

К. В. Мороз

здобувач, старший викладач

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

kateryna.moroz@karazin.ua

РОЗПОДІЛ ГРОШОВИХ ДОХОДІВ НАСЕЛЕННЯ УКРАЇНИ: ЕМПІРИЧНИЙ АНАЛІЗ З ВИКОРИСТАННЯМ ЛОГНОРМАЛЬНОЇ ФУНКЦІЇ

Основним фокусом даної статті є аналіз функції розподілу грошових доходів населення України, що ставить у відповідність кожному рівню доходу частку населення з доходом на душу населення, що не перевищує цей рівень. Зокрема, у статті емпірично перевіряється гіпотеза щодо логарифмічно нормального розподілу населення України за рівнем середньодушових грошових доходів. Проаналізовано дослідження, у яких започатковано вивчення даного питання. У якості основного показника добробуту для дослідження були обрані статистичні дані щодо розподілу населення України за рівнем середньодушових еквівалентних грошових доходів за 2007–2015 рр. Спочатку аналізується динаміка основних характеристик розподілу середньодушових доходів: моди, медіани та математичного сподівання, виявляються тенденції, робляться висновки щодо їх співвідношення. Після чого за допомогою даних щодо середнього середньодушового грошового доходу та за розрахованим найпоширенішим рівнем доходів розраховуються параметри логарифмічно нормального розподілу. Далі, на основі отриманих оцінок параметрів, розподіл населення України за рівнем грошових доходів апроксимується емпірично. За допомогою тестової χ^2 -статистики Колмогорова–Смірнова робимо висновок щодо якості отриманих модельних даних. Для прогнозу середніх і модальних середньодушових грошових доходів на 2016 рік будуються їх лінії тренду, після чого розраховуються параметри розподілу на 2016 рік. Далі використовуємо логарифмічно нормальну двопараметричну модель розподілу для короткострокового прогнозування розподілу населення за грошовими доходами. Зроблено висновки щодо прогнозованих змін у середньодушових еквівалентних грошових доходах населення у порівнянні з 2015 р.

Ключові слова: розподіл доходів населення, логарифмічно нормальний розподіл, середньодушові грошові доходи.

JEL classification: D3, D63, C1, C46, C53.

K. V. Moroz

Ph.D. student, Senior Lecturer

V. N. Karazin Kharkiv National University

kateryna.moroz@karazin.ua

INCOME DISTRIBUTION OF THE POPULATION OF UKRAINE: EMPIRICAL ANALYSIS USING LOGNORMAL FUNCTION

The main focus of this article is to analyze the income distribution function of the population of Ukraine which assigns the share of the population with a per capita income to each level of income that does not exceed this level. The article, in particular, empirically tests the hypothesis about a log-normal distribution of the population of Ukraine by the level of per capita income. There were analyzed the studies dealing with this issue. We selected statistical data of the distribution of the population of Ukraine by the level of per capita equivalent income in 2007-2015 years as the main indicator of well-being.

First, we analyze the dynamics of the main characteristics of the distribution of per capita income: the mode, median and the mathematical expectation, detect trends, make conclusions regarding their parity. Then, using the data of the average per capita income and on the basis of the evaluated common income parameters of lognormal distribution are calculated. Then, on the basis of parameters evaluation, the distribution of the population of Ukraine at the level of income is approximated empirically. The conclusion about the quality of the received model data is made using the Kolmogorov-Smirnov χ^2 -test statistics. To forecast the average and modal per capita income in 2016 their line trends are built, and then the distribution parameters are calculated for 2016. Then we use the two-parameter log-normal distribution model for short-term forecasting of the distribution of population by income. The conclusions regarding the predicted changes in average per capita equivalent income as compared with 2015 are made.

Keywords: income distribution, lognormal distribution, per capita income.

JEL classification: D3, D63, C1, C46, C53.

