

PACS 05.45.Xt, 74.50.+r, 85.25.Cp

УДК: 538.945, 537.312.8

## Ефект випрямлення напруги та квантова інтерференція у фрактальних структурах з джозефсонівськими контактами

Олександр Гриб

*Фізичний факультет,*

*Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна*

*пл. Свободи 4, 61022, Харків, Україна*

Створена чисельна модель ефекту випрямлення напруги, який спостерігається у магнітному полі в асиметричних контурах з джозефсонівськими контактами при протіканні змінного струму низької частоти. Модель використана для розрахунків випрямленої напруги в багатоконтактному фрактальному інтерферометрі, побудованому на основі триадного канторівського набору відрізків. Розраховано залежність випрямленої напруги від магнітного поля для сьомого порядку фрактала. Показано, що ця залежність має риси, характерні для експериментальних залежностей, отриманих на перколяційних гранульованих плівках. Знайдено, що розрахована залежність фрактальна і має ту ж розмірність, що й сам інтерферометр.

**Ключові слова:** надпровідність, Джозефсону ефект, фрактальні структури.

Создана численная модель эффекта выпрямления напряжения, который наблюдается в магнитном поле в асимметричных контурах с джозефсоновскими переходами при протекании переменного напряжения низкой частоты. Модель использована для расчета выпрямленного напряжения в многоконтактном фрактальном интерферометре, построенного на основе триадного канторовского набора отрезков. Рассчитана зависимость выпрямленного напряжения от магнитного поля для седьмого порядка фрактала. Показано, что эта зависимость имеет черты, характерные для экспериментальных зависимостей, полученных на перколяционных гранулированных пленках. Найдено, что расчетная зависимость фрактальна и имеет ту же фрактальную размерность, что и интерферометр.

**Ключевые слова:** superconductivity, the effect of Josephson, fractal structures.

A numerical model of the voltage rectification effect has been developed. The effect is observed in magnetic field in asymmetric contours contained Josephson junctions while the ac low frequency current flows through the junctions. The model was used for the calculation of the rectified voltage in the many-junction interferometer which was based on a set of triadic Cantor bars. The dependence of the rectified voltage on applied magnetic field was calculated for the seventh order of the fractal. It was shown that the calculated dependence had the same features as the experimental dependences obtained on percolating granulated films. It was found that the calculated dependence had the fractal structure with the same fractal dimension as the interferometer.

**Keywords:** сверхпроводимость, эффект Джозефсона, фрактальные структуры.

### Вступ

Ефект випрямлення напруги полягає в появі постійної напруги при протіканні змінного струму радіочастотного діапазону (до 1-10 МГц) в надпровідних системах зі слабкими зв'язками у зовнішньому магнітному полі [1-4]. У найбільш наочному експериментальному виконанні [4] на систему не подається постійна складова струму взагалі, а змінний струм подається на контакти через трансформатор. Ефект був якісно пояснений в роботах [1,2], однак його прямого моделювання не проводилося до цього часу. Було помічено що ефект посилюється в гранульованих перколяційних плівках [3, 4]. Завдяки відміченій

особливості можливе застосування цього ефекту як тесту для виявлення слабких зв'язків у складній багатofазній системі при переході у надпровідний стан. Для цього слід докладно та систематично дослідити особливості ефекту випрямлення напруги як у простих системах, так і при перколяційному переході.

У даній роботі вирішується перша з поставлених задач. На прикладі двохконтактного інтерферометру вивчається формування випрямленої напруги та особливості її залежності від зовнішнього магнітного поля. Далі, розроблена модель прикладається до багатоконтактного інтерферометру, контури якого сформовані триадною системою канторівських

відрізків [5-7]. Ця система є проміжною у переході до моделювання випрямленої напруги у перколяційному кластері, оскільки вона має риси, спільні з рисами цього кластеру, а саме властивості самоподоби, наявність квантуючих контурів різних розмірів та ступеневий закон розподілення розмірів контурів. Як буде показано, вже в такій задачі залежності випрямленої напруги  $V_{dc}$  від магнітного поля  $H$  набувають багатьох рис, які характерні для експериментальних залежностей, отриманих на перколяційних системах. Особливий інтерес викликає питання, чи мають залежності  $V_{dc}(H)$  також фрактальну структуру і чи можна з залежностей  $V_{dc}(H)$  вирахувати фрактальну розмірність системи джозефсонівських контактів. У даній роботі показано що залежність квадрату випрямленої напруги від магнітного поля фрактальна, а величина її фрактальної розмірності співпадає з фрактальною розмірністю інтерферометру.

