

## РОЗДІЛ 4. ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ І МОДЕЛІ

УДК 330.46:519.7

### ИССЛЕДОВАНИЕ КОНКУРЕНТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ОНЛАЙНОВЫХ СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЕЙ

Кононова Е.Ю., к.э.н., доцент

*Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина*

Для оценки и прогнозирования численности пользователей социальных сетей в статье предложено использовать инструментарий нелинейной динамики. Было показано, что система с постоянными коэффициентами достаточно хорошо описывает динамику пользователей в краткосрочной перспективе, однако появление новых сервисов, изменение стратегии сети и ее конкурентов приводят к сдвигам параметров системы, что существенно влияет на долгосрочную динамику пользователей.

**Ключевые слова:** моделирование, нелинейная динамика, социальные сети, численность пользователей.

Массовое распространение интернет-технологий в конце 20-го века существенно усилило позиции виртуального пространства в обслуживании глобальной экономики. Сегодня среди интернет-ресурсов все большую роль играют онлайн-социальные сети. Д.А. Губанов и др. [1] определяют социальную сеть как структуру, состоящую из множества агентов и определенного на нем множества отношений. В интернет-пространстве под этим термином понимается интерактивный многопользовательский веб-сайт, основанный на концепции веб2.0<sup>1</sup>, который служит для создания и поддержания личных и профессиональных связей между людьми [2]. Существенным в этих определениях является большое количество агентов, взаимодействие которых в сети увеличивает ее ценность.

Одним из первых ценность социальных сетей предложил оценивать Д. Сарнов<sup>2</sup>. Закон Сарнова (Sarnoff's Law) гласит, что ценность сети растет пропорционально количеству участников  $n$ . Р. Меткалф (Metcalfe's Law) [4] уточнил эту оценку и определил, что ценность социальной сети асимптотически растет как  $n^2$ . Д. Рид (Reed's Law) [5], допуская правильность предыдущих двух законов, добавил в выражение для ценности сети составляющую, связанную с объединением многих пользователей в группы –  $2^n - n - 1$ . Массовое разорение доткомов в конце 90-х гг. заставило исследователей более осторожно относиться к вопросу о ценности социальных сетей. В [6] приводится критика законов Меткалфа и Рида и предлагается оценивать рост ценности как  $n \ln(n)$  – закон Ципфа (Zipf's Law). Однако сегодня все эти законы подвергаются критике, оценка и прогнозирование численности пользователей социальных сетей по-прежнему остается весьма актуальной задачей.

Для ее решения мы воспользовались инструментарием нелинейной динамики, и в качестве базовой выбрали модель Маурера и Хубермана<sup>3</sup> [7], которые показали, что численность поль-

<sup>1</sup>Веб2.0, по определению О'Рейли [3], – методика проектирования систем, которые путем учета сетевых взаимодействий становятся тем лучше, чем больше людей ими пользуются. Особенностью веб2.0 является принцип привлечения многих пользователей к наполнению и многократной выверке содержания сайта.

<sup>2</sup> Д. Сарнов – основатель американской Национальной Радиовещательной Компании (NBC).

<sup>3</sup> Для описания конкуренции между веб-сайтами С. Маурером и Б. Хуберманом было предложено использовать адаптированную модель Лотки-Вольтера.

завателей того или иного веб-проекта изменяется не только исходя из его собственных параметров, но и под влиянием других сайтов, предлагающих аналогичные сервисы. Ими рассматривалась следующая система дифференциальных уравнений:

$$dx_i / dt = a_i x_i (b_i - x_i) - \sum_{j \neq i, j=1}^{n-1} c_{ij} x_i x_j \quad (1)$$

где  $X_i$  – доля общего числа уникальных пользователей  $i$ -ой социальной сети,  $a_i$  ( $a_i \geq 0$ ) – темп роста  $i$ -ой сети,  $b_i$  ( $0 \leq b_i \leq 1$ ) – мощность сети<sup>4</sup>,  $c_{ij}$  ( $c_{ij} \geq 0$ ) – уровень конкуренции между сетями<sup>5</sup>.

Исследуем системы (1) на примере двух крупнейших игроков рынка – социальных сетей MySpace и FaceBook. Для этого были собраны данные о количестве их уникальных пользователей за период с 1.02.2007 по 31.05.2010 г. (рис.1) и решена задача идентификации неизвестных параметров методом полной дискретизации<sup>6</sup> [9].

