РАСS 05.45.Xt, 74.50.+r, 85.25.Cp УДК: 537.312.62

# Вплив надпровідної площини на синхронізацію лінійних систем джозефсонівських контактів

# Олександр Гриб

Фізичний факультет, Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна пл. Свободи 4, 61022, Харків, Україна

Показано, що система з надпровідної площини та ланцюга з джозефсонівськими контактами, розміщених паралельно, може бути описана як довга лінія. Побудовано чисельну модель генерації джозефсонівських контактів у резонансній довгій лінії. Чисельними методами досліджено процес формування «сходинок» на вольт-амперних характеристиках контактів у резонансній довгій лінії. Знайдено, що синхронізація контактів відбувається завдяки сильному високочастотному струму на «сходинках». Модель використовується для розрахунків електричних властивостей резонансної довгої лінії з фрактальним розподіленням контактів та для аналізу результатів експерименту, в якому вивчалася поведінка внутрішніх джозефсонівських контактів у резонансній довгій лінії.

Ключові слова: джозефсонівські контакти, когерентне випромінювання, високотемпературні надпровідники, довга лінія.

It is shown that the system consisted of the superconducting plane and a chain of Josephson junctions placed in parallel to each other, can be considered as a transmission line. The numerical model of generation of Josephson junctions in the resonant transmission line is created. The process of the formation of 'steps' on IV-characteristics of Josephson junctions in the resonant transmission line is investigated numerically. It is found that synchronization of junctions appears due to the strong ac current on 'steps'. The model is used for the investigation of electric properties of the resonant transmission line with the fractal distribution of junctions inside as well as to analyze the experimental results on the behavior of intrinsic Josephson junctions inside the transmission line.

Keywords: Josephson junctions, coherent radiation, high-temperature superconductors, transmission line.

Показано, что система, состоящая из сверхпроводящей плоскости и цепочки джозефсоновских переходов, размещенных параллельно, может быть описана как длинная линия. Создана численная модель генерации джозефсоновских переходов в резонансной длинной линии. Численными методами исследовано формирование «ступенек» на вольт - амперных характеристиках переходов в резонансной длинной линии. Найдено, что синхронизация контактов осуществляется благодаря сильному высокочастотному току на «ступеньках». модель используется для расчета электрических свойств резонансной длинной линии с фрактальным распределением переходов и для анализа эксперимента, в котором изучается поведение внутренних джозефсоновских переходов в резонансной длинной линии.

**Ключевые слова**: джозефсоновские переходы, когерентное излучение, высокотемпературные сверхпроводники, длинная линия.

# Вступ

Протягом останніх десятиліть був досягнутий значний прогрес в отриманні високочастотного випромінювання від джозефсонівських контактів [1-6]. Джозефсонівські контакти є природними перетворювачами постійного струму в змінний високочастотний струм. Оскільки потужність випромінювання одного джозефсонівського контакту досить мала (від 10-13 до 10-10 Вт), для посилення потужності треба синхронізувати багато контактів. Потужність випромінювання неузгоджене У навантаження зростає пропорційно квадрату кількості контактів [7]. Особливий інтерес визивають високотемпературні надпровідники з внутрішнім ефектом Джозефсону [1, 2]. Внутрішні контакти

©Гриб Олександр, 2013

компактні та мають високі частоти випромінювання (до кількох ТГц). Для синхронізації контактів звичайно вживають схеми зворотного зв'язку, такі як резистивні петлі, які з'єднують кінці ланцюга контактів, або резонатори [7]. Перспективним також розміщення надпровідної площини вважається над ланцюгом контактів [3-6]. Ланцюг може бути відділеним від площини шаром діелектрику, так що між площиною та ланцюгом джозефсонівський зв'язок повністю відсутній. Фактично, така площина разом з ланцюгом контактів утворює довгу лінію (мал. 1а, б). Експерименти [3-6] показали, що описана система кінцевої довжини має резонансні «сходинки» на вольт-амперній характеристиці, на яких відбувається синхронізація контактів. В роботі [4] вивчалася синхронізація контактів у нерезонансній нескінченно довгій лінії. Хоча теоретично вплив довгої лінії на електричні властивості окремих контактів вивчався вже давно [8], однак, механізм синхронізації на «сходинках» вольт-амперних характеристик джозефсонівських контактів, які знаходяться у резонансній довгій лінії, досі не вивчався детально. Відмітимо також, що в експериментальних роботах [1, 2] було отримано потужне когерентне випромінювання близько 660 внутрішніх джозефсонівських контактів. Експериментальні зразки були паралелепіпедами, вирізаними на поверхні високотемпературного надпровідника. Було показано [9], що такі зразки самі були довгими лініями для електромагнітних хвиль, довжина яких менше або порядку розмірів цих зразків. Саме такі хвилі випромінюють внутрішні джозефсонівські контакти [1].

