overline{\overline{cc}}_\omega^* \times \overline{\overline{cc}}_\omega \right]^{-1} \times \overline{\overline{MM}}_\omega^* \times \overline{\overline{L}}(\omega_x, \omega_y). \quad (6)$$

Пояснимо процедуру отримання стовпця $\overline{\overline{L}}(\omega_x, \omega_y)$ зі стовпця $\overline{\overline{L}}$, для чого детальніше розглянемо структури матриць-множників. Стовпець $\overline{\overline{L}}$ можна представити у вигляді

$$\overline{\overline{L}} = \left[\overline{\overline{L}}_0^T, \overline{\overline{L}}_1^T, \overline{\overline{L}}_2^T \dots \overline{\overline{L}}_{N-1}^T \right]^T, \text{ де } \overline{\overline{L}}_i \text{ — } i\text{-й стовпець матриці спотвореного}$$

образу. Тоді результат множення цього стовпця на матрицю $\overline{\overline{FD}}$ матиме вигляд

$$\begin{bmatrix} \overline{\overline{F}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \dots & \overline{\overline{0}} \\ \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{F}} & \overline{\overline{0}} & \dots & \overline{\overline{0}} \\ \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{F}} & \dots & \overline{\overline{0}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{F}} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \overline{\overline{L}}_0 \\ \overline{\overline{L}}_1 \\ \overline{\overline{L}}_2 \\ \dots \\ \overline{\overline{L}}_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\overline{L}}_{\omega x, 0} \\ \overline{\overline{L}}_{\omega x, 1} \\ \overline{\overline{L}}_{\omega x, 2} \\ \dots \\ \overline{\overline{L}}_{\omega x, N-1} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

де $\overline{\overline{L}}_{\omega x, i}$ — одновимірне перетворення Фур'є i -го стовпця. Множенням цього стовпця на матрицю $\overline{\overline{FF}}$ отримаємо

$$\overline{\overline{FF}} \times \begin{bmatrix} \overline{\overline{L}}_{\omega x, 0} \\ \overline{\overline{L}}_{\omega x, 1} \\ \overline{\overline{L}}_{\omega x, 2} \\ \dots \\ \overline{\overline{L}}_{\omega x, N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\overline{L}}_{\omega x, y, 0} \\ \overline{\overline{L}}_{\omega x, y, 1} \\ \overline{\overline{L}}_{\omega x, y, 2} \\ \dots \\ \overline{\overline{L}}_{\omega x, y, N-1} \end{bmatrix} = \overline{\overline{L}}(\omega_x, \omega_y) \quad (8)$$

де $\overline{\overline{L}}(\omega_x, \omega_y)$ — стовпець, утворений стовпцями двовимірного перетворення Фур'є.

Аналогічно, $\overline{\overline{MM}}_\omega = \overline{\overline{FF}} \times \overline{\overline{FD}} \times \overline{\overline{G}} \times \overline{\overline{FD}} \times \overline{\overline{FF}}$ утворено множенням мат-

риці (3а) спочатку на $\overline{\overline{FD}}$ та $\overline{\overline{FD}}^*$

$$\overline{\overline{FD}} \times \overline{\overline{G}} \times \overline{\overline{FD}}^* = \begin{bmatrix} \overline{\overline{F}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \dots & \overline{\overline{0}} \\ \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{F}} & \overline{\overline{0}} & \dots & \overline{\overline{0}} \\ \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{F}} & \dots & \overline{\overline{0}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{F}} \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} \overline{\overline{F}} \times \overline{\overline{G}}_0 \times \overline{\overline{F}}^* & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \dots & \overline{\overline{F}} \times \overline{\overline{G}}_1 \times \overline{\overline{F}}^* \\ \overline{\overline{F}} \times \overline{\overline{G}}_1 \times \overline{\overline{F}}^* & \overline{\overline{F}} \times \overline{\overline{G}}_0 \times \overline{\overline{F}}^* & \overline{\overline{0}} & \dots & \overline{\overline{F}} \times \overline{\overline{G}}_2 \times \overline{\overline{F}}^* \\ \overline{\overline{F}} \times \overline{\overline{G}}_2 \times \overline{\overline{F}}^* & \overline{\overline{F}} \times \overline{\overline{G}}_1 \times \overline{\overline{F}}^* & \overline{\overline{F}} \times \overline{\overline{G}}_0 \times \overline{\overline{F}}^* & \dots & \overline{\overline{F}} \times \overline{\overline{G}}_3 \times \overline{\overline{F}}^* \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \dots & \overline{\overline{F}} \times \overline{\overline{G}}_0 \times \overline{\overline{F}}^* \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\times \begin{bmatrix} \overline{\overline{F}}^* & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \dots & \overline{\overline{0}} \\ \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{F}}^* & \overline{\overline{0}} & \dots & \overline{\overline{0}} \\ \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{F}}^* & \dots & \overline{\overline{0}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{F}}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\overline{G}}_{0\omega x} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \dots & \overline{\overline{G}}_{1\omega x} \\ \overline{\overline{G}}_{1\omega x} & \overline{\overline{G}}_{0\omega x} & \overline{\overline{0}} & \dots & \overline{\overline{G}}_{2\omega x} \\ \overline{\overline{G}}_{2\omega x} & \overline{\overline{G}}_{1\omega x} & \overline{\overline{G}}_{0\omega x} & \dots & \overline{\overline{G}}_{3\omega x} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \dots & \overline{\overline{G}}_{0\omega x} \end{bmatrix},$$