### Ефект випрямлення напруги в асиметричному двохконтактному інтерферометрі

Ефект може бути продемонстровано на прикладі двохконтактного інтерферометру. На інтерферометр подається змінний струм з частотою, значно меншою ніж частота джозефсонівської генерації. Критичні струми контактів інтерферометру дорівнюють  $I_{ck} = (1 \pm \delta_k) \cdot I_{ca}$ , де  $k$  - номер контакту ( $k = 1, 2$ ),  $I_{ca} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N I_{ck}$ ,  $N$  - кількість контактів (у цьому прикладі  $N = 2$ ),  $\delta$  - безрозмірний параметр, який характеризує розбіг критичних струмів. Критичні напруги контактів  $V_{ck}$  вважаються однаковими [8] ( $V_{c1} = V_{c2} = \dots = V_c$ ), так що для електричного опору контактів  $R_k$  отримуємо  $R_k = V_c / I_{ck} = R_a / (1 \pm \delta_k)$ , де  $N / R_a = \sum_{k=1}^N (1 / R_k)$ . Інтерферометр знаходиться в постійному магнітному полі  $H$ , яке перпендикулярне до площини, в якій розташовані контакти. Прийmemo, що позитивний знак має магнітне поле, яке направлено з площини контуру на читача. На контакти подається змінний струм  $2I_a \cdot \sin(\omega t)$  з циклічною частотою  $\omega = 2\pi\nu$ , причому частота  $\nu$  значно менше характерної частоти контакту  $\nu_J = V_c / \Phi_0$ , де  $\Phi_0$  - квант магнітного потоку. Тоді динамічні рівняння для різниці фази параметру порядку  $\varphi_k$  на  $k$ -му контакті разом з рівняннями квантування магнітного потоку в інтерферометрі мають такий вигляд для  $H > 0$ :

$$\frac{\Phi_0 C_k}{2\pi} \frac{d^2 \varphi_k}{dt^2} + \frac{\Phi_0}{2\pi R_k} \frac{d\varphi_k}{dt} + I_{ck} \sin \varphi_k = I_a \sin(\omega t) \pm I_R, \quad k=1,2, \quad (1a)$$

$$I_R = -\frac{I_{ca}}{\beta_L} [2\pi \phi_e + (\varphi_1 - \varphi_2)], \quad (1б)$$

де верхній знак перед циркулюючим у контурі струмом  $I_R$  у рівнянні (1a) відноситься до контакту з номером  $k = 1$ ,  $C_k$  - ємність  $k$ -го контакту (ми будемо вважати ємності контактів однаковими),  $\beta_L = (2\pi a L) / \Phi_0$  - нормалізована індуктивність,  $L$  - індуктивність контуру інтерферометру,  $t$  - час,  $\phi_e = \Phi_e / \Phi_0$  - нормалізований магнітний потік зовнішнього магнітного поля,  $\Phi_e = HS$ ,  $S$  - площа контуру інтерферометру. При  $H < 0$  знаки перед струмом  $I_R$  у рівняннях (1a) та (1б) та знак перед  $\phi_e$  в (1б) змінюються на протилежні.

Рішення системи рівнянь (1a), (1б) відносно фаз  $\varphi_k$  та їх похідних дозволяє отримати випрямлену

$$\text{напругу на інтерферометрі } V_{dc} = \frac{1}{N} \frac{\Phi_0}{2\pi} \left\langle \sum_{k=1}^N \frac{d\varphi_k}{dt} \right\rangle,$$

де знак  $\langle \dots \rangle$  означає усереднення по часу, а також вольт-амперні характеристики контактів при заданому значенні магнітного поля. Система рівнянь (1a), (1б) вирішувалася методом Рунге-Кутта.

Якщо інтерферометр симетричний, тобто критичні струми та індуктивності плечей однакові, то постійної напруги на контактах не виникає (мал. 1a, крива 1). Однак, на контактах асиметричного інтерферометру існує постійна напруга, яка має значення від кількох десятків мікрвольта до десятків мікрвольт при різних значеннях магнітного поля (мал. 1a, крива 2).