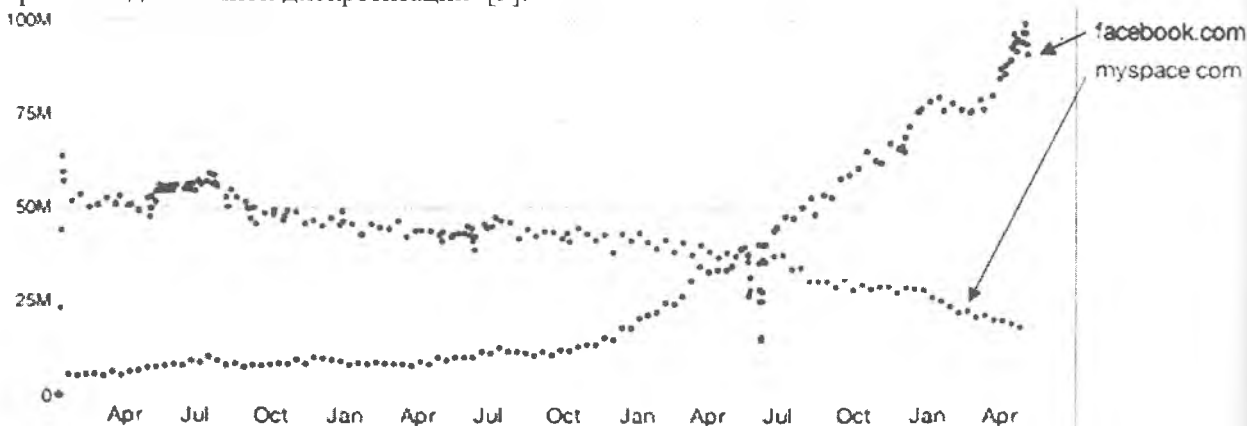


Рис. 1. Динамика численности уникальных пользователей социальных сетей FaceBook и MySpace [10]

После оценки параметров модели для сетей FaceBook и MySpace была получена следующая система уравнений<sup>7</sup>:

$$\begin{cases} \text{myspace: } dx_1 / dt = -0.0002x_1^2 + 0.0002x_1 - 0.0223x_1x_2 \\ \text{facebook: } dx_2 / dt = -0.0466x_2^2 + 0.0466x_2 \end{cases} \quad (2)$$

Анализ системы (2) показывает, что сеть MySpace характеризуется незначительным темпом роста ( $a_1 = 0.0002$ ) и подвержена сильному влиянию со стороны своего конкурента ( $a_1 < c_{12}$ ), в то время как аудитория пользователей сети FaceBook неограниченно растет с темпом роста  $a_2 = 0.0466$ , что приводит к вытеснению ею сети MySpace с рынка<sup>8</sup>. Модельные данные о количестве уникальных пользователей обеих сетей представлены на рис. 2.

<sup>4</sup> Мощность сети соответствует мощности сервера, то есть количеству одновременных соединений, которые может поддерживать сеть.

<sup>5</sup>  $c_{ij}x_i x_j$  – темп, с которым пользователи прекращают посещать  $i$ -й сайт. При этом считается, что  $i$ -я сеть сильно конкурирует с  $j$ -й, если  $c_{ij} > a_i$  [8].

<sup>6</sup> Метод реализован в программе Tomlab PROPT – это пакет программ на базе Matlab, где используется псевдоспектральный метод коллокаций (с точками Гаусса или Чебышева) для решения прикладных задач оптимального управления и оценки параметров динамических систем.

<sup>7</sup> Для этих сетей значение коэффициентов  $b$  принято равным единице, поскольку обе сети обладают достаточной для обслуживания всех потенциальных пользователей мощностью.

<sup>8</sup> Расчеты проведены совместно с Большаковой Д.М.