Як було зазначено вище, система, яка складається з ланцюга з джозефсонівськими контактами та з надпровідної площини над ними, розглядається у даній роботі як довга лінія. Така довга лінія моделюється чисельно, і знаходяться вольт-амперні характеристики контактів при різних граничних умовах. На прикладі одного контакту в довгій лінії будуть докладно вивчені механізм формування «сходинок» на вольт-амперній характеристиці, а також механізм синхронізації контактів на цих «сходинках». Розроблена модель використовується для знаходження вольт-амперних характеристик при фрактальному розподіленням контактів уздовж довгої лінії. Проводиться також порівняння розрахунків з експериментальною вольтамперною залежністю системи з резистивною площиною над ланцюгом внутрішніх джозефсонівських контактів.

# Модель

Електричні струми через джозефсонівські контакти, а також струми через секції довгих ліній в системах, зображених на мал. 1б, легко розраховуються методом контурних струмів [10]. Довгалінія має n=1...N секцій, причому джозефсонівські контакти знаходяться в секціях з номерами n = p, число всіх таких секцій з контактами дорівнює P, а в N - P секціях контактів немає (на мал. 16 контакт є в кожній секції, тому P = N). В одній секції з ємністю С, індуктивністю L та електричним опором R знаходиться k = 1...K джозефсонівський контактів (на мал. 16 показаний випадок K = 1), через які тече постійний струм І, (струм зміщення). Згідно резистивної моделі [7], джозефсонівський контакт з номером к можна представити як паралельне з'єднання джерела джозефсонівського струму  $I_{ck,n} \sin \phi_{k,n}$  (де  $\phi_{kn}$ - різниця фази параметру порядку на k-му контакті у секції з номером n, I<sub>скл</sub> - критичний струм контакту),



Мал. 1. (а) - малюнки розташування систем джозефсонівських контактів у довгій лінії. Джозефсонівські контакти позначені чорним кольором, надпровідник-крапками, надпровідна площина-сірим кольором. (б) - високочастотна схема системи. Джозефсонівські контакти позначені хрестиками.

електричного опору  $R_{k,n}$  та конденсатору з ємністю  $C_{k,n}$ . Система диференційних рівнянь, які описують закон збереження електричного струму в контактах та правила Кірхгофа для довгої лінії, виглядає так:

$$\alpha C_{k,n} \frac{d^2 \phi_{k,n}}{dt^2} + \frac{\alpha}{R_{k,n}} \frac{d \phi_{k,n}}{dt} + I_{ck,n} \sin \phi_{k,n} = I_b - \frac{dq_n}{dt} , k = 1..K, n = p, \quad (1a)$$

$$L\frac{d^{2}q_{n}}{dt^{2}} + R\frac{dq_{n}}{dt} + \frac{1}{C}(2q_{n} - q_{n-1} - q_{n+1}) = \begin{cases} \sum_{k=1}^{K} \alpha \frac{d\phi_{k,n}}{dt}, n = p, \\ 0, n \neq p, \end{cases}$$
(16)

де  $\alpha = \Phi_0/2\pi$ ,  $\Phi_0$  - квант магнітного потоку, t - час,  $q_n$ 

 електричний заряд, який тече через індуктивність в секції *n*. Напруга на контактах у секції *n* дорівнює

$$V_{k,n} = \left\langle \alpha \frac{d\phi_{k,n}}{dt} \right\rangle$$
, де знак  $\langle \dots \rangle$  означає усереднення

по часу, значно більшому, ніж період джозефсонівської генерації.