Е. В. Мороз

соискатель, старший преподаватель
Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина
kateryna.moroz@karazin.ua

РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕНЕЖНЫХ ДОХОДОВ НАСЕЛЕНИЯ УКРАИНЫ: ЭМПИРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛОГНОРМАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ

Основным фокусом данной статьи является анализ функции распределения денежных доходов населения Украины, которая ставит в соответствие каждому уровню дохода долю населения с доходом на душу населения, не превышающим этот уровень. В частности, в статье эмпирически проверяется гипотеза о логарифмически нормальном распределении населения Украины по уровню среднедушевых денежных доходов. Проанализированы исследования, в которых начато изучение данного вопроса. В качестве основного показателя благосостояния для исследования были выбраны статистические данные о распределении населения Украины по уровню среднедушевых эквивалентных денежных доходов за 2007–2015 гг. Вначале анализируется динамика основных характеристик распределения среднедушевых доходов: моды, медианы и математического ожидания, выявляются тенденции, делаются выводы относительно их соотношения. После чего с помощью данных относительно среднего среднедушевого денежного дохода и исходя из рассчитанного распространенного уровня доходов рассчитываются параметры логарифмически нормального распределения. Далее, на основе полученных оценок параметров, распределение населения Украины по уровню денежных доходов аппроксимируется эмпирически. С помощью тестовой χ^2 -статистики Колмогорова–Смирнова делаем вывод о качестве полученных модельных данных. Для прогноза средних и модальных среднедушевых денежных доходов на 2016 год строятся их линии тренда, после чего рассчитываются параметры распределения на 2016 год. Далее используем логарифмически нормальную двухпараметрическую модель распределения для краткосрочного прогнозирования распределения населения по денежным доходам. Сделаны выводы относительно прогнозируемых изменений в среднедушевых эквивалентных денежных доходах населения по сравнению с 2015 годом.

Ключевые слова: распределение доходов населения, логарифмически нормальное распределение, среднедушевые денежные доходы.

JEL classification: D3, D63, C1, C46, C53.

Постановка проблеми. Питання розподілу доходів є одним з ключових в економіці будь-якої країни. Цінність подібної інформації полягає у її застосуванні як індикатора соціальної ситуації в країні. Аналіз функції розподілу доходів дозволить не лише оцінити економічну нерівність, а й схарактеризувати рівень доступу до основних соціальних благ, таких як якісні медичне обслуговування, харчування, житло, освіта, одяг. Тому визначення функції розподілу доходів є досить цікавим та актуальним об'єктом для досліджень. Зокрема, в даній статті перевіряється гіпотеза щодо логарифмічно нормального розподілу населення України за рівнем середньодушових грошових доходів у 2007–2015 рр.

Аналіз досліджень, у яких започатковано розв'язання даної проблеми. Дослідженню питання моделювання розподілу населення за величиною середньодушового доходу присвячено значну кількість як зарубіжних праць, зокрема С. Кузнець (Kuznets S., 1955), Е. Аткинсон (Atkinson, T. Piketty, E. Saez, 2011), З. Чен (Chen Z., 2007), М. Леви (Levy M. and Levy H., 2003), Б. Мандельброт (Mandelbrot B., 1960), Р. Жибра (Gibrat R., 1931), І. Б. Комаков (Колмаков И. Б., 2006), так і вітчизняних – роботи В.М. Гейця (Гесць В. М., 2009), Е.М. Лібанової (Лібанова Е. М., 2014), Б.В. Гнатіва (Гнатів Б.В., 2011), Т.В. Меркулової та А.А. Янцевича (Меркулова Т.В., Янцевич А.А., 2014).

Однак висновки, пов'язані з вибором функції розподілу доходів, її універсальністю для різних країн, а також залежність від часу залишаються дискусійними. Зазначимо, що функція розподілу доходів ставить у відповідність кожному рівню доходу частку населення з доходом на душу населення, що не перевищує цей рівень, в загальній чисельності населення (Колмаков И.Б., 2008).

Статистичний характер доходів фізичних осіб в умовах стабільної економіки ще у 1896 р. досліджував В. Парето (Pareto V., 1897), моделюючи їх за допомогою степеневого розподілу. Вченим вперше було виявлено, що в економіці існує спадна лінійна залежність між

логарифмом доходу x і логарифмом кількості населення N_x з доходом, більшим за $x(x \geq x_0)$. Пізніше Джині було показано, що розподіл доходів відповідає степеневому закону, але з неуніверсальними показниками степеня. Б. Мандельброт (Mandelbrot B., 1960) стверджував, що розподіл Парето справедливий лише для заможних верств населення. У 1931 р. французьким економістом Р. Жибра (Gibrat R., 1931) висунуто гіпотезу про те, що доходи населення підкоряються логарифмічно нормальному розподілу:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot x \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (1)$$

де випадкова змінна x – середньодушовий дохід, яка має логарифмічно нормальний розподіл з параметрами μ і σ .

