

О притоке газированной жидкости к системе несовершенных скважин в многопластовых залежах

Р. Н. Кадыров

ГНКАР, Институт «Нефтегазпроект», Азербайджан

The author has solved a problem of nonstationary gasified liquid influx to a system of wells drilling simultaneously in several heterogeneous reservoirs. The problem has solved by the method of finite differences. The total production of every well received from all reservoirs was known and bottom hole pressures of wells in all reservoirs were assumed as equal ones. A regularity of the change with time of the well production, bottom hole pressure, average pressure and contour pressure in every reservoir was determined

В последнее время большое внимание уделяется разработке эффективных численных алгоритмов для решения задач о движении газированной жидкости в многопластовых залежах. Наиболее удачные разностные методы для моделей одномерной и двумерной многофазной фильтрации предложены Х. Азизом, К. Сеттари, Б.В. Шалимовым, Р.Н. Кацом, А.С. Кундинов, П.В. Индельманом и др.

Трехмерные многофазные задачи прогнозирования, анализа и регулирования разработки месторождений нефти и газа проводятся в работах М.Т. Абасова, Г.В. Голубева, К.Н. Джалилова, А.М. Кулиева, С.Н. Закирова, Э.С. Закирова и др.

В настоящей работе рассматривается решение задачи притока газированной нефти к системе несовершенных по степени вскрытия скважин в закрытых залежах, состоящих из нескольких пластов при наличии между ними гидродинамической связи.

Соответствующая краевая задача рассматривается в трехмерной постановке. Пространственность движения обусловлена несовершенством скважины и многопластовостью залежи. Известен общий дебит каждой скважины, полученный из всех пластов и считается, что забойные давления скважин во всех пластах равны. В такой постановке нелинейные задачи нестационарной фильтрации газированной жидкости ранее не были исследованы. Методика расчета нестационарной фильтрации газированной жидкости при совместной разработки нескольких изолированных пластов освещена в работах [4-5].

Численный метод, используемый здесь, основан на применении экономичных разностных схем. Пусть $p_{\alpha}(x_1, x_2, x_3, \tau)$, $p_{0,\alpha}(x_1, x_2, x_3)$, $\sigma_{\alpha}(x_1, x_2, x_3, \tau)$ и $\sigma_{0,\alpha}(x_1, x_2, x_3)$ - означают соответственно давления и нефтенасыщенности, соответственно в произвольной точке α -го пласта при текущем времени t и при начальном времени $t=0$, $q_{\alpha,v}(\tau)$ - дебит нефти α -го пласта по v -ой скважине, q_v - заданный общий дебит по v -ой скважине, $k_{2\alpha}(\sigma_{\alpha})$ и $k_{1\alpha}(\sigma_{\alpha})$ - фазовые

проницаемости, соответственно нефти и газа α -го пласта при текущем времени t , $k_{0\alpha}$ – абсолютная проницаемость, $\mu_{2\alpha}(p_\alpha)$ и $\mu_{1\alpha}(p_\alpha)$ – вязкости, соответственно нефти и газа α -го пласта при текущем времени t , $\beta_\alpha(p_\alpha)$ – объемный коэффициент нефти, $\rho_{1\alpha}(p_\alpha)$ и ρ_{10} – плотность газа α -го пласта при текущем времени t и в нормальном условии, $s_\alpha(p_\alpha)$ – растворимость газа в нефти α -го пласта, $h_\alpha - h_{\alpha-1}$ – мощность α -го пласта, b_ν – степень вскрытия части залежи ν -ой скважиной, H , L и B – толщина, длина и ширина контура залежи, m_0 – пористость, t – время разработки. Методом распределенного дебита решение задачи сводится к интегрированию системы уравнений:

$$\sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\rho_{1\alpha}(p_\alpha) k_{0\alpha} k_{1\alpha}(\sigma_\alpha)}{\mu_{1\alpha}(p_\alpha)} + \frac{s_\alpha(p_\alpha) k_{0\alpha} k_{2\alpha}(\sigma_\alpha)}{\mu_{2\alpha}(p_\alpha) \beta_\alpha(p_\alpha)} \right) \frac{\partial p_\alpha}{\partial x_j} \right] =$$

$$= \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\rho_{1\alpha}(p_\alpha) (1 - \sigma_\alpha) - \frac{s_\alpha(p_\alpha)}{\beta_\alpha(p_\alpha)} \sigma_\alpha \right], \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{k_{0\alpha} k_{2\alpha}(\sigma_\alpha)}{\mu_{2\alpha}(p_\alpha) \beta_\alpha(p_\alpha)} \frac{\partial p_\alpha}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{\sigma_\alpha}{\beta_\alpha(p_\alpha)} \right) +$$

$$+ \frac{Q_0}{b_\nu} \sum_{\nu=1}^l q_{\alpha,\nu} \delta(x_1 - x_{1,\nu}) \delta(x_2 - x_{2,\nu}) \left[\sigma(x_3 - b_{\alpha,\nu,1}) - \sigma(x_3 - b_{\alpha,\nu,2}) \right], \quad (2)$$

$$p_\alpha = p_{0,\alpha}, \quad \sigma_\alpha = \sigma_{0,\alpha}, \quad \text{при } \tau = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial p_\alpha}{\partial x_1} = 0, \quad \text{при } x_1 = 0, \quad \frac{\partial p_\alpha}{\partial x_1} = 0, \quad \text{при } x_1 = L,$$

$$\frac{\partial p_\alpha}{\partial x_2} = 0, \quad \text{при } x_2 = 0, \quad \frac{\partial p_\alpha}{\partial x_2} = 0, \quad \text{при } x_2 = B, \quad (4)$$

$$\frac{\partial p_1}{\partial x_3} = 0, \quad \text{при } x_3 = 0, \quad \frac{\partial p_n}{\partial x_3} = 0, \quad \text{при } x_3 = H,$$

$$\begin{cases} p_\alpha = p_{\alpha+1}, \\ \frac{k_{2\alpha}}{\mu_{2\alpha}\beta_\alpha} \frac{\partial p_\alpha}{\partial x_3} = \frac{k_{2\alpha+1}}{\mu_{2\alpha+1}\beta_{\alpha+1}} \frac{\partial p_{\alpha+1}}{\partial x_3}, \text{ при } x_3 = h_i, \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} q_{1,v} + q_{2,v} + \dots + q_{n_v,v} = q_v, \\ p_{\alpha,v} = \varphi_v(\tau) \end{cases} \quad (6)$$

Здесь,

$$b_v = \sum_{\alpha=1}^{n_v} b_{\alpha,v}, \quad b_{\alpha,v} = b_{\alpha,v,2} - b_{\alpha,v,1},$$

$$\alpha = 1, 2, \dots, n; \quad v = 1, 2, \dots, l_0$$

n – число взаимодействующих пластов, l_0 – число скважин, n_v – число вскрываемых пластов v -ой скважиной, $b_{\alpha,v}$ – степень вскрытия v -ой скважиной в α -ом пласте, δ и σ – функции Дирака и Хевисайда соответственно,

$$\tau = \frac{p_0 k_0 t}{m_0 L^2 \mu_0}, \quad Q_0 = \frac{\mu_0 q_0 L}{p_0 k_0 b_0}$$

Второй член в правой части уравнения (2) равняется нулю, за исключением точек скважин. Значения $q_{\alpha,v}(\tau)$ неизвестны. $p_{\alpha,v} = \varphi_v(\tau)$ – показывает, что давления на забоях скважины во всех пластах равны и изменяется только во времени. Все величины задачи (1)-(6) являются безразмерными, величины с нулевыми индексами являются характерными величинами (например, p_0 – начальное давление в Мра, $k_0=1$ мкм², $\mu_0=1$ Мра сек и т.д.).