Для пояснення ефекту розглянемо інтерферометр, на який подається постійний струм з абсолютним значенням  $|2I_b|$ , який перевищує критичні струми контактів [1, 2]. На мал. 1б показані залежності абсолютної величини напруги на симетричному інтерферометрі від магнітного поля, розраховані при протилежних знаках струму через інтерферометр. Ці залежності співпадають. Якщо тепер повільно циклічно змінювати струм через інтерферометр від позитивного значення до негативного та назад до позитивного (саме це відбувається при пропусканні струму низької частоти), середнє значення напруги на інтерферометрі буде дорівнювати нулю (мал. 1б, крива 1), оскільки напруги на контактах рівні по модулю та мають протилежні знаки.

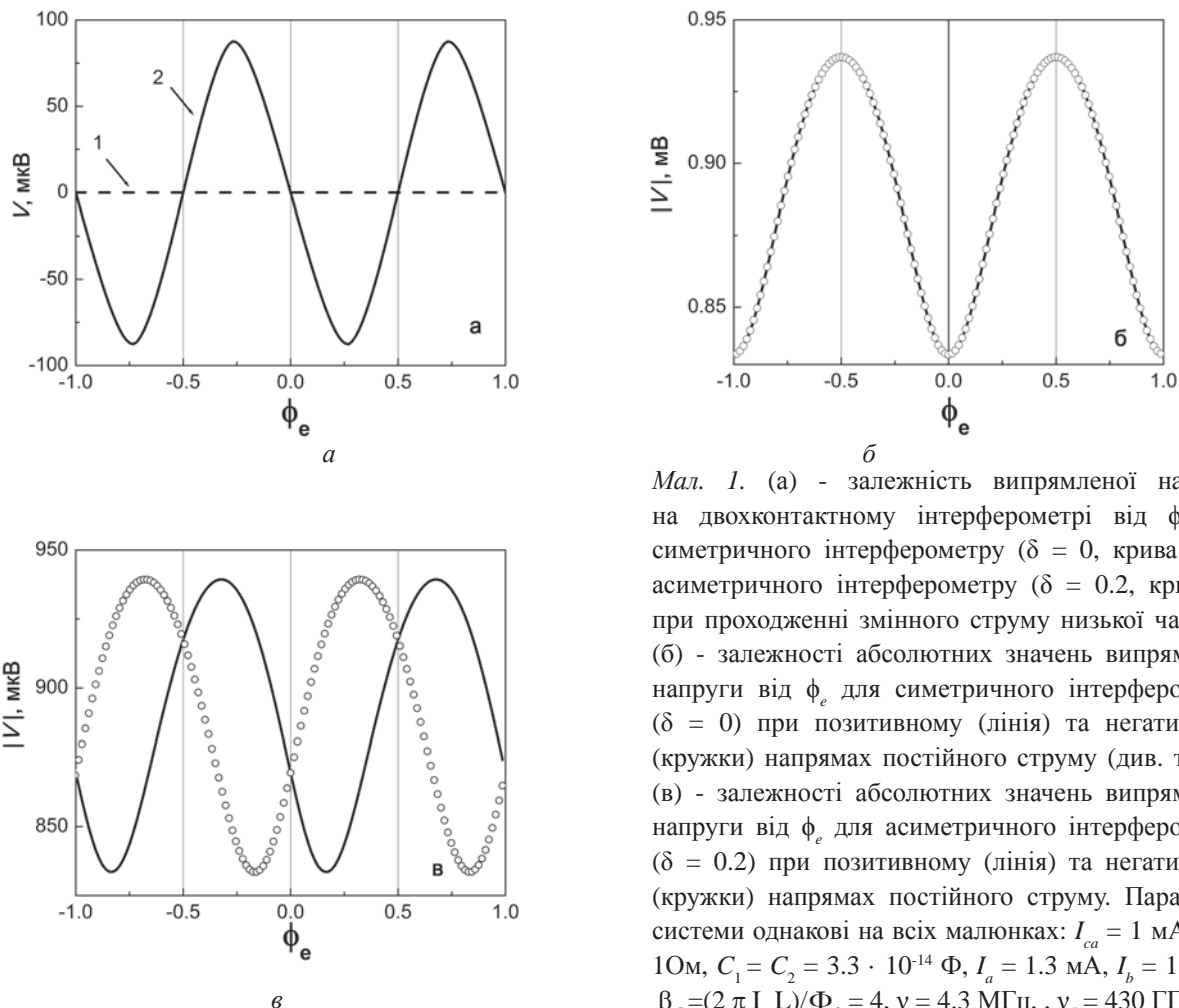
Якщо на асиметричний інтерферометр подавати постійний струм з абсолютним значенням  $|2I_b|$ , завдяки асиметрії параметрів у ньому виникає циркулюючий «струм асиметрії» навіть у нульовому зовнішньому магнітному полі [2]. Цей струм породжує власне магнітне «поле асиметрії». Існування «поля асиметрії» приводить до зміщення залежностей критичного струму інтерферометра від магнітного поля від нуля на постійну величину (див., наприклад, [2]). Важливо те, що при незмінному напрямі зовнішнього магнітного поля «струм асиметрії» змінює напрям на протилежний при зміні знаку постійного струму через