де $\overline{\overline{G}}_{i\omega x}$ — діагональна матриця порядку N , в діагоналі якої розташовано одновимірне перетворення Фур'є i -го стовпця матриці імпульсної характеристики деградації образу (3б), тобто k -й елемент цієї діагоналі має вигляд

$$G_{\omega i k k} = g_{0i} + g_{1i} \times e^{-j2\pi k/N} + g_{2i} \times e^{-2\pi 2k/N} + \dots + g_{(N-1)i} \times e^{-2\pi(N-1)k/N}.$$

Множення отриманого результату на блочні матриці $\overline{\overline{FF}}$ та $\overline{\overline{FF}}^*$ (матриця $\overline{\overline{G}}$ блочно-циркулянтна) дасть блочно-діагональну матрицю $\overline{\overline{MM}}_{\omega}$, в якій в кожному блоці діагоналі міститься діагональ-стовпець двовимірного перетворення Фур'є від матриці деградації образу

$$\begin{aligned}
 \overline{MM}_\omega &= \begin{bmatrix} \overline{E} & \overline{E} & \overline{E} & \dots & \overline{E} \\ \overline{E} & \overline{Dg}_1 & \overline{Dg}_2 & \dots & \overline{Dg}_{(N-1)} \\ \overline{E} & \overline{Dg}_2 & \overline{Dg}_4 & \dots & \overline{Dg}_{2 \times (N-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \overline{E} & \overline{Dg}_{(N-1)} & \overline{Dg}_{2 \times (N-1)} & \dots & \overline{Dg}_{(N-1) \times (N-1)} \end{bmatrix} \\
 &\times \begin{bmatrix} \overline{G}_{0\omega x} & \overline{0} & \overline{0} & \dots & \overline{G}_{1\omega x} \\ \overline{G}_{1\omega x} & \overline{G}_{0\omega x} & \overline{0} & \dots & \overline{G}_{2\omega x} \\ \overline{G}_{2\omega x} & \overline{G}_{1\omega x} & \overline{G}_{0\omega x} & \dots & \overline{G}_{3\omega x} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \overline{0} & \overline{0} & \overline{0} & \dots & \overline{G}_{0\omega x} \end{bmatrix} \times \\
 &\begin{bmatrix} \overline{E} & \overline{E} & \overline{E} & \dots & \overline{E} \\ \overline{E} & \overline{Dg}_1^* & \overline{Dg}_2^* & \dots & \overline{Dg}_{(N-1)}^* \\ \overline{E} & \overline{Dg}_2^* & \overline{Dg}_4^* & \dots & \overline{Dg}_{2 \times (N-1)}^* \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \overline{E} & \overline{Dg}_{(N-1)}^* & \overline{Dg}_{2 \times (N-1)}^* & \dots & \overline{Dg}_{(N-1) \times (N-1)}^* \end{bmatrix} \quad (10) \\
 &= \begin{bmatrix} \overline{G}_{0\omega x, y} & \overline{0} & \overline{0} & \dots & \overline{0} \\ \overline{0} & \overline{G}_{1\omega x, y} & \overline{0} & \dots & \overline{0} \\ \overline{0} & \overline{0} & \overline{G}_{2\omega x, y} & \dots & \overline{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \overline{0} & \overline{0} & \overline{0} & \dots & \overline{G}_{(N-1)\omega x, y} \end{bmatrix} \cdot \\
 \text{Тут } \overline{Dg}_k &= \overline{Dg} \left\{ e^{-\frac{j2\pi \times k}{N}} \right\}.
 \end{aligned}$$

Таким чином, з виразу (6) (з урахуванням (7)...(10)) видно, що обернення матриці в цьому виразі є оберненням діагональної матриці і для однієї спектральної складової реставрація зводиться до реалізації виразу (4).

