Вісник Харківського національного університету
Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»
№ 847, 2009, с.167-173

УДК 681.3+519.6

Программная система для поиска псевдособственых частот цилиндрического волновода со щелью, основанная на МДО

С. В. Духопельников, В. О. Мищенко
Национальный технический университет «ХПИ»,
Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, Украина

According to the Mishchenko's method of expanding programs a search engine of pseudo-resonance frequencies for a cylindrical waveguide with a longitudinal slit is built. The pseudo-frequencies are such real numbers, which are near from complex values, which leads to the degenerate boundary value problem for the Helmholts equation. We use the discrete mathematical model (depending on the parameter of discretization) that was received earlier by Yu. Gandnel and S. Dukhopelnikov based on quadrature formulas for complex boundary operators, including hyper singular part. Possibilities of this method for constructing software systems was first tested and analyzed in the context of the collective development of project.

1. Предыстория вопроса, новизна и актуальность проблемы

Недавно на основе техники псевдодифференциальных операторов в [1] были построены новые, перспективные для компьютерного моделирования, математические модели взаимодействия электромагнитных волн с круглым цилиндрическим (бесконечно протяженным) экраном из идеального металла, в котором имеется одна или несколько продольных щелей. Такая структура может служить, в частности, моделью полуоткрытого волновода. Он не имеет идеальных волн прохождения, но может на определённых частотах допускать волны, бегущие вдоль оси с очень медленным затуханием амплитуды. Предсказание с определённой точностью таких псевдорезонансных частот является исключительно важной задачей проектирования некоторых радиотехнических устройств. Весьма актуально разработать метод построения соответствующих систем компьютерного моделирования и апробировать его.

Уравнения математических моделей работы [1], например построенное там гиперсингулярные интегральные уравнения на отрезках допускают дискретизацию в стиле *методов дискретных особенностей* (МДО). Используется техника книга [2]. Но проблема состоит в том, что пока нет пакетов или библиотек, которые бы позволяли прикладникам эффективно и с нужным качеством реализовывать МДО в электродинамике.

Возможность построения оригинальных компьютерных систем математического моделирования, таких как системы на основе МДО, утверждается в [3], где этот вопрос рассмотрен на примере задач дифракции на плоскопараллельных структурах.

2. Цель и постановка задачи исследования

Цель работы – выполнить построение программной системы для поиска псевдорезонансных частот так, чтобы можно было оценить влияние метода расширенных программ [3] на качество процесса и результата разработки.

Постановка задачи предусмаиривает: создание полнофункциональной программной системы поиска псевдорезонансных частот кругло цилиндрического волновода со щелью, оценить его качество на основе модели, согласованной со стандартами [4,5], проанализировать данные о продвижении проекта разными разработчиками, применявшими разные подходы, включая [3].

3. Принятая для полуоткрытого волновода математическая модель

Рассматриваемая задача рассеяния цилиндрической волны на экране (или излучения из него при расположении источника внутри) сводится [1] к краевой задаче Дирихле для уравнения Гельмгольца вне экрана (см. рис.1).

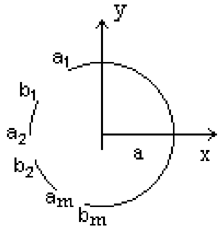

Рис. 1. Сечение цилиндрической поверхности с m щелями.

В общем случае имеем m щелей – дуг (a_q, b_q), $q = 1,...,m$ окружности S_a:

$$a_q = a\alpha_q\ ,\ b_q = a\beta_q\ ,\ \phi \in (\alpha_q, \beta_q)\ ,\ L \equiv \bigcup_{q=1}^{m} (\alpha_q, \beta_q)\text{, а } CL = [-\pi, \pi] \setminus L\ . \tag{1}$$

Искомая функция $u(r,\phi)$ удовлетворяет следующим условиям:

первое – уравнению Гельмгольца:

$$\Delta u(r,\phi) + k^2 u(r,\phi) = 0\ , \tag{2}$$

в области $R^2 \setminus \left(S_a \setminus \bigcup_{i=1}^{m} (a_i, b_i) \right)$ – внешность замкнутых дуг окружности S_a,

оставшихся после удаления щелей, причём

$$k = \frac{\omega}{c} \tag{3}$$

– волновое число, c – скорость света в вакууме;

второе – граничному условию

$$u(r,\phi)\big|_{r=a} = -u_0(r,\phi)\big|_{r=a}\ , \qquad \phi \in CL \tag{4}$$

где $u_0(r,\phi)$ – заданное поле;

а также:

–условию Майкснера на ребре,

–условию излучения Зоммерфельда,

–условиям сопряжения в щелях структуры.