інтерферометр. Таким чином, при незмінному напрямі зовнішнього магнітного поля залежно від напрямку постійного струму величина «струму асиметрії» додається або віднімається від циркулюючого струму, який забезпечує відсутність магнітного поля у товщі надпровідника. Тому при зміні напрямку постійного струму величини напруги на контактах не співпадають (див. мал. 1в) і при повільній циклічній зміні струму середнє значення постійної напруги на інтерферометрі за період не дорівнює нулю (мал. 1а, крива 2). Таким чином, асиметрія інтерферометру породжує явище випрямлення напруги. Відмітимо, що залежність  $V_{dc}(\phi_e)$  антисиметрична, тобто  $V_{dc}(-\phi_e) = -V_{dc}(\phi_e)$ . Ця особливість постійно спостерігалася в експериментах [1-4].

### Модель випрямлення напруги у фрактальному інтерферометрі

Формування структури та електрична схема багатоконтактного фрактального інтерферометра показані на мал. 2а, б. Кількість контактів у інтерферометрі  $N = 2^n$  визначається порядком фрактала

*p*. Довжина контакту в цій моделі пов'язана з порядком фракталу (див. мал. 1а). Тому для опису інтерферометру як системи точкових контактів порядок фрактала повинен бути достатньо високим, щоби забезпечувати умову  $b \ll \lambda_J$ , де  $b$  - довжина контакту, а  $\lambda_J$  - джозефсонівська глибина проникнення магнітного поля (у наших розрахунках це величина порядку 0.1 мм [9]). На жаль, виконання цієї умови не дозволяє провести послідовний розгляд формування випрямленої напруги при малих порядках фрактала, оскільки при вибраній нами загальній довжині системи  $L_{sys} = 0.5$  мм умова  $b \ll \lambda_J$  досягається приблизно для п'ятого порядку фрактала. Зауважимо також, що при вибраній нами відстані між верхньою та нижньою пластинами надпровідника  $d = 500$  нм справедливі нерівності  $\beta_L > 1$  та  $\beta_L \gg 1$ . Ці нерівності показують, що циркулюючий струм через контакт великий і розгляд інтерферометру без урахування індуктивностей контурів (як це робилося, наприклад, в роботах [6, 7] при  $\beta_L \rightarrow 1$ ) повністю виключений. Рівняння інтерферометру з  $N$  контактами при проходженні змінного струму з амплітудою  $N I_a$  та частотою  $\omega = 2\pi\nu$ ,  $\nu \ll \nu_J$ , для



*Мал. 1. (а) - залежність випрямленої напруги на двохконтактному інтерферометрі від  $\phi_e$  для симетричного інтерферометру ( $\delta = 0$ , крива 1) та асиметричного інтерферометру ( $\delta = 0.2$ , крива 2) при проходженні змінного струму низької частоти; (б) - залежності абсолютних значень випрямленої напруги від  $\phi_e$  для симетричного інтерферометру ( $\delta = 0$ ) при позитивному (лінія) та негативному (кружки) напрямках постійного струму (див. текст); (в) - залежності абсолютних значень випрямленої напруги від  $\phi_e$  для асиметричного інтерферометру ( $\delta = 0.2$ ) при позитивному (лінія) та негативному (кружки) напрямках постійного струму. Параметри системи однакові на всіх малюнках:  $I_{ca} = 1$  мА,  $R_a = 10$  Ом,  $C_1 = C_2 = 3.3 \cdot 10^{-14}$  Ф,  $I_a = 1.3$  мА,  $I_b = 1.3$  мА,  $\beta_L = (2 \pi I_c L) / \Phi_0 = 4$ ,  $\nu = 4.3$  МГц,  $\nu_J = 430$  ГГц.*