Перехід до методу умовної деконволюції в області трансформант перетворення Адамара

При використанні трансформант перетворення Адамара вираз (3) можна представити у вигляді

$$\overline{\overline{HF}} \times \overline{\overline{HD}} \times \hat{f} = \overline{\overline{HF}} \times \overline{\overline{HD}} \times \left[\overline{\overline{G}}^T \times \overline{\overline{G}} + \frac{1}{\lambda} \times \overline{\overline{c}}^T \times \overline{\overline{c}} \right]^{-1} \quad (11)$$

$$\times \overline{\overline{HD}}^T \times \overline{\overline{HF}}^T \times \overline{\overline{HF}} \times \overline{\overline{HD}} \times \overline{\overline{G}}^T \times \overline{\overline{HD}}^T \times \overline{\overline{HF}}^T \times \overline{\overline{HF}} \times \overline{\overline{HD}} \times \overline{\overline{L}},$$

де $\overline{\overline{HD}} = \begin{bmatrix} \overline{\overline{Hd}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \dots & \overline{\overline{0}} \\ \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{Hd}} & \overline{\overline{0}} & \dots & \overline{\overline{0}} \\ \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{Hd}} & \dots & \overline{\overline{0}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \dots & \overline{\overline{Hd}} \end{bmatrix}$ — блочно-діагональна матриця порядку N^2 , елементами якої є матричні оператори дискретного перетворення Адамара $\overline{\overline{Hd}}$ порядку N ;

$\overline{\overline{HF}}$ — блочна матриця порядку N^2 , блоками якої є одиничні матриці порядку N із знаками, що відповідають знакам перетворення Адамара. Так для блочної матриці порядку $N^2 = 8^2$ матриця $\overline{\overline{HF}}$ має вигляд

$$\overline{\overline{HF}} = \begin{bmatrix} +\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} \\ +\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} \\ +\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} \\ +\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} \\ +\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} \\ +\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} \\ +\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} \\ +\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} & +\overline{\overline{E}} & -\overline{\overline{E}} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Внесемо тепер до оберненої матриці в (11) відповідні матричні множники

$$\begin{aligned} \overline{\overline{HF}} \times \overline{\overline{HD}} \times \hat{f} &= \overline{\overline{HF}} \times \overline{\overline{HD}} \times \\ &\left[\overline{\overline{HF}} \times \overline{\overline{HD}} \times \overline{\overline{G}}^T \times \overline{\overline{HD}}^T \times \overline{\overline{HF}}^T \times \overline{\overline{HF}} \times \overline{\overline{HD}} \times \overline{\overline{G}} \times \overline{\overline{HD}}^T \times \overline{\overline{HF}}^T \right. \\ &\left. + \frac{1}{\lambda} \times \overline{\overline{HF}} \times \overline{\overline{HD}} \times \overline{\overline{c}}^T \times \overline{\overline{HD}}^T \times \overline{\overline{HF}}^T \times \overline{\overline{HF}} \times \overline{\overline{HD}} \times \overline{\overline{c}} \times \overline{\overline{HD}}^T \times \overline{\overline{HF}}^T \right]^{-1} \\ &\times \overline{\overline{HD}}^T \times \overline{\overline{HF}}^T \times \overline{\overline{HF}} \times \overline{\overline{HD}} \times \overline{\overline{G}}^T \times \overline{\overline{HD}}^T \times \overline{\overline{HF}}^T \times \overline{\overline{HF}} \times \overline{\overline{HD}} \times \overline{\overline{L}}. \end{aligned} \quad (13)$$

В виразі (13) позначимо двовимірне перетворення Адамара від стовпців матриці реставрованого образу $\hat{f}_{Hadx,y} = \overline{\overline{HF}} \times \overline{\overline{HD}} \times \hat{f}$, а двовимірне перетворення Адамара від стовпців спотвореного образу $\bar{L}_{Hadx,y} = \overline{\overline{HF}} \times \overline{\overline{HD}} \times \bar{L}$.