На сучасному етапі багато науковців також дотримуються думки про необхідність визначення моделі розподілу населення за грошовими доходами як логнормальної та її адаптації до певної економічної ситуації з розробкою відповідного апарату прогнозування (наприклад, Новіков В.М., 2005). Зокрема, Дж. Х. Лопес і Л. Сервен (J. Humberto Lopez and Luis Servén, 2006) на основі близько 800 країно-річних спостережень роблять висновок, що нульова гіпотеза щодо логарифмічно нормального розподілу доходів на душу населення не може бути відхилена. Спираючись на досить поширену думку щодо логнормального розподілу доходів, в даній статті перевіряється, на скільки добре логнормальним розподілом описується розподіл грошових доходів населення України у 2007–2015 рр.

Мета статті, завдання та методологія дослідження. Основною метою даної роботи є перевірка гіпотези відповідності розподілу грошових доходів населення України логнормальному розподілу, зокрема аналіз динаміки параметрів розподілу – виявлення тенденцій.

Емпіричний аналіз, представлений нижче, спирається на дані офіційного сайту Державної служби статистики України. Зокрема, за основу для розрахунків були обрані статистичні данні щодо розподілу населення України за рівнем середньодушових еквівалентних грошових доходів за 2007–2015 рр. Таким чином, аналіз охоплює 9 років.

Для побудови ліній тренду числових характеристик застосовується Microsoft Excel. За допомогою пакету Wolfram Mathematica були побудовані та проаналізовані емпіричні функції та щільності логнормального розподілу за 2007–2016 рр.

Основні результати дослідження. Аналіз динаміки числових характеристик розподілу грошових доходів населення України. Серед числових характеристик випадкових величин, перш за все, потрібно відзначити ті, які характеризують положення випадкової величини на числовій осі, тобто вказують певне середнє, орієнтовне значення, біля якого групуються всі можливі значення випадкової величини. Прийємо наступні позначення: X_c – математичне сподівання, X_{mod} – модальне значення середньодушового середньомісячного грошового доходу, X_{med} – медіана середньодушового середньомісячного грошового доходу та характеризуємо розподіл доходу населення України виходячи з динаміки цих числових характеристик (табл. 1).

Таблиця 1

Динаміка математичного сподівання, медіани та моди середньодушового середньомісячного грошового доходу населення України за 2007–2015 рр.

| | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 |
|-------------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| X_{mod}^* | 539,73 | 844,96 | 849,57 | 1038,09 | 1190,01 | 1386,15 | 1454,00 | 1493,52 | 1682,99 |
| X_{med} | 603,16 | 1039,62 | 1089,78 | 1272,06 | 1415,12 | 1593,17 | 1706,25 | 1794,21 | 2027,63 |
| X_c | 619,01 | 977,48 | 1026,91 | 1474,72 | 1636,40 | 1795,39 | 1922,90 | 1981,28 | 2216,11 |

Джерело: Побудовано автором за даними Державної служби статистики України, 2007–2016.

* Розраховано автором за даними Державної служби статистики України, 2007–2016

Математичне сподівання (X_c) за економічним змістом відповідає середньому значенню середньодушового середньомісячного грошового доходу в генеральній сукупності та характеризується зростаючою динамікою, так, у 2015 році сягнуло 2216,11 грн.

Модальне значення середньодушового середньомісячного грошового доходу (X_{mod}) вказує на те, що найпоширеніший рівень доходу у 2015 році становив 1682,99 грн.

Медіана середньодушового середньомісячного грошового доходу (X_{med}) вказує на те, що у 2015 році середнє значення ранжованої вибірки доходів становить 2027,63 грн.

Безумовно, той факт, що у 2015 році розглянуті характеристики майже втричі перевищують їх відповідний рівень 2007 року, є позитивним явищем, проте не варто недооцінювати високий рівень інфляції, що зводить нанівець подібні зрушення.