Согласно [1], для задачи (2, 4) из условий сопряжения и граничных условий получаются сумматорные уравнения. Применяя параметрические представления гиперсингулярного интегрального оператора, интегрального оператора с логарифмическим ядром и интегрального оператора с гладким ядром сумматорное уравнение сводится к гиперсингулярному интегральному уравнению вида:

$$\left(a\mathbf{A}+b\mathbf{L}+c\mathbf{K}\right)u\left(\phi\right)=f\left(\phi\right) \tag{5}$$

где a,b,c - известные константы, f - известная функция, выражаемая через заданное поле, u - неизвестная функция подлежащая нахождению, $\mathbf{A}$ - гиперсингулярный интегральный оператор, который необходимо понимать в смысле конечной части по Адамару, $\mathbf{L}$ – интегральный оператор с логарифмическим ядром, $\mathbf{K}$ – интегральный оператор с гладким ядром. Детальный вид уравнения (3) представлен в работе [1] (формула 3.6).

Если заданное возбуждающее поле равно нулю ($f=0$), то задача состоит в нахождении собственных частот (3) уравнения Гельмгольца указанной краевой задачи для цилиндрической структуры, то есть вещественных k, при которых она имеет нетривиальные решения.

В этом случае приёмом, относящимся к методам дискретных особенностей, гиперсингулярное интегральное уравнение сводится к вырожденной системе линейных алгебраических уравнений (см. [1] (1.27))

$$\mathbf{M}_{pq}\mathbf{u}_q=0\ , \tag{6}$$

где $\mathbf{M}_{pq}$ – матрица левой части СЛАУ, зависящая от волнового числа k и от параметра дискретизации N. Физическая интерпретация задачи подсказывает, что, если нетривиальные решения при вещественных k и найдутся, то такое свойство неустойчиво по отношению к малым возмущениям.

Обоснуем требования к вычислительному методу поиска псевдорезонансных частот. Так как существенно комплексная матрица принятой дискретной модели $\mathbf{M}_{pq}$ заведомо не самосопряжена (поскольку симметрична!), её собственные числа, вообще говоря (как отмечено), комплексные. Те из них, которые близки к вещественной оси, можно было бы на неё спроектировать и считать проекции теми k, которые определяют по формуле (3) псевдорезонансные частоты. Если удачно выбрать, как проектировать, то можно численно (разумеется, приближенно) находить псевдорезонансные значения k, минуя нахождение комплексных собственных чисел.

Следуя общепринятому в подобных вычислительных задачах подходу, рассмотрим $\mathrm{D}(\mathrm{k})$ - модуль определителя матрицы $\mathbf{M}_{pq}$. Ясно, что $\mathrm{D}(\mathrm{k})$ вне некоторого круга (охватывающего спектральный) растёт с ростом $|\mathrm{k}|$. Поверхность графика функции $\mathrm{D}(\mathrm{k})$ над комплексной k-плоскостью имеет равные нулю минимумы в точках спектра. Поэтому график $\mathrm{D}(\mathrm{k})$ на вещественной оси имеет определённое число дискретных минимумов на конечном интервале. Меньшие из них (имеющие одинаковый порядок величины) соответствуют комплексным собственным числам с малыми мнимыми частями. Те из них, которые имеют тенденцию сходимости к некоторому значению при увеличении параметра дискретизации N, можно принять в качестве искомых псевдорезонансных значений.