Позначимо також добуток $\overline{\overline{MG}}_{Had} = \overline{\overline{HF}} \times \overline{\overline{HD}} \times \overline{\overline{G}} \times \overline{\overline{HD}}^T \times \overline{\overline{HF}}^T$ та $\overline{\overline{MG}}_{Had}^T = \overline{\overline{HF}}^T \times \overline{\overline{HD}}^T \times \overline{\overline{G}}^T \times \overline{\overline{HD}} \times \overline{\overline{HF}}$.

Добуток $\overline{\overline{HD}} \times \overline{\overline{G}} \times \overline{\overline{HD}}^T$ дає блочно-діагональні матриці [5, 6] при множенні $\overline{\overline{G}}_i$ в (3а) (оскільки матриці $\overline{\overline{G}}_i$ — циркулянтна). Так, наприклад, для матриці $\overline{\overline{G}}$, порядок якої дорівнює N^2 отримаємо

$$\overline{\overline{HD}} \times \overline{\overline{G}} \times \overline{\overline{HD}}^T = \begin{bmatrix} \overline{\overline{Hd}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \dots & \overline{\overline{0}} \\ \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{Hd}} & \overline{\overline{0}} & \dots & \overline{\overline{0}} \\ \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{Hd}} & \dots & \overline{\overline{0}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{Hd}} \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} \overline{\overline{Hd}} \times \overline{\overline{G}}_0 \times \overline{\overline{Hd}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \dots & \overline{\overline{Hd}} \times \overline{\overline{G}}_1 \times \overline{\overline{Hd}} \\ \overline{\overline{Hd}} \times \overline{\overline{G}}_1 \times \overline{\overline{Hd}} & \overline{\overline{Hd}} \times \overline{\overline{G}}_0 \times \overline{\overline{Hd}} & \overline{\overline{0}} & \dots & \overline{\overline{Hd}} \times \overline{\overline{G}}_2 \times \overline{\overline{Hd}} \\ \overline{\overline{Hd}} \times \overline{\overline{G}}_2 \times \overline{\overline{Hd}} & \overline{\overline{Hd}} \times \overline{\overline{G}}_1 \times \overline{\overline{Hd}} & \overline{\overline{Hd}} \times \overline{\overline{G}}_0 \times \overline{\overline{Hd}} & \dots & \overline{\overline{Hd}} \times \overline{\overline{G}}_3 \times \overline{\overline{Hd}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \dots & \overline{\overline{Hd}} \times \overline{\overline{G}}_0 \times \overline{\overline{Hd}} \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} \overline{\overline{Hd}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \dots & \overline{\overline{0}} \\ \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{Hd}} & \overline{\overline{0}} & \dots & \overline{\overline{0}} \\ \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{Hd}} & \dots & \overline{\overline{0}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{Hd}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\overline{G}}_{0Hdx} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \dots & \overline{\overline{G}}_{1Hdx} \\ \overline{\overline{G}}_{1Hdx} & \overline{\overline{G}}_{0Hdx} & \overline{\overline{0}} & \dots & \overline{\overline{G}}_{2Hdx} \\ \overline{\overline{G}}_{2Hdx} & \overline{\overline{G}}_{1Hdx} & \overline{\overline{G}}_{0Hdx} & \dots & \overline{\overline{G}}_{3Hdx} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{0}} & \dots & \overline{\overline{G}}_{0Hdx} \end{bmatrix},$$