Відзначимо, що автором також було розраховано медіанний та середній рівні середньодушових еквівалентних грошових доходів, причому середнє відхилення розрахункових значень становило менше 8%.

Отже, найпоширеніший рівень доходу населення України протягом усього досліджуваного періоду менше, ніж дохід у середині розподілу, який, у свою чергу, менше, ніж середній дохід. Тому використання середнього доходу в якості показника добробуту населення дещо завищує загальний рівень доходів основної маси людей.

Також слід відзначити, що в нашому випадку математичнє очікування, мода і медіана доходу різні. Це свідчить про те, що нормальний закон розподілу не підходить для характеристики доходів населення України.

Для прогнозу розглянутих числових характеристик побудуємо їх лінії тренду.

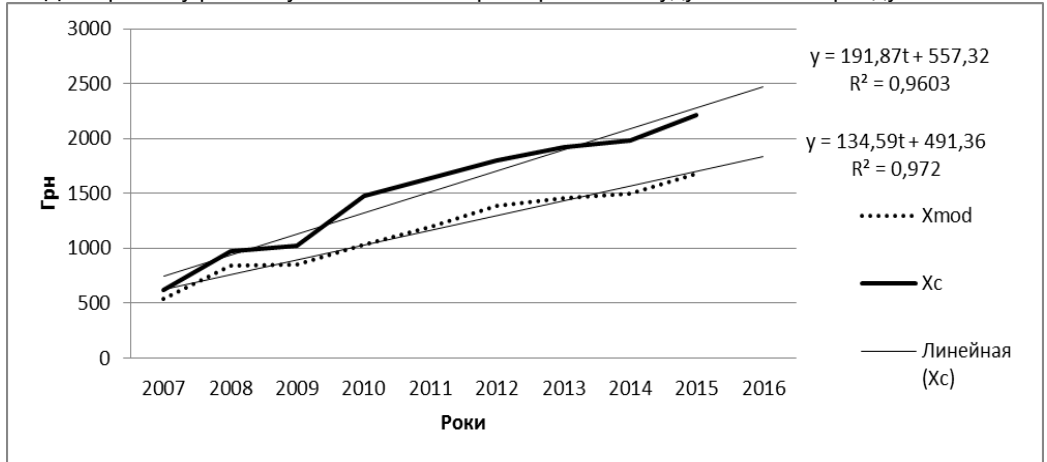


Рис. 1 – Лінії тренду моди та математичного сподівання у грошових доходах населення України, 2007–2015 рр.

Джерело: Побудовано автором за даними Державної служби статистики України, 2007–2016.

Динаміка моди та математичного сподівання досить непогано апроксимується за допомогою прямої лінії тренду, про що свідчить досить високий коефіцієнт детермінації – більше за 0,96. Побудований графік чітко прогнозує тенденцію до зростання доходів, так, у 2016 році найпоширеніший рівень доходу становитиме 1837,26 грн, у той час як середні доходи очікуються на рівні 2476,02 грн.

Варто також відзначити зростаючий розрив між модою та математичним сподіванням: різниця між середнім та найпоширенішим доходом у 2015 році становила 533,12 грн проти 79,28 грн у 2007, тобто розрив посилюється майже у 7 раз. Подібна динаміка прогнозується і надалі, так, у 2016 році розрив вже складатиме 638,76 грн.

Перевірка гіпотези щодо логарифмічно нормального розподілу грошових доходів населення України. Як було зазначено вище, розподіл населення за рівнем грошових доходів може бути описаний двопараметричною логарифмічно нормальною кривою розподілу з параметрами μ та σ (1). Параметри, що визначають щільність розподілу населення за рівнем середньодушового доходу, можуть бути обчислені за допомогою двох числових характеристик: X_c і X_{mod} , які ми розглянули вище, наступним чином:

$$\sigma = \sqrt{\frac{2}{3}(\ln X_c - \ln X_{\text{mod}})} \quad (3), \quad \mu = \frac{1}{3} \cdot \ln((X_{\text{mod}} \cdot X_c^2)) \quad (4)$$

Відповідно до розрахунків, результати яких представлені у табл.2, параметр μ характеризується поступовим зростанням: з рівня 6,38 у 2007 році до 7,61 у 2015 році. Параметр σ має дещо коливальну динаміку, сягнувши у 2010 році свого максимального значення – 0,48, а мінімального – близько 0,3 у 2007р.