$H > 0$  записується аналогічно рівнянням (1а), (1б) з урахуванням струмів через сусідні контури (див. Мал. 2б):

$$\begin{aligned} & \frac{\Phi_0 C_k}{2\pi} \frac{d^2 \varphi_k}{dt^2} + \frac{\Phi_0}{2\pi R_k} \frac{d\varphi_k}{dt} + \\ & + I_{ck} \sin \varphi_k = I_a \sin(\omega t) + \\ & + I_{Rk,k+1} - I_{Rk-1,k} \quad , k=2 \dots N-1, \quad (2a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{Rk,k+1} = & -\frac{I_{ca}}{\beta_{Lk,k+1}} \times \\ & \times \left[ 2\pi \Phi_{ek,k+1} + (\varphi_k - \varphi_{k+1}) \right], \quad k=2 \dots N-1, \quad (2б) \end{aligned}$$

та для крайніх контактів:

$$\begin{aligned} & \frac{\Phi_0 C_1}{2\pi} \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} + \frac{\Phi_0}{2\pi R_1} \frac{d\varphi_1}{dt} + \\ & + I_{c1} \sin \varphi_1 = I_a \sin(\omega t) + I_{R1,2}, \quad k=1, \quad (2в) \end{aligned}$$

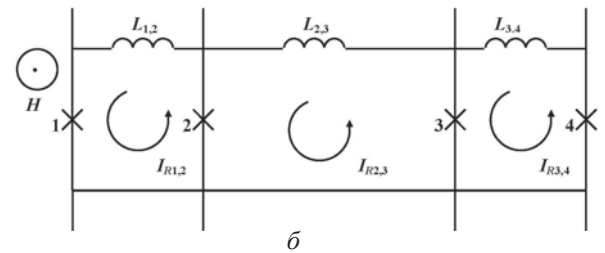
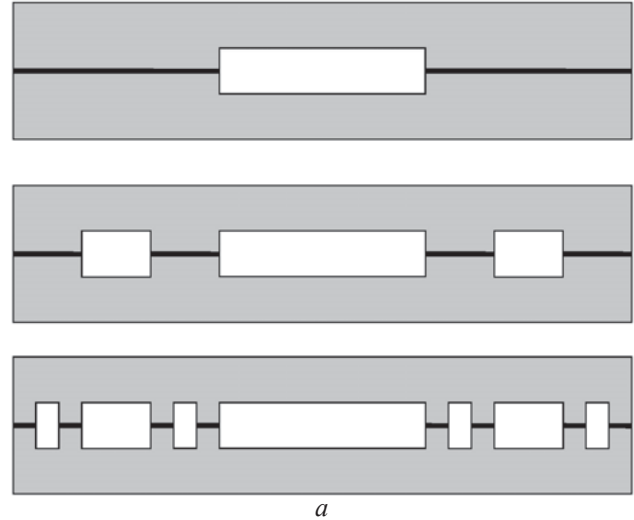
$$I_{R1,2} = -\frac{I_{ca}}{\beta_{L1,2}} \left[ 2\pi \Phi_{e1,2} + (\varphi_1 - \varphi_2) \right], \quad k=1, \quad (2г)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\Phi_0 C_N}{2\pi} \frac{d^2 \varphi_N}{dt^2} + \frac{\Phi_0}{2\pi R_N} \frac{d\varphi_N}{dt} + \\ & + I_{cN} \sin \varphi_N = I_a \sin(\omega t) - I_{RN-1,N}, \quad k=N, \quad (2д) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{RN-1,N} = & -\frac{I_{ca}}{\beta_{LN-1,N}} \times \\ & \times \left[ 2\pi \Phi_{eN-1,N} + (\varphi_{N-1} - \varphi_N) \right], \quad k=N, \quad (2е) \end{aligned}$$

де  $I_{Rk,k+1}$  та  $I_{Rk-1,k}$  - циркулюючі струми у контурі між контактами  $k, k+1$  та в контурі між контактами  $k-1, k$  (див. мал. 2б),  $\Phi_{ek,k+1} = \Phi_{ek,k+1} / \Phi_0$ ,  $\Phi_{ek,k+1} = H \cdot S_{k,k+1}$  - магнітний потік, зумовлений зовнішнім прикладеним магнітним полем у контурі інтерферометру між контактами з номерами  $k$  та  $k+1$ ,  $S_{k,k+1}$  - площа контура,  $\beta_{Lk,k+1} = (2\pi I_{ca} L_{k,k+1}) / \Phi_0$ ,  $L_{k,k+1}$  - індуктивність контуру інтерферометру між контактами  $k$  та  $k+1$ ,  $I_{ca}$  - критичний струм, усереднений по всім контактам.