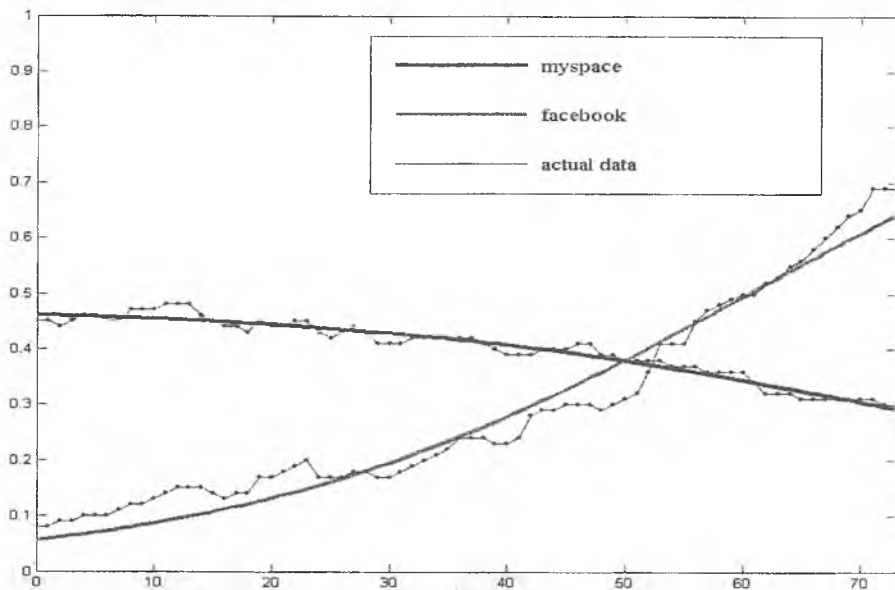


Рис. 2. Фактические и расчетные значения численности уникальных пользователей социальных сетей MySpace и FaceBook (доли), 2007-2009 гг.

Рис. 2 свидетельствует, что система с постоянными коэффициентами достаточно хорошо описывает динамику пользователей в краткосрочной перспективе, однако появление новых сервисов, изменение стратегии сети и ее конкурентов значительно влияют на долгосрочную динамику пользователей. Например, на рис. 3 представлено изменение характера развития сети MySpace после принятия решения о смене стратегии руководством социальной сети FaceBook.

facebook.com — 1.00    myspace.com — 0.90

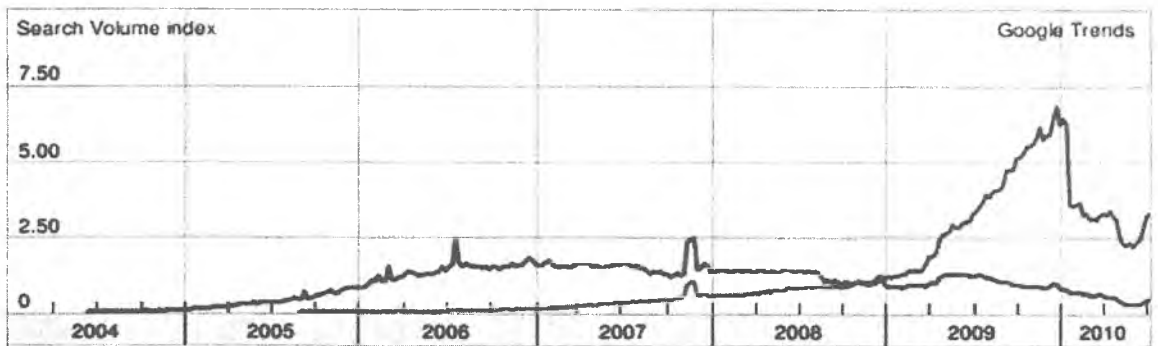


Рис. 3. Динамика поискового трафика социальных сетей, 2004-2010 гг. [11]

Действительно, для непрерывных динамических систем с течением времени характерен дрейф параметров, что приводит не только к смене положение равновесия, но и характера устойчивости. Однако такую ситуацию система с постоянными коэффициентами  $a_i, b_i, c_{ij}$  корректно описать не способна, поэтому на основе работ М. Эскобидо [12] и М. Гернандеса [13] нами было предложено моделировать уровень конкуренции<sup>9</sup> между сетями как функцию от рыночной доли участников рынка следующим образом:  $c_{ij} = \frac{k_1 x_j - k_2 x_j^2 + k_3}{1 + x_i x_j}$ , где  $k_1-k_3$  – оцениваемые параметры.

После оценки параметров на основе данных о динамике поискового трафика сетей FaceBook и MySpace система приняла вид:

<sup>9</sup> Коэффициент конкуренции следует понимать в широком смысле, поскольку, помимо конкурентного давления, он включает в себя неучтенные экзогенные влияния: присутствие других конкурентов, изменение предпочтений пользователей, действия руководства по улучшению и продвижению сайтов.

После оценки параметров на основе данных о динамике поискового трафика сетей FaceBook и MySpace система приняла вид:

$$\begin{cases} \text{facebook: } dx_1 / dt = -0.1752x_1^2 + 0.1752x_1 - \left( \frac{-15.4131x_2 + 18.1424x_2^2 + 3.3011}{1 + x_1x_2} \right) x_1x_2 \\ \text{myspace: } dx_2 / dt = -0.2773x_2^2 + 0.2773x_2 - \left( \frac{-15.1372x_1 + 19.528x_1^2 + 3.3145}{1 + x_1x_2} \right) x_1x_2 \end{cases} \quad (3)$$

На рис. 5 представлены фактические и расчетные данные для системы с переменными коэффициентами (3).