Таблиця 2

Динаміка параметрів логнормального розподілу за 2007-2015рр.

| Рік | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 |
|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| μ | 6,3824 | 6,8364 | 6,8711 | 7,1792 | 7,2941 | 7,4067 | 7,4684 | 7,4973 | 7,6118 |
| σ | 0,3023 | 0,3116 | 0,3555 | 0,4838 | 0,4608 | 0,4153 | 0,4317 | 0,4341 | 0,4283 |

Джерело: авторські розрахунки

Візьмемо дані за 2007–2015 рр. за основу, для перевірки нульової гіпотези H_0 , яка полягає у тому, що розподіл доходів підпорядковується логнормальному розподілу, та альтернативної H_1 – не підкоряється даному розподілу. Для перевірки узгодженості даних і розподілу застосуємо тестову χ^2 -статистику Колмогорова-Смірнова:

$$\chi_{k-p-1}^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(f_i^{real} - f_i^{teor})^2}{f_i^{teor}} \quad (5),$$

де f_i^{real} – реальна, спостерігаєма частота, f_i^{teor} – теоретична, очікувана частота, k – кількість категорій, що залишились після об'єднання (у нашому випадку 11 інтервалів), p – кількість параметрів, що оцінюються (у нашому випадку – 2).

Використовуючи рівень значимості, рівний 0,05, знаходимо критичне значення χ^2 -статистики – 2,7326. Вирішальне правило формулюється наступним чином: гіпотеза H_0 відхиляється, якщо розрахункове значення статистики $\chi^2 > 2,7326$, в іншому випадку гіпотеза H_0 приймається. Результати досліджень вказують на те, що для 2010-2015 рр. ми можемо з вірогідністю 95% прийняти гіпотезу про те, що грошові доходи населення України підпорядковуються логарифмічно нормальному розподілу (табл. 3), винятком буде лише 2012 рік, коли подібну гіпотезу ми можемо прийняти лише з вірогідністю 0,84%.

Таблиця 3

Розрахункові значення χ^2 -статистики

| Рік | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 |
|------------------|--------|--------|-------|--------|--------|--------|
| χ^2 -розрах | 2,2778 | 1,9203 | 4,158 | 1,9943 | 2,9216 | 1,4938 |

Джерело: авторські розрахунки

Для розподілу грошових доходів у 2008–2009 роки ми не можемо прийняти гіпотезу H_0 , враховуючи досить високе значення розрахункової χ^2 -статистики. Подібні висновки можуть бути обумовлені неточністю статистичних даних, оскільки у 2007 році органи статистики змінили основу дослідження диференціації домогосподарств за рівнем матеріальної забезпеченості, з «середньодушових грошових витрат» на показник «середньодушові грошові доходи». Подібні зміни могли вплинути на якість досліджень. Також не варто недооцінювати безпосередній вплив на стан доходів українських домогосподарств несприятливої економічної ситуації в Україні у згаданий період, обумовленою кризовими процесами.

Зупинимось більш детально на результатах за 2015 рік. Розрахункове значення критерію χ^2 у 2015 році становить 1,4938, та підтверджує адекватність обраної форми розподілу (рис 3).