Оскільки ефект випрямлення напруги має місце тільки в асиметричних контурах, слід задати відхилення параметрів контурів від середнього значення. В даній роботі моделюється тільки відхилення критичних струмів. хоча в реальних перколяційних системах не існує ні однакових критичних струмів контактів, ні однакових площин контурів. Критичні струми дорівнювали  $I_{ck} = I_{ca} (1 + \delta_k)$ , де безрозмірні величини  $\delta_k$  вибиралися випадково з гаусовим законом розподіленням, нульовим середнім значенням



Мал. 2. (а)- етапи формування фрактального інтерферометру (з першого по третій). Контакти позначено чорним кольором, надпровідник-сірим, відсутність будь-якого матеріалу - білим. На кожному етапі формування середня третина кожного контакту видаляється; (б) - електрична схема інтерферометру другого порядку. Стрілками позначені напрями циркулюючого струму при заданому напрямі магнітного поля.

та дисперсією 0.04. Величина  $I_{ck} R_k \equiv V_{ck} = const.$  зберігалась для всіх контактів. Індуктивності контурів розраховувалися згідно стандартного виразу для індуктивностей прямокутних петель [10]. При зміні знаку магнітного поля, знаки перед усіма циркулюючими струмами та перед магнітними потоками змінюються на протилежні.

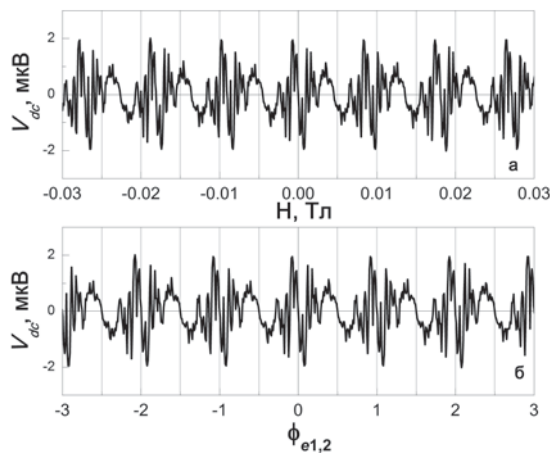
### Результати моделювання

Залежність випрямленої напруги  $V_{dc}$  від магнітного поля  $H$  для фрактального інтерферометру сьомого порядку показана на мал. 3а. Ця залежність має період, який дорівнює  $\Delta H_{max} = \Phi_0 / S_{min}$ , де  $S_{min}$  - площа найменшого контуру (мал. 3б). В експериментах отримані дані як про повторення залежностей  $V_{dc}(H)$  з періодом, характерним для контурів найменшої площі [3], так і про відсутність періодичності [3, 4]. Однак, завжди помічається, що найбільший внесок в залежність  $V_{dc}(H)$  вносять контури з найменшою площею. Наші розрахунки підтвердили цей висновок. Кількість контурів з найменшою площею у фрактальному інтерферометрі порядку  $p$  дорівнює  $2^{p-1}$ , тобто контурів



з найменшою площею найбільше. Тому внесок цих контурів у залежності  $V_{dc}(H)$  також найбільший.

У залежності  $V_{dc}(H)$  є риси, характерні для експериментальних даних для випрямленої напруги у перколяційних системах [3, 4]. Перш за все, це наявність гострих вузьких максимумів  $V_{dc}$  (мал. 3а). Другою рисою, яка проявлена на тому ж малюнку, є згущення максимумів близько нуля, тобто наявність в системі квантуючих контурів великих розмірів. Таким чином, залежності  $V_{dc}(H)$  фрактального інтерферометру відтворюють якісно основні особливості експериментальних залежностей: антисиметрію,



Мал. 3. Залежність випрямленої напруги на фрактальному інтерферометрі від магнітного поля (а) та від магнітного потоку через перший зліва контур (б).

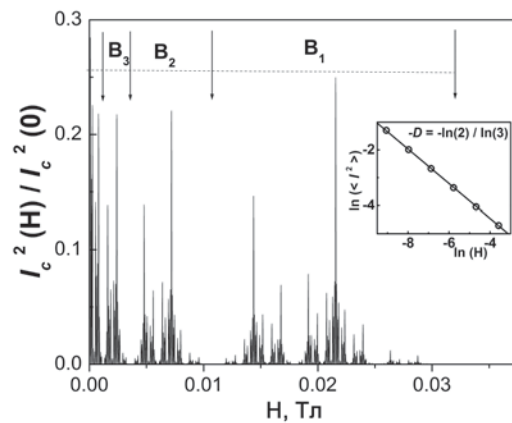
великий внесок від контурів найменшої площини, гострі максимуми, згущення максимумів близько нуля.