Для граничних умов задачі вводимо секції з номерами n = 0 та n = N+1. Диференційні рівняння для них такі:

$$L_{0} \frac{d^{2} q_{0}}{dt^{2}} + R_{0} \frac{d q_{0}}{dt} + \left(\frac{q_{0}}{C} - \frac{q_{1}}{C}\right) = \\ = \begin{cases} \sum_{k=1}^{K} \alpha \frac{d \phi_{k,0}}{dt}, \ p = 0, \\ 0, \ p \neq 0, \end{cases}$$
(1B)

$$\begin{split} L_{N+1} & \frac{d^2 q_{N+1}}{dt^2} + R_{N+1} \frac{d q_{N+1}}{dt} + \left(\frac{q_{N+1}}{C} - \frac{q_N}{C}\right) = \\ & = \begin{cases} \sum_{k=1}^{K} \alpha \frac{d \phi_{k,N+1}}{dt}, \ p = N+1, \\ 0, \ p \neq N+1, \end{cases} \end{split}$$
(1r)

де  $L_0$ ,  $R_0$ ,  $C_0$ ,  $L_{N+1}$ ,  $R_{N+1}$ ,  $C_{N+1}$  - параметри індуктивності, електричного опору та ємності для секцій з номерами 0 та N+1, відповідно. В подальшому ми будемо використовувати три типа граничних умов:  $p \neq 0$ ,  $L_0 = L_{N+1} = 10^{-2} \cdot L$ ,  $R_0 = R_{N+1} = \sqrt{L/C}$  (модель узгодженого активного навантаження),  $p \neq 0$ ,  $L_0 = L_{N+1} = L$ ,  $R_0 = R_{N+1} = 10^2$  Ом (модель лінії, яка розімкнута з обох боків), p = 0,  $L_0 = L$ ,  $R_0 = R$ ,  $L_{N+1} = L$ ,  $R_{N+1} = 10^2$  Ом (модель лінії, яка розімкнута з обох боків), p = 0,  $L_0 = L$ ,  $R_0 = R$ ,  $L_{N+1} = L$ ,  $R_{N+1} = 10^2$  Ом (модель лінії, яка розімкнута з правого боку, а з лівого боку в секції n = 0 знаходяться джозефсонівські контакти).

Рішення систем диференційних рівнянь відносно

різниць фаз параметру порядку на контактах  $\phi_{k,n}$  дає можливість побудувати вольт-амперні характеристики, розподілення напруг та струмів уздовж довгої лінії,

а також величину 
$$S = \left\langle \left( \sum_{n=1}^{N} \left( \alpha \frac{d\phi_{1,n}}{dt} - V_{1,n} \right) \right)^2 \right\rangle$$

при k = 1, яка є усередненим по часу квадратом суми змінних напруг на контактах. Величина

$$S_n = \left\langle \left( \alpha \frac{d\phi_{1,n}}{dt} - V_{1,n} \right)^2 \right\rangle$$
 пропорційна потужності

випромінювання контактів у секції n. Нормалізація величини S на усереднений по часу квадрат змінної напруги одного контакту дає параметр q, який дорівнює нулю при антифазній синхронізації,  $N^2$  при синфазній синхронізації та N, якщо контакти не синхронізовані [7].