Для численного решения система (1)-(6) преобразовывалась методом исключения неизвестных, которыми являются производные от давления и насыщенности по времени [1-2]. Тогда уравнение относительно давления получается следующим образом: из уравнения, полученного суммированием (1) и (2), исключались величины $\partial\sigma/\partial t$ с помощью уравнений (2).

$$\sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} \left(F_1 \frac{\partial p_\alpha}{\partial x_j} \right) - F_3 \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} \left(F_2 \frac{\partial p_\alpha}{\partial x_j} \right) = F_4 \frac{\partial p_\alpha}{\partial \tau} + F_5 \quad (8)$$

где

$$F_1 = \frac{k_{0\alpha} k_{2\alpha}}{\mu_{2\alpha} \beta_\alpha} (1 + s_\alpha) + \frac{k_{0\alpha} k_{1\alpha} \rho_{1\alpha}}{\mu_{1\alpha}}, \quad F_2 = \frac{k_{0\alpha} k_{2\alpha}}{\mu_{2\alpha} \beta_\alpha}, \quad F_3 = 1 + s_\alpha - \beta_\alpha \rho_{1\alpha},$$

$$F_4 = p_0 + \frac{\sigma_\alpha}{\beta_\alpha} \left(\frac{ds_\alpha}{dp_\alpha} - p_0 p_\alpha \frac{d\beta_\alpha}{dp_\alpha} - p_0 \beta_\alpha \right), \quad \rho_{1\alpha} = p_0 p_\alpha$$

$$F_5 = (1 - F_3) \frac{Q_0}{b_\nu} \sum_{\nu=1}^{l_\alpha} q_{\alpha,\nu} \delta(x_1 - x_{1,\nu}) \delta(x_2 - x_{2,\nu}) X$$

$$\left[\sigma(x_3 - b_{\alpha,\nu,1}) - \sigma(x_3 - b_{\alpha,\nu,2}) \right]$$

Уравнение относительно насыщенности имеет вид:

$$\sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} \left(F_2 \frac{\partial p_\alpha}{\partial x_j} \right) = \frac{1}{\beta_\alpha} \frac{\partial \sigma_\alpha}{\partial \tau} - \frac{\sigma_\alpha}{\beta_\alpha^2} \frac{d\beta}{dp} \frac{\partial p}{\partial \tau} +$$

$$+ \frac{Q_0}{b_\nu} \sum_{\nu=1}^{l_\alpha} q_{\alpha,\nu} \delta(x_1 - x_{1,\nu}) \delta(x_2 - x_{2,\nu}) \left[\sigma(x_3 - b_{\alpha,\nu,1}) - \sigma(x_3 - b_{\alpha,\nu,2}) \right] \quad (9)$$

Введем сетку, равномерную по пространству и неравномерную по времени:

$$\omega_{i,j,l} = \{(x_{1,i}, x_{2,j}, x_{3,l}) \mid x_{1,i} = i\Delta x_1, \quad x_{2,j} = j\Delta x_2, \quad x_{3,l} = l\Delta x_3,$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, N_{j,l}, \quad j = 0, 1, 2, \dots, N_{i,l}, \quad l = 0, 1, 2, \dots, N_{i,j}\}$$

$$\tau_k = \sum_{i=0}^{k-1} \Delta \tau_i, \quad k = 1, 2, \dots$$

После этого искомые функции p_α и σ_α $\alpha = 1, 2, \dots, n$ заменяются сеточными функциями $p_{i,j,l}^{(k)}$ и $\sigma_{i,j,l}^{(k)}$ а второй член в правой части уравнения (2) – выражением:

$$\frac{Q_0}{b_\nu \Delta x_{1,i} \Delta x_{2,j}} \sum \left\{ \begin{array}{l} q_{\alpha,\nu} \left[\sigma(x_{1,i} - x_{1,i,1}) - \sigma(x_{1,i} - x_{1,i,2}) \right] X \\ \left[\sigma(x_{2,j} - x_{2,j,1}) - \sigma(x_{2,j} - x_{2,j,2}) \right] X \\ \sum_{l=1}^{N_{i,j}} \left[\sigma(x_{3,l} - b_{\alpha,\nu,1}) - \sigma(x_{3,l} - b_{\alpha,\nu,2}) \right] \end{array} \right\}$$