Подальше множення цього добутку на $\overline{\overline{HF}}$ та $\overline{\overline{HF}}^T$ (блочна матриця $\overline{\overline{HD}} \times \overline{\overline{G}} \times \overline{\overline{HD}}^T$ є циркулянтною відносно своїх блоків $\overline{\overline{G}}_{iHdx}$ порядку N) дає блочно-діагональну (відносно своїх блоків) матрицю. Так, наприклад, для матриці $N^2 = 8^2$ отримаємо

$$\overline{\overline{MG}}_{Had}^T =$$

| | | | | | | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| $\overline{\overline{G}}_{Had00}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ |
| $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{G}}_{Had11}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ |
| $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{G}}_{Had22}$ | $\overline{\overline{G}}_{Had23}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ |
| $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{G}}_{Had32}$ | $\overline{\overline{G}}_{Had33}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ |
| $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{G}}_{Had44}$ | $\overline{\overline{G}}_{Had45}$ | $\overline{\overline{G}}_{Had46}$ | $\overline{\overline{G}}_{Had47}$ |
| $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{G}}_{Had54}$ | $\overline{\overline{G}}_{Had55}$ | $\overline{\overline{G}}_{Had56}$ | $\overline{\overline{G}}_{Had57}$ |
| $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{G}}_{Had64}$ | $\overline{\overline{G}}_{Had65}$ | $\overline{\overline{G}}_{Had66}$ | $\overline{\overline{G}}_{Had67}$ |
| $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{0}}$ | $\overline{\overline{G}}_{Had74}$ | $\overline{\overline{G}}_{Had75}$ | $\overline{\overline{G}}_{Had76}$ | $\overline{\overline{G}}_{Had77}$ |

де, наприклад,

$$\overline{\overline{G}}_{Had00} = 8 \times (\overline{\overline{G}}_{0Hdx} + \overline{\overline{G}}_{1Hdx} + \overline{\overline{G}}_{2Hdx} + \overline{\overline{G}}_{3Hdx});$$

$$\overline{\overline{G}}_{Had11} = 8 \times (\overline{\overline{G}}_{0Hdx} - \overline{\overline{G}}_{1Hdx} + \overline{\overline{G}}_{2Hdx} - \overline{\overline{G}}_{3Hdx});$$

$$\overline{\overline{G}}_{Had22} = 8 \times (\overline{\overline{G}}_{0Hdx} + 0 + \overline{\overline{G}}_{2Hdx} + 0);$$

$$\overline{\overline{G}}_{Had33} = 8 \times (\overline{\overline{G}}_{0Hdx} - 0 - \overline{\overline{G}}_{2Hdx} + 0) \text{ і т.д. згідно з виразами [8, 11].}$$

З урахуванням наведених позначень вираз (13) можна записати у вигляді

$$\hat{f}_{Hadx,y} = \left[\overline{\overline{MG}}_{2Had} + \frac{1}{\lambda} \times \overline{\overline{MC}}_{2Had} \right]^{-1} \times \overline{\overline{MG}}_{Had}^T \times \overline{\overline{L}}_{Hadx,y}, \quad (14)$$

де $\overline{\overline{MG}}_{2Had} = \overline{\overline{HF}} \times \overline{\overline{HD}} \times \overline{\overline{G}}^T \times \overline{\overline{G}} \times \overline{\overline{HD}} \times \overline{\overline{HF}}^T$;

$$\overline{\overline{MC}}_{2Had} = \overline{\overline{HF}} \times \overline{\overline{HD}} \times \overline{\overline{c}}^T \times \overline{\overline{c}} \times \overline{\overline{HD}} \times \overline{\overline{HF}}^T$$
;

$$\overline{\overline{GG}}_2 = \overline{\overline{G}}^T \times \overline{\overline{G}} \text{ та } \overline{\overline{CC}}_2 = \overline{\overline{c}}^T \times \overline{\overline{c}} \text{ — циркулянтні матриці.}$$

Формування матриць без множення матричних операторів перетворення Адамара [7–9] забезпечує точно і відносно просте їх обчислення.

Результати реставрації в області трансформант перетворення Адамара

За запропонованим алгоритмом проводилася реставрація двовимірного образу (зображення) при різних рівнях шуму та при різних спотворюючих імпульсних характеристики системи відображення. Результати наведено на рис.1. Так, на рис.1а зображено еталонний образ, на рис.1б — деградований образ з адитивним шумом, середньоквадратичне відхилення якого $\sigma=0,1$, а на рис.1в— образ реставрований. На рис.1г та рис.1д наведено результати реставрації при $\sigma=0,5$ та $\sigma=0,9$ відповідно. Нарешті, на рис.1е та 1ж наведено реставрований образ при $\sigma=0,05$ для реставрації в базисі

Адамара та Фур'є відповідно. На рис.1ж значно «розмитий» фон та деталі портрету (порівняно з оригіналом).