Параметри секції довгої лінії L, C, та R залежать від лінійного розміру секції  $\zeta$ . Індуктивність та ємність пов'язані між собою відношенням



Мал. 2. (а) - нормалізована вольт-амперна характеристика контакту (n = 30) для граничних умов з узгодженим активним навантаженням; (б) - нормалізована вольт-амперна характеристика контакту (n = 30) у розімкнутій з обох кінців довгій лінії. Стрілками позначені резонанси від стоячої хвилі вздовж всієї системи. Параметри системи:  $D = 1.5 \cdot 10^{-4}$  м, N = 60, P = 1, p = 30,  $C_j = 8.24 \cdot 10^{-13}$  Ф,  $C = 4.22 \cdot 10^{-14}$  Ф,  $L = 3.29 \cdot 10^{-14}$  Г,  $\zeta = 2.5 \cdot 10^{-6}$  м,  $I_c = 10^{-2}$  А,  $V_c = 2 \cdot 10^{-3}$  В,  $R = 5 \cdot 10^{-4}$  Ом; (в) - розподілення  $I/I_c$  впродовж резонансної довгої лінії. Штрихова лінія показує місцезнаходження контакту. Для кривої 1  $I_b / I_c = 1.08$  (перша сходинка на мал. 2б), для кривої 2  $I_b/I_c = 1.38$  (друга сходинка на мал. 2б); (г) - залежність нормалізованого струму  $I_{30}/I_c$ , який протікає через контакт, від нормалізованого постійного струму  $I_b/I_c$  для системи з розімкнутими кінцями. Крапками позначена залежність  $I/I_c = I_b/I_c$ ; (д) - залежність величини  $S_{30}$  від нормалізованої напруги  $V/V_c$  для системи з розімкнутими кінцями. Штрихова лінія - залежність  $S_{30} = f(V/V_c)$  для системи з узгодженими активними навантаженнями на кінцях.

 $\rho = \zeta / \sqrt{LC}$ , де  $\rho$ - швидкість світла у надпровіднику. Тому при розрахунках задавався тільки один з параметрів, а другий розраховувався з наведеного рівняння при заданій швидкості світла у надпровіднику  $\rho = c / \sqrt{\varepsilon}$ , де с - швидкість світла у вакуумі,  $\varepsilon$ -діелектрична проникність середовища (ми задавали  $\varepsilon$  = 20 для високотемпературного надпровідника).

### Результати моделювання

Для того, щоб охарактеризувати поведінку вольтамперної характеристики наведеної на мал. 1а системи, розглянемо спершу дію довгої лінії на один джозефсонівський контакт. Залишимо тільки один контакт посередині довгої лінії на мал. 1а, б (N = 60, P= 1, p = 30). Довжина такої лінії дорівнює  $1.5 \cdot 10^{-4}$  м при розмірі секції 2.5·10<sup>-6</sup> м. Вольт-амперна характеристика системи наведена на мал. 2а для граничних умов з узгодженими активними навантаженнями на обох кінцях довгої лінії. Видно, що у цьому випадку вольтамперна характеристика монотонно зростає після переходу контакту у резистивний стан. Якщо змінити граничні умови і розглядати систему при розімкнутих характеристика кінцях, вольт-амперна суттєво На вольт-амперній змінюється. характеристиці (мал. «Сходинки» виникають «сходинки» 2б). нагадують особливості, які з'являються при дії зовнішнього випромінювання на контакт. Однак, у даному випадку зовнішнього випромінювання немає, так що особливості виникають при детектуванні контактом власного випромінювання. Поява «сходинок» на вольт-амперній характеристиці пов'язана з резонансами у розімкнутій довгій лінії [9]. Розглянемо процес появи «сходинок» більш докладно. Як відомо, посилення струму через джозефсонівський контакт виникає, коли конденсатор контакту разом з послідовним резонансним контуром, приєднаним до системи, утворюють паралельний резонансний контур [4]. Отже, для створення сильного струму через контакт, зворотний зв>язок повинен мати резонанс послідовного типу. У довгій лінії з контактом такий резонанс виникає при напругах  $V_{vr}/V_c = (\rho \Phi_0)/(V_c D) [(2l+1)/4]$ де D - довжина довгої лінії, l - ціле число. Початки великих «сходинок» на мал. 26 з точністю до 5 відсотків співпадають з величинами V<sub>vr</sub>/V<sub>c</sub>. Однак, досить слабі резонанси віддзеркалення електромагнітної хвилі від обох кінців довгої лінії також присутні (на мал. 26 ці резонанси позначені стрілками). На мал. 2в наведене розподілення середньоквадратичної величини змінного струму І впродовж довгої лінії в системі при величинах струмів І, які відповідають першій та другій сходинкам