Решение задачи осуществляется методом локально-одномерных схем. При этом методика решения в одном направлении (одномерная схема) подробно

описана в [2, 5]. Поэтому здесь основное внимание уделяется на определению неизвестных давлений по пластам при заданном общем дебите.

В результате аппроксимации и линеаризации полученной задачи получены системы разностных уравнений с матрицами, отличными от трехдиагональных. Необходимо преобразовать основную матрицу этой системы в такую матрицу, к которой можно было бы применить устойчивый метод прогонки. Допустим, что по линии l узлами скважин являются $\{(i_\nu, j_\nu, l) / \nu = 1, 2, \dots, l_0\}$. Тогда получим следующую систему алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} A_{i,j,l}^{(k)} p_{i,j,l-1}^{(k+1/3)} - C_{i,j,l}^{(k)} p_{i,j,l}^{(k+1/3)} + B_{i,j,l}^{(k)} p_{i,j,l+1}^{(k+1/3)} &= -F_{i,j,l}^{(k)}, \\ p_{i,j,0}^{(k+1/3)} &= \chi_{\alpha,1} p_{i,j,1}^{(k+1/3)} + \mu_{\alpha,1}, \\ p_{i,j,N_{i,j}}^{(k+1/3)} &= \chi_{\alpha,2} p_{i,j,N_{i,j}-1}^{(k+1/3)} + \mu_{\alpha,2}, \\ q_{1,\nu}^{(k+1/3)} + q_{2,\nu}^{(k+1/3)} + \dots + q_{n_\nu,\nu}^{(k+1/3)} &= q_\nu, \\ p_{i_\nu,j_\nu,1}^{(k+1/3)} &= p_{i_\nu,j_\nu,2}^{(k+1/3)} = \dots = p_{i_\nu,j_\nu,n_\nu}^{(k+1/3)}, \end{aligned} \quad (10)$$

Первые три уравнения системы (10) являются видоизменением системы аппроксимации исходной задачи на $(k+1/3)$ -ом временном шаге. Здесь $p_{i,j,l}^{(k+1/3)}$ характеризует пластовое давление в точке с координатами $(i\Delta x_1, j\Delta x_2, l\Delta x_3)$ в $(k+1/3)$ -й момент времени, $\chi_{\alpha,1}, \chi_{\alpha,2}$ и $\mu_{\alpha,1}, \mu_{\alpha,2}$ - функции граничного условия.

Чтобы иметь возможность применить метод прогонки к решению этой системы, сначала надо исключить $q_{\alpha,\nu}$ из числа неизвестных величин.

С этой целью, используя формулы встречной прогонки и граничные условия (4)-(5), составим новую систему:

$$\begin{cases} p_{i_\nu,j_\nu,l_\nu}^{(k+1/3)} = \frac{\beta_{l_\nu+1} + \alpha_{l_\nu+1} \eta_{l_\nu+1}}{1 - \alpha_{l_\nu+1} \xi_{l_\nu+1}}, \\ q_{1,\nu}^{(k+1/3)} + q_{2,\nu}^{(k+1/3)} + \dots + q_{n_\nu,\nu}^{(k+1/3)} = q_\nu, \\ p_{i_\nu,j_\nu,1}^{(k+1/3)} = p_{i_\nu,j_\nu,2}^{(k+1/3)} = \dots = p_{i_\nu,j_\nu,n_\nu}^{(k+1/3)}, \end{cases} \quad (11)$$

где p_{i_v, j_v, l_v} - давления на узле скважины, $q_{\alpha, v}$ - неизвестные дебиты.