4. Этапы и методы разработки программой системы

Численный метод, реализующий схему отыскания псевдорезонансных частот, объяснённую в предыдущем разделе, был проверен на примерах с помощью пакета Математика X.X С.В. Духопельниковым. На первых двух этапах создания компьютерного приложения он выступал консультантом по математическим и алгоритмическим вопросом. Мищенко В.О. был «заказчиком» и консультанта по возникавшим вопросам техники проектирования.

Первый этап разработки программной системы – «конверсия». Разработчику – студенту отличной успеваемости 5 курса факультета компьютерных наук в весеннем семестре 2008 г. дана установка: по формулам, отлаженным и зафиксированным в пакете Математика (отметим – весьма громоздким), и заданной последовательности вычислений формализовать требования, написать код на универсальном языке программирования (Ада). Убедиться, что код, по крайней мере, на одном тестовом примере позволяет воспроизвести известный численный результат. Разработчик должен был пользоваться теми средствами навыками проектирования программного обеспечения и кодирования, которые изучались им в 4-х учебных дисциплинах, начиная со второго курса.

Фактический результат этапа (иллюстрируемый табл. 1) такой. Собственно конверсия выполнена добросовестно, объём разработанного и помодульно откомпилированного кода вполне соответствовал поставленной задаче. Но проектные решения принимались не чётко, не замечались смысловые ошибки. Это не позволило собрать работоспособное приложение не только студенту, но и (по переданным результатам этапа) также «заказчику».

Табл.1. Пример «практической сходимости» при $k = 4\pi, x = 0.5, y = 0.$

m	7	9	15	21	29
$\Lambda_{m,31}$	0,09775	0,05707	0,02018	0,00867	0,001252

Второй этап. Разработчиком выступает коллектив из 3 студентов 5-го курса того же факультета (весна 2009 г.), организованный по принципу «бригады главного программиста» (т.е., ответственный – один, но имеет поддержку в плане обсуждений и оформления документации). Требуется аналогично предыдущему использовать заготовку кода (теперь уже прямо на языке программирования Ада), применить метод проектирования-разработки систем, называемый методом расширений , программную систему, удобную для всестороннего её тестирования и комплексной оценки качества.

Результат этапа такой (иллюстрация в табл. 2). Собственно конверсия выполнена добросовестно, объём разработанного и помодульно откомпилированного кода вполне соответствовал поставленной задаче. Но проектные решения чётко не принимались, некоторые оказались ошибочны, что не позволило собрать работоспособное приложение не только студенту, но и «заказчику».

Третий этап. Использование квалифицированным разработчиком заготовки программной системы для её доработки согласно выбранной модели качества.

Пока флуд. Фактический результат этапа такой. Собственно конверсия выполнена добросовестно, объём разработанного и помодульно откомпилированного кода вполне соответствовал поставленной задаче.

Табл.2. Пример «практической сходимости» при $k = 4\pi, x = 0.5, y = 0$.

m	7	9	15	21	29
$\Lambda_{m,31}$	0,09775	0,05707	0,02018	0,00867	0,001252

Но проектные решения чётко не принимались, некоторые оказались ошибочны, что не позволило собрать работоспособное приложение не только студенту, но и «заказчику».

Флуд. Разработчиком выступает коллектив из 3 студентов 5-го курса того же факультета (весна 2009 г.), организованный по принципу «бригады главного программиста» (т.е., ответственный – один, но имеет поддержку в плане обсуждений и оформления документации). Требуется аналогично предыдущему использовать заготовку кода (теперь уже прямо на языке программирования Ада), применить метод проектирования-разработки систем, называемый методом расширений , программную систему, удобную для всестороннего её тестирования и комплексной оценки качества.

Табл.31. Пример «практической сходимости» при $k = 4\pi, x = 0.5, y = 0$.

m	7	9	15	21	29
$\Lambda_{m,31}$	0,09775	0,05707	0,02018	0,00867	0,001252

Результаты иллюстрирует табл. 3.

```
Cylindric_Waveslit- >Base_Arrays_Types
             |          A          A
             |          |          | [Gineric_Cylindrical_Functions]
             |          |          |                 A
             |- - - ->Input_Data   |    Enter_Data- >|
             |- - - ->Enter_Data- >[SLAE_Toolkit]   [ ]Bessel
             |           |             A             A
             |           |             :             |
             |           |             :         Fun_Gn
              - - - - - - ->Slae_Toolkit.Determ  A
                         |                       |
                         |- - - - - - | - - -|   |
                         |            |      |   |
                         V            V      V   |
                        Fun_T_0 <- KernelK Sum_Base_Elem
                            A         |
                            |         V
                            - - - Pol_Cheb_I
```

Рис.1. Схема программной ситемы.