Ми вияснили також, що залежності  $V_{dc}(H)$  мають фрактальні властивості. Раніше [6, 7] була розрахована залежність квадрату критичного струму  $I_c^2$  від магнітного поля для фрактального інтерферометру при  $\beta_{k,k+1} \rightarrow 0$ . Критичні струми всіх контактів вважалися однаковими. Було знайдено, що криві  $I_c^2(H)$  мають фрактальну структуру та що

$$\langle I^2(q) \rangle = \frac{1}{q} \int_0^q I_c^2(q') dq' \propto q^{-D}, \quad \text{де} \quad q = (Hd/\Phi_0),$$

$D = \ln(2)/\ln(3) \approx 0.631$ . Така залежність  $\langle I^2(q) \rangle$  має місце тому, що квадрат критичного струму розраховується згідно тим виразами для перетворення Фур'є, які описують дифракційну картину розподілення інтенсивності світла при пропусканні променя через фрактальну структуру [6, 7, 11], а перетворення Фур'є фрактальної функції має також фрактальні властивості [11]. Величина  $q$  аналогічна хвильовому вектору в оптиці. Оскільки  $q \sim H$ , залежність  $I_c^2(H)$  також має фрактальну структуру (мал. 4), а закон спадання  $\langle I^2(H) \rangle$

такий самий, що і в залежності  $\langle I^2(q) \rangle$  (див. вставку на мал. 4). Для розрахунків були взяті параметри фрактального інтерферометру сьомого порядку, використані в даній роботі. Однак, критичні струми всіх контактів вважалися однаковими. Залежності  $I_c^2(H)$  мають характерну для фрактальних кривих «смугасту» структуру (мал. 4). На малюнку виділені три з шести смуг ( $B_1, B_2, B_3$ ), які існують для фрактала сьомого порядку, причому кожна смуга втричі вужча за попередню. Положення границь «смуги» визначається нулями критичного струму (докладніше про «смуги» див. [6, 11]). Зауважимо, що інтеграл  $\langle I^2(H) \rangle$  брався від



Мал. 4. Залежність нормалізованого квадрату критичного струму фрактального інтерферометру сьомого порядку при  $\beta_{k,k+1} \rightarrow 0$  від магнітного поля. Стрілками показано три з шести «смуг» (див. текст). На вставці - залежність логарифму інтегральної величини  $\langle I^2 \rangle$  від логарифму магнітного поля. Нахил прямої дорівнює фрактальній розмірності системи з негативним знаком.

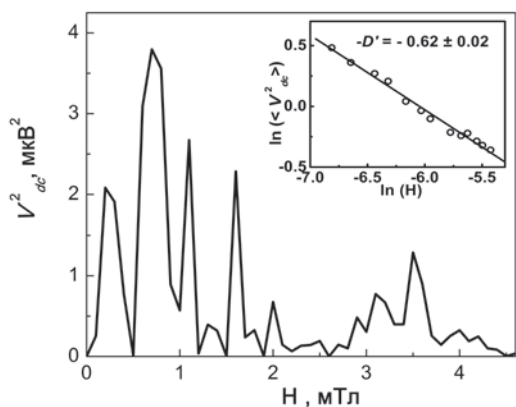
нуля до правих границь «смуг». Цей спосіб інтегрування указаний в роботах [6, 11].

Згідно моделі, яка описана в даній роботі, циркулюючі струми через контури інтерферометру визначаються індуктивностями контурів з рівнянь (2а)-(2е) при  $\beta_{k,k+1} > 1$ . Таким чином, залежності  $I_c^2(H)$  та  $\langle I^2(H) \rangle$  уже не визначаються повністю перетворенням Фур'є функції розподілення просторових координат фрактальної системи. Можна припустити, що зміна напруги на інтерферометрі при  $V \rightarrow V_c$  з магнітним полем зумовлена, головним чином, зміною критичного струму з магнітним полем [2]. Тоді можна по аналогії побудувати залежності  $V_{dc}^2(H)$  та

$$\langle V_{dc}^2 \rangle = \frac{\alpha}{H} \int_0^H V_{dc}^2(H') dH', \quad \text{де} \quad \alpha - \text{коєфіцієнт.}$$