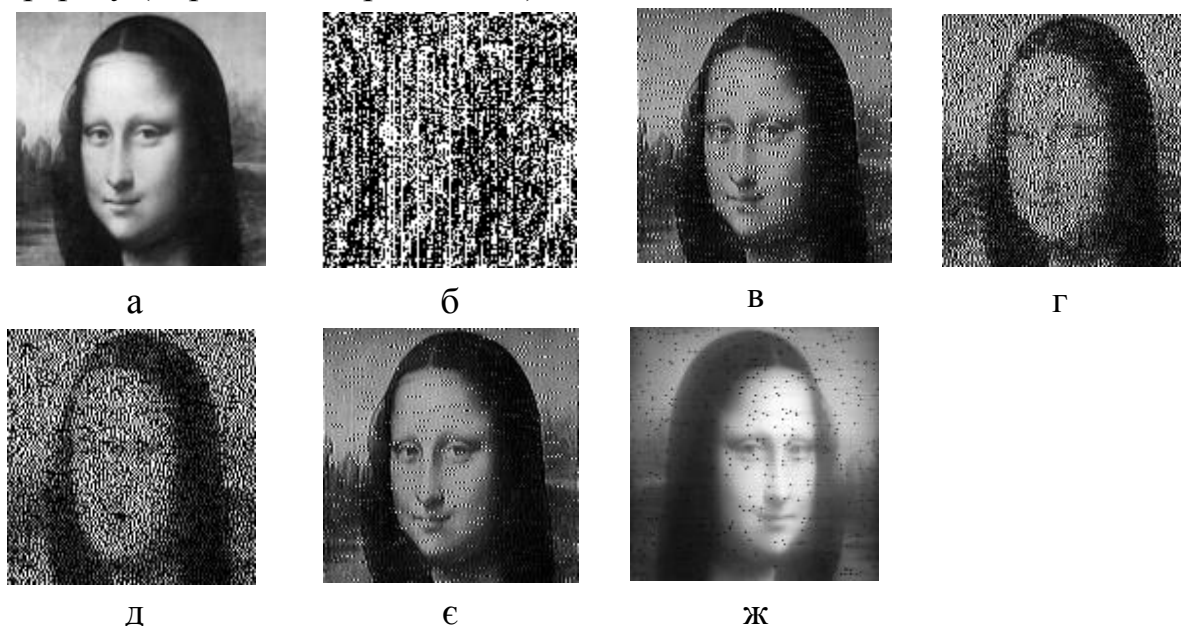


Рис. 1 Результат реставрації: а — еталонний образ; б — деградований образ; в, г, д, є — образ реставрований в базисі Адамара; ж — образ реставрований в базисі Фур'є.

Висновки

1. Запропоновані в роботі алгоритми методу умовної деконволюції в базисі трансформант дискретного перетворення Адамара у порівнянні з алгоритмами цього методу в області натуральних координат достатньо прості, вимагають меншого часу обчислень та меншої кількості арифметичних операцій.

2. Запропоновані алгоритми легко програмуються для реалізації на ЕОМ, забезпечують задовільну точність за рахунок використання символічних залежностей при формуванні матричних складових процесу обчислень.

3. Реалізація методу умовної деконволюції в базисі перетворення Адамара дає результати, подібні до реставрації при використанні дискретного перетворення Фур'є. При цьому ефект Гібса відсутній, а сам базис трансформант Адамара є зручним при архівації образів.

Перелік посилань

1. Jan Jiří Čislicova filtrace, analýza a restaurace signálů / Jan Jiří. – VUT v BRNĚ. – 1997.– 438 p.
2. Pratt W.K. Digital Image Processing / W. K. Pratt. – Publisher John Wiley & Sons, 1991.
3. Рибін О.І. Реставрація образів методом умовної деконволюції в області просторових частот / О.І. Рибін, В.Ю. Корольов // Вісник Технічного університету Поділля. – 2000. – №1. – С. 145 - 147