5. Анализ опыта применения метода псевдорасширения программ

На Рис.3 дан график модуля комплексной функции плотности g, полученной численным решением (1) с помощью программы, описанной выше в разделе 4. Этот и другие рисунки (просматривались также графики вещественной и мнимой частей) показывает, …

Флуд. На Рис.3 дан график модуля комплексной функции плотности g, полученной численным решением (1) с помощью программы, описанной выше в разделе 4. Этот и другие рисунки (просматривались также графики вещественной и мнимой частей) показывает, …

На Рис.3 дан график модуля комплексной функции плотности g, полученной численным решением (1) с помощью программы, описанной выше в разделе 4. Этот и другие рисунки (просматривались также графики вещественной и мнимой частей) показывает, …

Табл.1. Пример «практической сходимости» при $k = 4\pi, x = 0.5, y = 0$.

m	7	9	15	21	29
$\Lambda_{m,31}$	0,09775	0,05707	0,02018	0,00867	0,001252

6. Качество построенной системы и заключительные выводы

Разработана программная система для компьютерного поиска псевдорезонансных частот цилиндрического волновода (из идеального металла) со щелью на основе ГСИУ новой математической модели дифракции-излучения электромагнитных волн [1]. При этом проведена апробация метода расширенных программ построения программных систем компьютерноо моделирования, ориентированного на приложения МДО.

На Рис.3 дан график модуля комплексной функции плотности g, полученной численным решением (1) с помощью программы, описанной выше в разделе 4. Этот и другие рисунки (просматривались также графики вещественной и мнимой частей) показывает, …

Получены данные для сравнительного анализа возможностей указанного метода. Получены метрические оценки для важнейших характеристик внутреннего качества, что позволяет выставить ориентиры (и сделать вклад в разработку будущихнормативов) для создателей программных систтем подобного класса. Даны оценки в направлениях рисков-преимуществ-стоимости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гандель Ю. В., Духопельников С. В. Краевые задачи для уравнений Гельмгольца и Максвелла на многощелевых цилиндрических структурах и граничные интегральные уравнения на системе отрезков // Крайові задачі для диференціальних рівнянь : Зб. наук. праць. – Чернівці : Прут, 2008. – Вип. 16. – С. 264-293.

2. Гандель Ю.В. Лекции о численных методах для сингулярных интегральных уравнений. Учебное пособие, часть 1. Введение в методы вычисления сингулярных и гиперсингулярных интегралов.– Харьков-Херсон, 2001.– 92 с.
3. Мищенко В. О. Построение программных систем моделирования дифракции на идеально проводящих экранах, лежащих в диэлектрическом полупространстве // Вісник Харк. нац. ун-ту., – 2008. – № 833. Сер. «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління», вип. 10. – С. 170-184.
4. Gahov A.V., Mishchenko V.O. The Validation of the Software that Was Developed for Calculations Related to the Design of Antennas // Радіоелектронні і комп’ютерні системи. – 2007. – N 6. – P. 180-185.926
5. Оценка качества и експертиза програмного обеспечения.лекционій матеріал / Под. ред. Харченко В.С. - НАУ ім.. Жуковського Н.Є. „ХАІ”, 2008. – 204 с.
6. Духопельников С. В. Математические модели для расчета излучения из продольных щелей в волноводе кругового сечения// Вісник Харк. нац. ун-ту., – 2008. – № 661. Сер. «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління», вип. 4. – С. 104-113.
7. Абрамовиц М., Стиган

==*=*=*==**==*=*=*=*=*=*=*=*=*=**=***=*=*=*=*=*=*=*=*=*=*=*=*=*=*=*= *=*=*=*

Надійшла у першій редакції 08.04.2009, в останній – 11.05.09