лінії утворюються стоячі хвилі. На мал. 2г у нормалізованих одиницях зображена залежність середньоквадратичної величини змінного струму, який

гече через контакт 
$$I_{30} = \sqrt{\left\langle \left(I_b - \frac{dq_{30}}{dt}\right)^2 \right\rangle}$$
, від

постійного струму I<sub>b</sub>. Видно, що струм I<sub>30</sub> збільшується

при тих струмах I,, які відповідають появі «сходинок» на вольт-амперній характеристиці (мал. 26), причому це збільшення струму І зберігається на протязі всієї «сходинки». Збільшення величини І досягає 15 відсотків. На мал. 2д показана залежність квадрату змінної напруги на контакті S<sub>30</sub> від нормалізованої напруги V/V для граничних умов узгоджених навантажень на кінцях лінії (штрихова лінія) та для граничних умов з розімкнутими кінцями лінії (жирна лінія). Видно, що для лінії з розімкнутими кінцями ця залежність має різкі максимуми при напругах V, /V, тоді як при узгодженому навантаженні крива плавно зменшується після  $V/V_c \approx 0.6$ . Оскільки величина  $S_{30}$ пропорційна потужності випромінювання, можна зробити висновок, що потужність випромінювання контакту у розімкнутій довгій лінії максимальна при резонансах. Оскільки на контакті має місце пучність струму та вузол напруги, цей резонанс є резонансом паралельного типу, тобто резонансом струмів. Таким чином, при резонансі струмів, струм через контакт збільшується, контакт випромінює сильніше і через зворотний зв'язок (довгу лінію) детектує збільшення власного випромінювання так, як він детектує зовнішнє випромінювання. При цьому, як і під впливом зовнішнього випромінювання, відбувається захоплення частоти контакту частотою випромінювання (тобто, самозахоплення випромінювання), що, згідно теорії процесу захоплення частоти [7], приводить до появи сходинок на вольт-амперній характеристиці. Можна сказати, що контакт синхронізує сам себе у резонансі довгої лінії.

Розглянемо тепер синхронізацію двох контактів. Добавимо тепер ще один контакт у секцію 31 (p = 31). Критичні струми контактів дорівнюють  $I_{c1,2} = (1 \pm \delta)I_a$ , de  $I_a = 1/2(I_{c1} + I_{c2})$ ,  $\delta$ безрозмірний параметр, який характеризує розбіг критичних струмів. Електричні опори контактів знаходимо з урахуванням умови  $I_{c1}R_1 = I_{c2}R_2$ . Вольтамперні характеристики обох контактів, розраховані при величинах параметрів  $\delta = 0.03$ ,  $I_{ca} = 10^{-2}$  A, V =2·10<sup>-3</sup> В, показані на мал. З. Видно, що вольт-амперні характеристики контактів співпадають одна з одною на перших трьох «сходинках». Параметр q на перших трьох «сходинках», близький до значення чотири, тобто

вольт-амперної характеристики. Видно, що у довгій



Мал. 3. Нормалізовані вольт-амперні характеристики двох контактів, які знаходяться в секціях 30 та 31 системи (вольт-амперна характеристика контакту в секції 31 позначена штриховою лінією). На вставці залежність *q* від нормалізованої напруги *I*<sub>b</sub>.

квадрату кількості контактів (див. вставку на мал. 3). Це означає, що контакти на перших трьох «сходинках» синхронізовані синфазно. Таку ж саму синхронізацію контактів на «сходинках» отримано в роботах [6, 9] при різних розмірах системи та при різній кількості контактів у секціях. Ураховуючи описаний вище механізм формування «сходинок», можна сказати, що синхронізація контактів відбувається завдяки підвищенню спільного змінного струму через контакти на «сходинках» та детектуванню контактами цього струму, причому причиною підвищення струму є резонанс струмів у довгій лінії.