4. Рыбин А.И. Реставрация образов в частотной области методом взвешенной фильтрации / А.И. Рыбин, В.Ю. Королев // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 2001. – Т. 44, № 4. – С. 51 – 56.
5. Рибін О.І. Аналіз лінійних систем в області трансформант перетворення Уолша-Адамара / О.І. Рибін, А.П. Ткачук // [Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування](#). – 2006. – № 33. – с. 14-23.
6. Рыбин А.И. Анализ линейных цепей в базисе преобразований Уолша / А.И. Рыбин // Известия вузов. Радиоэлектроника – 2004. – Т. 47, №5. – С. 36 – 41.
7. Рибін О.І. Реставрація образів за методом умовної деконволюції в області трансформант перетворення Адамара / О.І. Рибін, Н.О. Іванюк // [Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування](#). – 2011. – № 46. – с. 51-58.
8. Рибін О.І. Алгоритм побудови матриці деградації образу з використанням дискретного перетворення Адамара / О.І. Рибін, Н.О. Іванюк // [Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування](#). – 2012. – № 49. – с. 18-32.
9. Рибін О.І. Умовна деконволюція в області трансформант Фур'є. Побудова матриці деградації образу. / О.І. Рибін, Н.О. Іванюк // [Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування](#). – 2011. – № 47. – с. 30-41.
10. Рибін О.І. Умовна деконволюція в області трансформант Фур'є. Побудова оберненої матриці деградації образу / О.І. Рибін, Н.О. Іванюк // [Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування](#). – 2012. – № 50. – с. 21-29.
11. Рибін О.І. Формування оберненої матриці деградації образу в області трансформант Адамара / О.І. Рибін, Н.О. Іванюк // [Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування](#). – 2013. – № 52. – с. 29-37.
12. Рибін О.І. Аналіз лінійних систем з використанням кратних перетворень / О.І. Рибін, Ю.Х. Ніжебецька, І.О. Рибіна // [Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування](#). – 2010. – № 40. – с. 5-11.
13. Рибін О.І. Аналіз лінійних систем в області трансформант кратного перетворення EIWAL / О.І. Рибін, А.П. Ткачук // [Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування](#). – 2006. – № 33. – с. 31-38.
14. Рыбин А.И. Анализ линейных систем в области трансформант кратного преобразования RTF / А.И.Рыбин, А.П. Ткачук // [Известия вузов. Радиоэлектроника](#). – 2006. – Т. 49, № 11. – С.56–63.
15. Рибіна І.О. Аналіз лінійних систем з використанням кратних перетворень шляхом розкладу реакції системи в ряд Тейлора. / І.О. Рибіна, О.Я. Вівчарик, О.А. Якубенко // [Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування](#). – 2011. – № 44. – с. 37-47.

References

1. Jan Jiří (1997) Číslíková filtrace, analýza a restaurace signlů. VUT v BRNĚ, 438 p.
2. Pratt W.K. (1991) Digital Image Processing. Publisher John Wiley & Sons.
3. Rybin O.I. and Korolev V.Yu. (2000) Restavratsiia obraziv za metodom umovnoi dekonvoliutsii v oblasti prostorovykh chastot. Visnik Tekhnichnogo universytetu Podillia. No 1, pp. 145–147.
4. Rybin A.I. and Korolev V.Yu. (2001) Restavratsiia obrazov v chastotnoi oblasti metodom vzveshenoj filtratsii Uolsha [Analysis of linear circuits in the basis of Walsh transformation]. Radioelectronics and Communications Systems. Vol. 44, No 4. pp. 51-56.
5. Rybin A. I. and Tkachuk A. P. (2006) The analisis of linear systems in basis of Walsh-Hadamard transformation. Visn. NTUU KPI, Ser. Radioteh. radioaпаратobuduv. no. 33, pp. 14-23. (in Ukrainian).