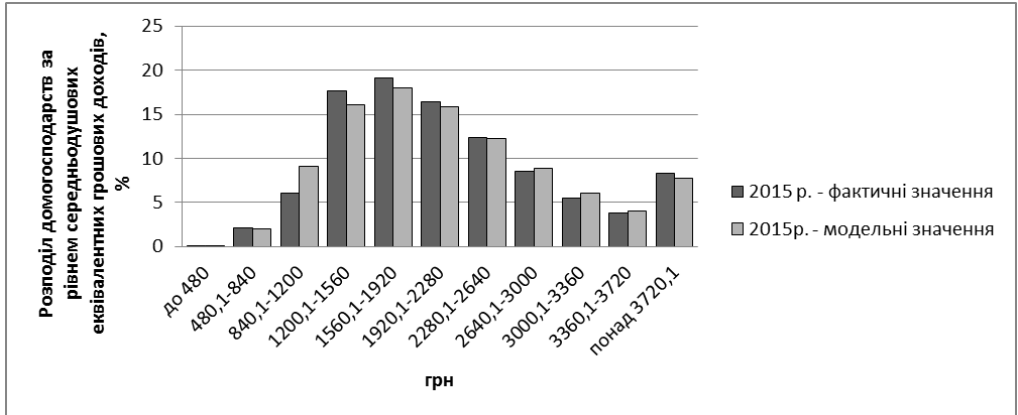


Рис. 2 – Розподіл домогосподарств за рівнем середньодушових еквівалентних грошових доходів, %, 2015 рік (фактичні та модельні значення)

Джерело: Побудовано автором за даними Державної служби статистики України [17] та за результатами моделювання

Добре підібрана функція розподілу грошових доходів слугує якісним джерелом інформації для більш ґрунтовного аналізу. Зокрема, вона дозволяє зробити висновок, що у 2015 році:

- 12,19% осіб мали дуже маленький дохід, що не перевищує прожитковий мінімум – 1227,33 грн;
- 41,52% населення мали дохід вище середнього – 2216,11 грн;
- лише 1,73% населення мали дохід вище 5000 грн;
- щоб належати, до 1% населення з найвищими доходами, необхідно було отримувати не менш як 5476,25 грн.

Моделювання розподілу грошових доходів для населення України на 2016 рік.

Враховуючи взаємозв'язок параметрів, задача прогнозу щільності розподілу населення за середньодушовим грошовим доходом $f_{i+1}(x)$ зводиться до отримання будь-якої пари прогнозних значень параметрів з чотирьох ($X_{ci+1}, X_{modi+1}, \mu_{i+1}, \sigma_{i+1}$). Вище було зпрогнозовано, що у 2016 році найпоширеніший рівень доходу становитиме 1837,26 грн, а середні доходи очікуються на рівні 2476,02 грн, тобто прогнозі значення параметрів становитимуть: $\mu_{2016} = 7,7149, \sigma_{2016} = 0,446$.

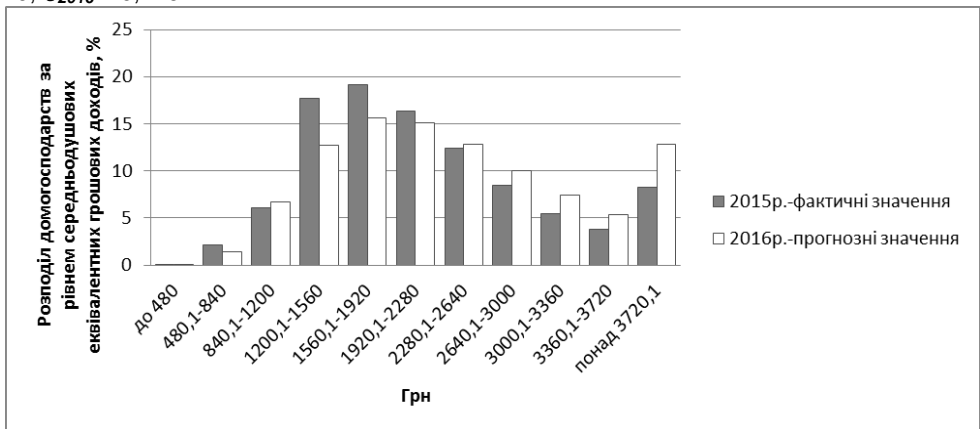


Рис. 3 – Розподіл домогосподарств за рівнем середньодушових еквівалентних грошових доходів, %, 2015-2016 рік (фактичні та прогнозні значення)

Джерело: Побудовано автором за даними Державної служби статистики України [17] та за результатами моделювання

Гістограми емпіричного розподілу грошових доходів за групами населення України у 2016 р. (рис. 3) вказує на значний приріст заможної частини населення.

У 2016 очікується, що дуже маленький дохід, що не перевищує прожитковий мінімум (1399 грн), мають 14,53% населення. Тобто, незважаючи на відносно позитивне явище – підвищення прожиткового мінімуму порівняно з 2015 роком, частка населення, дохід яких знаходиться за межами прожиткового мінімуму, зростає.