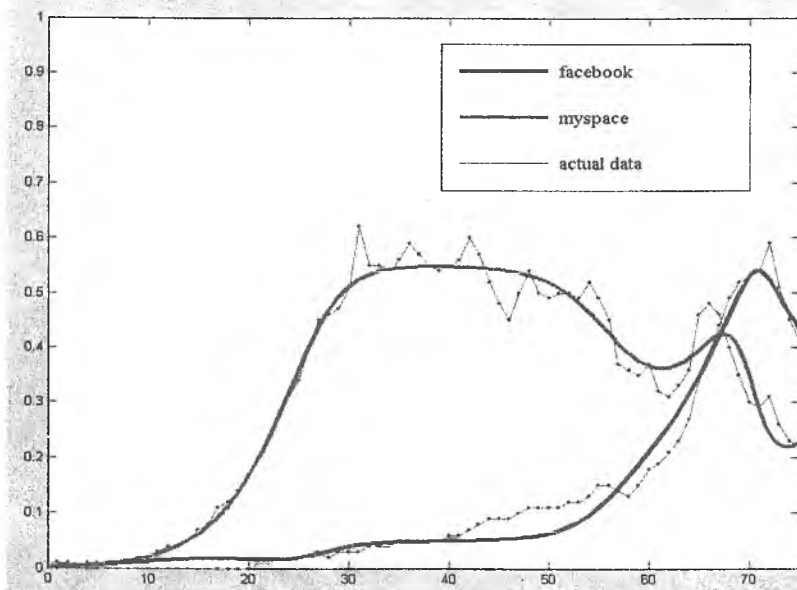


Рис. 5. Фактические и расчетные данные по поисковому трафику сетей FaceBook и MySpace за 2005-2009 гг. для системы с переменными коэффициентами

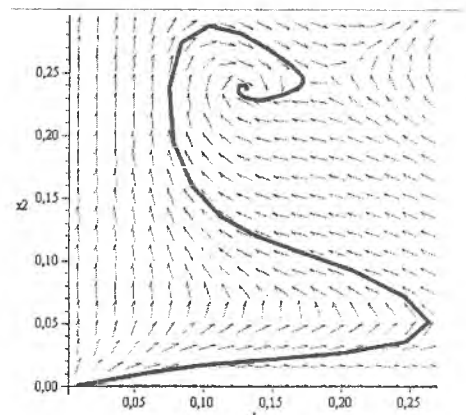
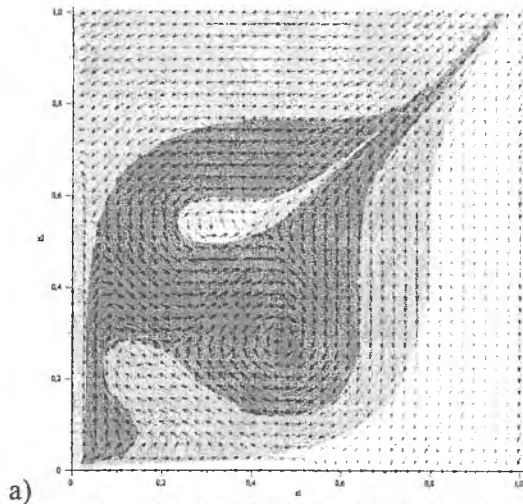
Как видно из рис. 5, система (3) достаточно хорошо описывает динамику реальных данных, предпримем для этой системы исследование равновесных состояний (табл. 1).

Таблица 1 – Точки равновесия системы (3)