До сих пір була розглянута синхронізація двох контактів, які знаходяться у довгій лінії один поряд з одним. При синхронізації великого числа контактів у довгій лінії з розімкнутими кінцями треба брати до уваги, що стояча хвиля напруги утворює нерівні умови для синхронізації контактів [6, 9], оскільки середні значення напруги на контактах різні при тих самих постійних струмах через контакти. Наприклад, перша гармоніка стоячої хвилі утворює різке збільшення напруги на краях лінії, так що синхронізованими можуть бути тільки контакти посередині системи і т.д. Наступний розрахунок показує, що контакти на краях лінії можуть бути синхронізовані навіть у цьому випадку, якщо спільний синхронізуючий струм на «сходинках» вольт-амперної характеристики достатньо сильний.

Було розраховано вольт-амперні характеристики у системі з фрактальним канторовським розподіленням контактів третього порядку [11]. Система мала 29 секцій, з них контакти були у секціях з номерами p = 2, 4, 8, 10, 20, 22, 26, 28. Всі контакти мали однакові критичні струми. Вольт-амперні характеристики всіх контактів показані на мал. 4. Видно, що, незважаючи на те, що критичні струми всіх контактів однакові, вольт-амперні характеристики контактів однакові, вольт-амперні характеристики контактів відрізняються одна від одної. Ця різниця досягається завдяки впливові



Мал. 4. Нормалізовані вольт-амперні характеристики всіх восьми контактів у довгій лінії з фрактальним розподілом контактів по секціям (*n* = *p* = 2, 4, 8, 10, 20, 22, 26, 28). На вставці - залежність величини *S* від нормалізованої напруги.

стоячої хвилі на напруги на контактах. Однак, на першій «сходинці» досягається часткова, але сильна синхронізація контактів (див. вставку на мал. 4, де показана залежність величини  $S = \sum_{n} S_{n}$  від усередненої напруги на контактах), а напруги на всіх контактах мають однакові значення на другій та третій «сходинках» вольт-амперні характеристики, що означає синхронізацію всіх контактів.

# Застосування моделі до результатів експерименту

Розвинуту в попередніх розділах модель можна застосувати для пояснення результатів експерименту [6]. Тонкі плівки високотемпературного надпровідника Tl,Ba,CaCu,O, товщиною до 150 нанометрів були вирощені на підкладці LaAlO<sub>3</sub> епітаксіально з кутом нахилу 20°, а потім покриті тонким (до 10 нанометрів) шаром золоту. З цієї структури були вирізані містки 2x2 мікрометри з довгими контактами шириною 15 мікрометрів та більше (докладно про приготування зразків та про експеримент див. [6]). Загальна довжина структури була 1.44 мм. Вольт-амперна характеристика одного з зразків, виміряна при 4.2 К, показана на мал. 5 (кружки). Напруга на зразку була поділена на кількість внутрішніх контактів у містку (360 контактів). Таким чином, вісь абсцис на мал. 5 є напругою, розрахованою на однин контакті. Вольт-амперна характеристика має резонансну структуру з головним періодом 4.72·10-5 В. Модель цієї структури повинна включати резистивну довгу лінію та приблизно 360 внутрішніх джозефсонівських контактів (модель містка), які розташовані в одній з секцій довгої лінії.

Результати розрахунку вольт-амперної характеристики згідно моделі показано на мал. 5 (лінія). Видно, що модель відтворює резонансну структуру зразку, хоча узгодження експериментальної та розрахункової кривої тільки якісне. Зауважимо, що застосування моделі, розробленої у даній роботі, дає краще узгодження позицій резонансів, ніж модель, застосована у роботі [6]. Відмітимо також, що застосування альтернативної теорії прослизання фази [12] дає занадто велику величину лінійного розміру центру прослизання фази 260 мікрометрів і тому не може бути застосована для пояснення цього експерименту.