Близько 41,17% населення має дохід вище середнього – 2476,02 грн. Дохід вище 5000 грн. має 3,6% відсотків населення, що вдвічі більше ніж у 2015 році. Проте, якщо врахувати рівень інфляції, яка відповідно Державному сайту статистики за січень-листопад 2016 р. склала більше як 9%, частка населення, що отримувала дохід вище 5450 грн, складатиме лише 2,3%.

Щоб у 2016 році належати до 1% населення з найвищими доходами, середньодушові грошові доходи мають складати 6326,2 грн, тобто на 15% більше ніж у 2015 році.

Варто також відзначити, що у сучасній Україні спостерігається своєрідний феномен: населення і експерти переконані в тому, що суспільство є дуже розшарованим, а офіційна статистика свідчить про доволі помірний, приблизно відповідний європейським стандартам ступінь нерівності. Пояснюється це тим, що статистичні показники не містять параметрів рівня життя відносно нечисленних крайніх груп – і найбагатших, і найбідніших (Лібанова Е. М., 2014).

Висновки

Актуальність досліджуваної теми обумовлена тим, що нерівність за доходами значною мірою визначає нерівність у доступі до основних соціальних благ і можливостей розвитку.

Аналіз динаміки основних характеристик розподілу середньодушових доходів, дозволив зробити висновок, що найпоширеніший рівень доходу населення України протягом усього досліджуваного періоду менше, ніж дохід у середині розподілу, який, у свою чергу, менше, ніж середній дохід. Тому, використання середнього доходу в якості показника добробуту населення дещо завищує загальний рівень доходів основної маси людей. Також варто відзначити, що у 2015 р. розглянуті характеристики майже втричі перевищують відповідні значення 2007 р., проте високий рівень інфляції зводить подібні зрушення нанівець. Протягом розглянутого періоду відзначається зростаючий розрив між модою та математичним сподіванням. Подібна динаміка прогнозується і надалі, так, у 2016 році розрив вже складатиме 638,76 грн.

Результати перевірки гіпотези щодо логнормального розподілу населення за середньодушовими грошовими доходами вказують на те, що для 2010-2015 рр. ми можемо з вірогідністю 95% її прийняти. Тобто, грошові доходи населення України досить непогано апроксимуються за допомогою логарифмічно нормального розподілу, винятком буде лише 2012 рік, коли подібну гіпотезу ми можемо прийняти лише з вірогідністю 0,84%.

Гістограма емпіричного розподілу грошових доходів за групами населення України у 2016 р. вказує на значний приріст заможної частини населення. Щоб у 2016 році належати до 1% населення з найвищими доходами, середньодушові грошові доходи мають складати 6326,2 грн, тобто на 15% більше ніж у 2015 році.

Серед перспектив подальших досліджень у цьому напрямі – використання логнормальної функції розподілу для характеристики показників нерівності за грошовими доходами, перевірка інших функцій розподілу та їх комбінування.

Література

1. Kuznets S. Economic Growth and Income Inequality. *American Economic Review*. 1955, № 1 (45). – pp. 1–28.
2. Atkinson, T. Piketty, E. Saez, Top incomes in the long run of history, *Journal of Economic Literature*. – 2011. – Vol. 49:1. – pp. 3–71.
3. Chen Z. Development and Inequality: Evidence from an Endogenous Switching Regression without Regime Separation // *Economics Letters*. – 2007, Vol. 96, № 2, – pp. 269-274.
4. Levy M. and Levy H. Investment talent and the Pareto wealth distribution // *Review of Economics and Statistics*. – 2003. – P.709-725.
5. Mandelbrot B. The Pareto-Levy law and the distribution of income // *International Economic Review*. – 1960. – P.79-106.
6. Gibrat R. *Les Inégalités Économiques*, Sirey, Paris. – 1931. – 296 p.