6. Rybin A.I. (2004) Analiz lineinykh tsepei v bazise preobrazovania Uolsha [Analysis of linear circuits in the basis of Walsh transformation]. *Radioelectronics and Communications Systems*. Vol. 47, No 5, pp. 36-41.
7. Rybin, A. I. and Ivanyuk, N. A. (2011) Images restoration by the conditional deconvolution method in basis of Hadamard transformation. [*Visn. NTUU KPI, Ser. Radiotekh. radioaparotobuduv.*](#) no. 46, pp. 51-58. (in Ukrainian).
8. Rybin, A. I. and Ivanyuk, N. A. (2012) Image degradation matrix formation algorithm with usage of Adamar discrete transformation. [*Visn. NTUU KPI, Ser. Radiotekh. radioaparotobuduv.*](#) no. 49, pp. 18-32. (in Ukrainian)
9. Rybin, A. I. and Ivanyuk, N. A. (2011) Fourier transformant area deconvolution condition. Construction of the image degradation matrix. [*Visn. NTUU KPI, Ser. Radiotekh. radioaparotobuduv.*](#) no. 47, pp. 30-41. (in Ukrainian)
10. Rybin, A. I. and Ivanyuk, N. A. (2012) Conventional deconvolution in the Fourier transforms. The image degradation inverse matrix construction. [*Visn. NTUU KPI, Ser. Radiotekh. radioaparotobuduv.*](#) no. 50, pp. 21-29. (in Ukrainian)
11. Rybin, A. I. and Ivanyuk, N. A. (2013) The formation of image degradation inverse matrix in the Hadamard transformation field. [*Visn. NTUU KPI, Ser. Radiotekh. radioaparotobuduv.*](#) no. 52, pp. 29-37. (in Ukrainian)
12. Rybin, A. I., Nizhebetska, Y. Kh. and Rybina, I. O. (2010) Analysis of the linear systems with the use of multiple transform. [*Visn. NTUU KPI, Ser. Radiotekh. radioaparotobuduv.*](#) no. 40, pp. 5-11. (in Ukrainian).
13. Rybin, A. I. and Tkachyk, A. P. (2006) The analisis of linear systems in basis of EIWAL transformation. [*Visn. NTUU KPI, Ser. Radiotekh. radioaparotobuduv.*](#) no. 33, pp. 31-38. (in Ukrainian).
14. Rybin A.I. and Tkachuk A.P. (2006) Analiz leneinykh sistem v oblaste transformant kratnogo preobrazovania RTF. [*Radioelectronics and Communications Systems*](#). Vol. 49, No 11. pp. 39-44.
15. Rybina, I. O., Vivcharyk, O. Ya. and Yakubenko, A. A. (2011) Analysis of linear systems with the usage of multiple transformations with Taylor series. [*Visn. NTUU KPI, Ser. Radiotekh. radioaparotobuduv.*](#) no. 44, pp. 37-47. (in Ukrainian)

Іванюк Н. О. Реставрація двовимірного образу методом умовної деконволюції в області трансформант перетворення Адамара. Розглянуто метод умовної деконволюції для реставрації двовимірних образів. Запропоновано алгоритм методу умовної деконволюції в базисі трансформант перетворення Адамара. Приведено приклади реставрації еталонного образу методом умовної деконволюції в області трансформант перетворення Адамара з різним рівнем адитивного шуму. Для порівняння приведено результат реставрації в області перетворення Фур'є та в області перетворення Адамара при одному і тому ж рівні адитивного шуму.

Ключові слова: *реставрація двовимірного образу, умовна деконволюція, перетворення Адамара, перетворення Фур'є.*

Іванюк Н. А. Реставрация двумерного образа методом условной деконволюции в области трансформант преобразования Адамара. Рассмотрен метод условной деконволюции для реставрации двумерных образов. Предложен алгоритм метода условной деконволюции в базисе трансформант преобразования Адамара. Приведены примеры реставрации эталонного образа методом условной деконволюции в области трансформант преобразования Адамара с разным уровнем аддитивного шума. Для сравнения приведены результат реставрации в области преобразования Фурье и в об-

ласти преобразования Адамара при одном и том же уровне аддитивного шума.

Ключевые слова: реставрация двумерного образа, условная деконволюции, преобразование Адамара, преобразование Фурье.

Ivaniuk N. Two-dimensional image restoration by conventional deconvolution method in Hadamard transformation field.

Introduction. The conventional deconvolution method for two-dimensional image restoration is considered. The algorithm of conventional deconvolution method in basis of Hadamard transformation is proposed.

The problem statement. The examples of standard image restoration by conventional deconvolution method in Hadamard transformation field with different level of additive noise are given. The results of restoration in Fourier and Hadamard transformation fields at the same level of additive noise are shown for comparison.

Conclusions. Realization of conventional deconvolution method in basis of Hadamard transformation gives the results similar to restoration results using discrete Fourier transformation. Herewith there is no Gibbs effect and basis of Hadamard transformation is convenient for archiving images. The conventional deconvolution method in Hadamard transformation field is rather simple, requires less computation time and less number of arithmetic operations in comparison with image restoration method in natural coordinates.

Keywords: two-dimensional image restoration, conventional deconvolution, Hadamard transformation, Fourier transformation.