Ці залежності показані на мал. 5 для фрактального

інтерферометру сьомого порядку. Розрахунки проводилися в інтервалі полів від 0 до 4.6 мТл, які відповідають інтервалу магнітного потоку від 0 до  $\phi_{e1,2}/2$ . Оскільки залежність  $V_{dc}^2(H)$  отримана за допомогою процедури, у якій проводилися операції з випадковими числами (критичними струмами контактів), не можна очікувати на отримання регулярної «смуғастої» структури. Однак, деякий натяк на «смуғи» ми вбачаємо в інтервалах полів від 4.6 мТл до  $4.6/3 = 1.53$  мТл та від 1.53 мТл до  $1.53/3 = 0.51$  мТл (мал. 5). Залежність  $V_{dc}^2(H)$  має нулі саме в цих точках. Інтегральна залежність  $\langle V_{dc}^2(H) \rangle$  стає пропорційною залежності  $H^{D'}$  з величиною  $D' = 0.62 \pm 0.02$  (див. вставку на мал. 5) починаючи з поля приблизно 0.7 Тл. Величина фрактальної розмірності інтерферометру  $\ln(2)/\ln(3) = 0.63$  знаходиться в межах помилки величини  $D'$ . Таким чином, ми показали, що залежність квадрату випрямленої напруги від магнітного поля фрактальна, а величина її фрактальної розмірності співпадає з фрактальною розмірністю інтерферометру. Зауважимо, що фрактальна структура цих залежностей можлива в деякому інтервалі параметрів



Мал. 5. Залежність квадрату випрямленої напруги від магнітного поля. На вставці - залежність логарифму інтегральної величини  $\langle V_{dc}^2 \rangle$  від логарифму магнітного поля при  $\alpha = 1$ . Нахил прямої дорівнює  $-0.62 \pm 0.02$ .

інтерферометру, в якому зміни  $V_{dc}(H)$  пропорційні змінам критичного струму з магнітним полем. Тому подальше узагальнення отриманого результату пов'язано з вивченням цього інтервалу параметрів.

### Висновки

В роботі побудована чисельна модель ефекту випрямлення напруги в резистивних інтерферометрах у магнітному полі при протіканні через них змінного струму з частотою набагато меншою ніж частота джозефсонівської генерації. На прикладі

двохконтактного інтерферометру докладно описана причина ефекту, отримані залежності випрямленої напруги від магнітного поля та виявлені їх особливості. За допомогою розвинутої моделі розрахований ефект випрямлення напруги у багатоcontactному фрактальному інтерферометрі. Розраховано залежності випрямленої напруги від магнітного поля для фракталу сьомого порядку. Ці залежності мають риси, які характерні для експериментально отриманих кривих, отриманих на перколяційних та гранульованих плівках (антисиметрія відносно знаку магнітного поля, згущення максимумів близько нуля магнітного поля, наявність в залежностях основного внеску квантуючих контурів найменшої площини). Показано, що залежність квадрату випрямленої напруги від магнітного поля фрактальна, а величина її фрактальної розмірності співпадає з фрактальною розмірністю інтерферометру. Подальша робота пов'язана з вивченням інтервалу параметрів, у якому випрямлена напруга зберігає фрактальні властивості.

Робота виконана в рамках теми 2-12-13.

1. A. Th. A. M. De Waele, W. H. Kraan, R. De Bruyn Ouboter, K. W. Taconis. *Physica*, 37, 114 (1967).
2. A. Th. A. M. De Waele and R. De Bruyn Ouboter. *Physica*, 41, 225 (1969).
3. A. Gerber and G. Deutscher. *Phys. Rev. Lett.*, 64, 1585 (1990).
4. А. М. Глухов, А. С. Похила. *ФНТ*, т. 19, 1149 (1993).
5. Е. Федер. *Фракталы*, Мир, Москва (1991), 262 с.
6. Alexander N. Grib, *Physica*, C 235-240, 3313 (1994).
7. A. N. Grib. *Low Temp Phys. (Fiz. Nizk. temp.)*, 22, 491 (1996).
8. К. К. Likharev. *Dynamics of Josephson junctions and circuits*, Gordon and Breach, Philadelphia (1991), 750 P.
9. Antonio Barone and Gianfranco Paternò. *Physics and applications of the Josephson effect*, A Wiley-Interscience Publication, New York (1982), 529 p.
10. П. Л. Калантаров, Л. А. Цейтлин. *Расчет индуктивностей: Справочная книга*, Энергоатомиздат, Ленинград (1986), 488 с.
11. C. Allain and M. Cloitre. *Phys. Rev. B*, 33, 3566 (1986).