7. Колмаков, И. Б. Прогнозирование показателей дифференциации денежных доходов населения / И. Б. Колмаков // Проблемы прогнозирования. – 2006. – N 1. – С. 136-162.
8. Геєць В. М. Соціально-економічний стан України: наслідки для народу та держави. Національна доповідь / за заг. ред. В. М. Геєця [та ін.]// К.: НВЦ НБУВ.– 2009. – 687 с.
9. Лібанова Е. М. Нерівність в українському суспільстві: витоки та сучасність. “Економіка України”. – 2014. – 3. – 4-19 с.
10. Гнатів Б.В. Математичне моделювання економічних процесів методами нерівноважної статистичної механіки / Б.В. Гнатів, Р.М. Токарчук, П.П. Костробій, М.В. Токарчук // Вісник національного університету «Львівська політехніка». – №696. – 2011. – С. 93-100.
11. Меркулова Т.В., Янцевич А.А. Энтропийный подход в анализе распределения доходов в обществе // Економіка: реалії часу. Науковий журнал. – 2014. – № 4 (14). – С. 5-10.
12. Колмаков И.Б. Методы и модели прогнозирования показателей дифференциации и поляризации денежных доходов населения. Дисс. ... д-ра экон. наук. М.: РГБ, 2008.
13. Pareto V. Cours d'Economie Politique. Lausanne and Paris, 1897 – Vol.1. – P. 430.
14. Новіков В.М. Актуальні питання структурного аналізу і прогнозування доходів населення / В.М. Новіков, В.В. Семенов // Економіка України. – 2005. – № 7. – С. 74-82.
15. J. Humberto Lopez and Luis Servén. A Normal Relationship? Poverty, Growth, and Inequality. The World Bank. World Bank Policy Research Working Paper 3814. – Jan 2006. – P.30.
16. Офіційний сайт Державної служби статистики. Розділ доходи та умови життя [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://www.ukrstat.gov.ua>.

References

1. Kuznets, S. (1955) Economic Growth and Income Inequality. *American Economic Review.*, № 1 (45), 1-28.
2. Atkinson, A. B., Piketty, T., Saez, E. (2011) Top incomes in the long run of history, *Journal of Economic Literature*, 49:1, 3–71.
3. Chen, Z. (2007) Development and Inequality: Evidence from an Endogenous Switching Regression without Regime Separation. *Economics Letters*, Vol. 96, № 2, 269-274.
4. Levy, M., & Levy, H. (2003) Investment talent and the Pareto wealth distribution. *Review of Economics and Statistics*, 709-725.
5. Mandelbrot, B. (1960) The Pareto-Levy law and the distribution of income. *International Economic Review*, 79-106.
6. Gibrat, R. (1931) *Les Inégalit's Économique*. Paris: Sirey.
7. Kolmakov, I. B. (2006). Forecasting of indicators of differentiation of monetary incomes of the population. *Problemy prognozirovaniya*, 1., 136-162 (in Russian)
8. Heiets, V. M. (2009). The socio-economic condition of Ukraine: consequences for people and the state. *Kiiv: NVTs NBUV*, (in Ukrainian).
9. Libanova, E. M. (2014). Inequality in Ukrainian society: origins and modernit. *Ekonomika Ukrainy*, 3, 4-19 (in Ukrainian)
10. Hnativ, B. W., Tokarchuk, R. M., Kostrobij, P. P., & Tokarchuk, M. V. (2011). MAthematical Modeling of Economic Processes by Methods of Nonequilibrium. *Visnik natsional'nogo universitetu «L'vivs'ka politehnika»*, 696, 93-100 (in Ukrainian)
11. Merkulova, T.V., Yantshevich, A. A. (2014). An Entropy approach to analysis of income distribution in society. *ECONOMICS: Time Realities*. 4 (14), 5-10. (in Russian)
12. Kolmakov, I.B. (2008). Methods and models of forecasting of indicators of differentiation and polarization of the incomes of the population. *Extended abstract of Doctor's thesis*. Moscow: RGB,
13. Pareto, V. (1897). *Cours d'Economie Politique*. Lausanne and Paris,
14. Novikov, V.M., & . Semenov, V.V. (2005). Topical issues of structural analysis and forecasting of incomes of the population. *Ekonomika Ukrayiny*. 7, 74-82. (In Ukrainian)
15. J. Humberto Lopez and Luis Servén. (2006, January 30) A Normal Relationship? Poverty, Growth, and Inequality. *The World Bank. World Bank Policy Research Working Paper 3814*.
16. Official Site of State Statistics Service of Ukraine. Retrieved from <http://www.ukrstat.gov.ua>.