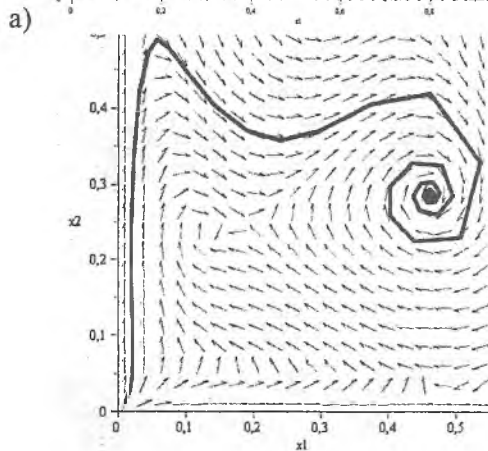
Точка равновесия	Собственные значения Якобиана	Тип точки равновесия
(0,0)	$\lambda_1 = 0.1752; \lambda_2 = 0.2773$	Неустойчивый узел
(0,1)	$\lambda_1 = -0.2773; \lambda_2 = -5.8552$	Устойчивый узел
(1,0)	$\lambda_1 = -0.1752; \lambda_2 = -7.428$	Устойчивый узел
(0.4841,0.0326)	$\lambda_1 = -0.3368; \lambda_2 = 0.2484$	Седло
(0.1296,0.2380)	$\lambda_{1,2} = -0.0389 \pm 0.0934i$	Устойчивый фокус
(0.1856,0.2462)	$\lambda_1 = 0.0781; \lambda_2 = -0.1636$	Седло
(0.4608,0.2868)	$\lambda_{1,2} = -0.0631 \pm 0.4464i$	Устойчивый фокус
(0.4065,0.5324)	$\lambda_1 = 0.3667; \lambda_2 = -0.5440$	Седло
(0.3206,0.5379)	$\lambda_{1,2} = -0.0845 \pm 0.3629i$	Устойчивый фокус
(0.0489,0.5498)	$\lambda_1 = 0.2991; \lambda_2 = -0.4524$	Седло

В системе три устойчивых точки (табл.1), которые соответствуют ситуации сосуществования сетей. Причем только для одной из них сеть FaceBook занимает большую долю рынка, чем MySpace. Ситуация «победитель получает все» возможна для обоих конкурентов:  $a_1 < c_1 - d_1 + k_1$ ,  $a_2 < c_2 - d_2 + k_2$ . Устойчивые точки имеют свои области притяжения, раз-

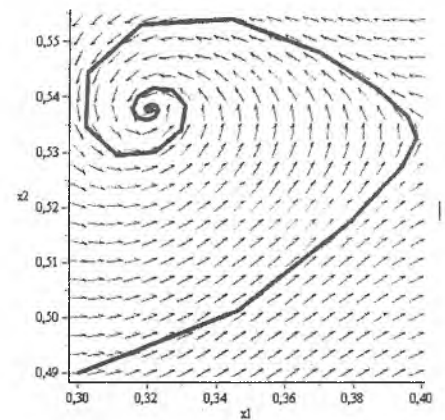
личные по величине, в зависимости от начальных условий система попадает в одну из них. На рис. 6 представлены области притяжения аттракторов и фазовые траектории при различных начальных условиях (3).



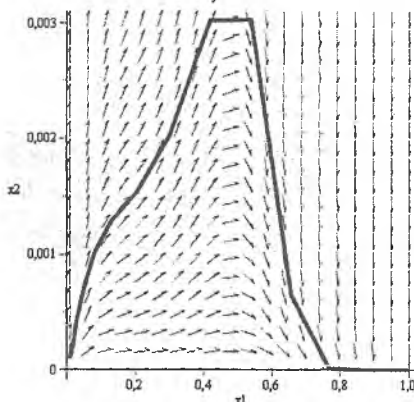
б)  $x_1(0)=0.009, x_2(0)=0.001, t=0..200$ ,  
устойчивая точка  $(0,1296;0.2380)$



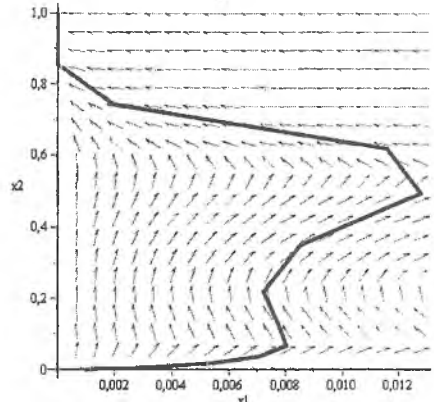
в)  $x_1(0)=0.01, x_2(0)=0.01, t=0..110$ ,  
устойчивая точка  $(0.4608;0.2868)$



г)  $x_1(0)=0.3, x_2(0)=0.49, t=0..100$ ,  
устойчивая точка  $(0.3206;0.5379)$



д)  $x_1(0)=0.01, x_2(0)=0.0001, t=0..120$ ,  
устойчивая точка  $(1;0)$



е)  $x_1(0)=0.001, x_2(0)=0.001, t=0..130$ ,  
устойчивая точка  $(0;1)$

Рис.6. а) области притяжения аттракторов (3), б)-е) фазовые траектории системы при различных начальных условиях

Очевидно, что выводы относительно доминирования на рынке в долгосрочной перспективе уже не так однозначны, как полученные для системы с постоянными коэффициентами (2). Преимущество сети Facebook возможно в случае, если начальные условия этой сети не меньше начальных условий сети-конкурента (рис. 6-в, д). При очень малых равных начальных значениях,

MySpace может выиграть в конкурентной борьбе (рис. 6-е). Некоторые точки (рис. 6-г) достижимы только при значительных уровнях начальных долей рынка, что для стартапов практически невозможно.