Мал. 5. Вольт-амперні характеристики внутрішніх джозефсонівських контактів у довгій лінії (кружкиексперимент [6], лінія - модель). По осі абсцис для експериментальних даних відкладена напруга на кінцях широких контактів (див. текст), поділена на число контактів у містку (360) і нормалізована на 47 мкВ - головний період між сходинками (позначений стрілками на малюнку). Для даних розрахунку по осі абсцис відкладена напруга на одному контакті в довгій лінії (див. модель 1(а) - 1(г)). По осі ординат відкладені значення постійного струму через контакт, нормалізованого на критичний струм (І = 167 мкв). Період між сходинками 47 мкВ відповідає довжині хвилі 2.96 мм. Половина довжини хвилі (1.48 мм) близька до довжини системи (1.44 мм). Параметри системи, прийняті в розрахунку:  $D = 1.44 \cdot 10^{-3}$  м, N =10, P = 1, p = 2,  $C_i = 1.64 \cdot 10^{-10} \Phi$ ,  $C = 2.34 \cdot 10^{-11} \Phi$ ,  $L = 1.97 \cdot 10^{-13} \Gamma$ ,  $\zeta = 1.44 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ ,  $I_c = 1.67 \cdot 10^{-4} \text{ A}$ ,  $V_c = 1.67 \cdot 10^{-4} \text{ A}$  $2 \cdot 10^{-4}$  B,  $R = 1 \cdot 10^{-5}$  Om.

### Висновки

В роботі побудована чисельна модель утворення самоіндукованих «сходинок», які утворюються при випромінюванні джозефсонівського контакту у довгій лінії. На прикладі одного контакту у довгій лінії детально розглянуто процес формування «сходинки». Показано, що «сходинка» утворюється в результаті синхронізуючого захоплення власного випромінювання контакту через коло зворотного зв'язку (довгу лінію) при резонансі струмів у довгій лінії. Показано, що синхронізація двох і більше контактів відбувається саме на «сходинках» вольт-амперної характеристики. Розраховано також вольт-амперні характеристики при фрактальному розташуванні контактів у довгій лінії. Знайдено, що контакти в такій системі також синхронізуються на «сходинках» вольт-амперної характеристики. Модель застосовується для пояснення результатів експерименту, в якому вивчалося поведінка вольт-амперних характеристик внутрішніх джозефсонівських контактів в резонансній довгій лінії.

- L. Ozyuzer, A. E. Koshelev, C. Kurter, N. Gopalsami, Q. Li, M. Tachiki, K. Kadowaki, T. Yamamoto, H. Minami, H. Yamaguchi, T. Tachiki, K. E. Gray, W.-K. Kwok, U. Welp. Science, 318, 1291 (2007).
- K. Kadowaki, H. Yamaguchi, K. Kawamata, T. Yamamoto, H. Minami, I. Kakeya, U. Welp, L. Ozyuzer, A. Koshelev, C. Kurter, K. E. Gray, W.-K. Kwok. Physica, C468, 634 (2008).
- P. Barbara, A.B. Cawthorne, S.V. Shitov, C.J. Lobb. Phys. Rev. Lett. 82, 1963 (1999).
- A. N. Grib, P. Seidel, and J. Scherbel. Phys. Rev. B65, 094508 (2002).
- Alexander Grib, Michael Mans, Jens Scherbel, Matthias Büenfeld, Frank Schmidl and Paul Seidel. Supercond. Sci. Technol., 19, S200 (2006).
- A. Grib, M. Mans, M. Buenfeld, J. Scherbel, F. Schmidl, P. Seidel, H. Schneidewind. IEEE Xplore Digital Library, Digital Object Identifier: 10.1109/ISEC.2013.6604302, 2013.
- 7. K. K. Likharev. Dynamics of Josephson junctions and circuits, Gordon and Breach, Philadelphia. (1991), 750 p.
- James A. Blackburn, H. J. T. Smith, and N. Grønbech-Jensen. J. Appl. Phys., 70, 2395 (1991).
- 9. Alexander Grib and Paul Seidel.  $\Phi$ HT, 38, 4, 409 (2012).
- Г. И. Атабеков, Линейные электрические цепи, Энергия, Москва (1966), с.92.
- 11. Alexander N. Grib. Physica, C 235-240, 3313 (1994).
- А. А. Абрикосов, Основы теории металлов, Наука, Москва (1987), 520 с.