Анализ системы (3) показал, что введение в систему переменных коэффициентов конкуренции позволяет лучше описать динамику реальных данных – в системе возможно несколько устойчивых состояний сосуществования, динамика численности пользователей существенно зависит от стратегии конкурента, конечные состояния системы чувствительны к начальным условиям. В целом система с переменными коэффициентами оказалась достаточно продуктивной и может быть использована для дальнейшего исследования условий развития онлайн-социальных сетей в конкурентной среде.

#### Литература:

1. Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства / Под ред. чл.-корр. РАН Д.А. Новикова. – М.: Издательство физико-математической литературы, 2010. – 228 с.
2. Спиридонов М. Что такое «социальный сервис» и «социальная сеть»? / М. Спиридонов [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://spiridonov.ru/post/145>.
3. О'Релли Т. Что такое Веб2.0 / Т. О'Релли. // «Компьютерра». – № 37 (609) от 11.10.2005. – № 38 (610) от 18.10.2005.
4. Simeonov S. Metcalfe's Law: more misunderstood than wrong?-2006. URL: <http://blog.simeonov.com/2006/07/26/metcalfes-law-more-misunderstood-than-wrong/>
5. Reed D. P. That Sneaky Exponential: Beyond Metcalfe's Law to the Power of Community Building.-1999. URL:<http://www.reed.com/gfn/docs/reedslaw.html>
6. Briscoe B., Odlyzko A., Tilly B. Metcalfe's Law is Wrong. - 2006. URL:<http://spectrum.ieee.org/computing/networks/metcalfes-law-is-wrong/1>.
7. Maurer S.M., Huberman B.A. Competitive Dynamics of Web Sites // arXiv:nlin.CD/0003041, 2000.
8. Lopez L., Sanjuan M. Defining strategies to win in the Internet market, 2000.
9. Michalik C., Hanneman R., Marquardt W. Incremental single shooting-A robust method for the estimation of parameters in dynamical systems // Process Systems Engineering, Aachen, Germany, 2007.
10. [www.quantcast.com](http://www.quantcast.com)
11. [www.google.com/trends](http://www.google.com/trends)
12. M.G. Escobido, A Dynamic model of competition,(1998).
13. M-J. Hernandez, Dynamics of transitions between population interactions: a nonlinear interaction  $\alpha$ -function defined (1998).
14. tion  $\alpha$ -function defined (1998).

#### Анотація

### ДОСЛІДЖЕННЯ КОНКУРЕНТНОЇ ВЗАІМОДІЇ ОНЛАЙНОВИХ СОЦІАЛЬНИХ СІТЕЙ

Кононова К.Ю., к. е. н., доцент  
*Харківський національний університет ім. В.Н. Каразіна*

Для оцінки і прогнозування чисельності користувачів соціальних сітей в статті запропоновано використовувати інструментарій нелінійної динаміки. Було показано, що система з постійними коефіцієнтами досить добре описує динаміку користувачів в короткостроковій перспективі, однак поява нових сервісів, зміна стратегії сіті та її конкурентів призводять до руху параметрів системи, що істотно впливає на довгострокову динаміку користувачів.

**Ключові слова:** моделювання, нелінійна динаміка, соціальні сіті, кількість користувачів.

Summary

STUDY OF COMPETITIVE INTERACTION OF ONLINE SOCIAL NETWORKS

Kononova E.Y., Ph.D., Associate Professor  
*Kharkiv National University V.N. Karazin*

For assessing and predicting the number of social network's users in the article suggested using tools of nonlinear dynamics. It was shown that a system with constant coefficients describes the dynamics of users quite well in the short term. But the emergence of new services, changes in network strategy shifts the parameters of system, which significantly affects to user's dynamics in the long-term.

**Key words:** modeling, nonlinear dynamics, social networks, the number of users.

*Поступила в редколлегию 16.12.2010 г.*

© Кононова Е.Ю., 2010 г.