В системе (11) $\alpha_{l_v}, \beta_{l_v}, \xi_{l_v}$ и η_{l_v} - прогоночные коэффициенты системы (10). При этом коэффициенты α_{l_v}, ξ_{l_v} определяются обыкновенным образом [7]:

$$\alpha_{l+1} = \frac{B_{i,j,l}}{C_{i,j,l} + \alpha_l A_{i,j,l}}, l = 1, 2, \dots, N_{ij};$$

$$\xi_l = \frac{A_{i,j,l}}{C_{i,j,l} - \xi_{l+1} B_{i,j,l}}, l = N_{ij} - 1, N_{ij} - 2, \dots, 1;$$

Но в формулах определения коэффициентов β_{l_v} и η_{l_v} фигурируют неизвестные дебиты. Поэтому в этих формулах они должны выделяться. Допустим, узлы скважин расположены по l_1, l_2, \dots, l_n . Тогда

$$\beta_{l_1+1} = \beta_{l_1+1}^0 - Q_0 q_{\alpha, l_1} \frac{\alpha_{l_1+1}}{\beta_{l_1+1}},$$

где

$$\beta_{l+1}^0 = \frac{F_{i,j,l}^0 - A_{i,j,l} \beta_l^0}{C_{i,j,l} - A_{i,j,l} \alpha_l}, l = 1, 2, \dots, N;$$

$$\beta_1^0 = \mu_1, \quad F_{i,j,l}^0 = \frac{\Delta x_3^2}{\Delta \tau_k} F_4 p_{i,j,l}^{(k)}$$

Следующие β_{l_v} определяются так:

$$\beta_{l_2} = \beta_{l_2+1}^0 - Q_0 q_{\alpha, l_2} \frac{\alpha_{l_2+1}}{\beta_{l_2+1}} -$$

$$- Q_0 q_{\alpha, l_1} \prod_{m=l_1+1}^{l_2} A_{i,j,m} \prod_{m=l_1}^{l_2} \frac{\alpha_{l_m+1}}{\beta_{l_m}},$$

$$\begin{aligned} \beta_{l_n} &= \beta_{l_n+1}^0 - Q_0 q_{\alpha, l_n} \frac{\alpha_{l_n+1}}{\beta_{l_n+1}} - \\ &- Q_0 q_{\alpha, l_{n-1}} \prod_{m=l_n-1}^{l_n} A_{i,j,m} \prod_{m=l_n-1}^{l_n} \frac{\alpha_{l_{m+1}}}{\beta_{l_m}} - \\ &- \dots - Q_0 q_{\alpha, l_2} \prod_{m=l_2+1}^{l_n} A_{i,j,m} \prod_{m=l_2}^{l_n} \frac{\alpha_{l_{m+1}}}{\beta_{l_m}} - \\ &- Q_0 q_{\alpha, l_1} \prod_{m=l_1+1}^{l_n} A_{i,j,m} \prod_{m=l_1}^{l_n} \frac{\alpha_{l_{m+1}}}{\beta_{l_m}} \end{aligned}$$

Левые прогоночные коэффициенты η вычисляются аналогично.

Но при больших значениях n и l_0 решение системы (11) сопровождается громоздкими формулами и сложными вычислениями.

После определения дебитов находим остальные неизвестные, т.е. распределения давлений и насыщенностей. Устойчивость и сходимость предлагаемого алгоритма доказываются методом вычислительного эксперимента [1,7].

Согласно этим алгоритмам были составлены программы на C++.

При расчете показателей эксплуатации элемента полосообразного месторождения состоящего из трех пластов с одной скважиной, вскрывающей верхний и нижний пласты, использованы следующие исходные данные (рис.1.):

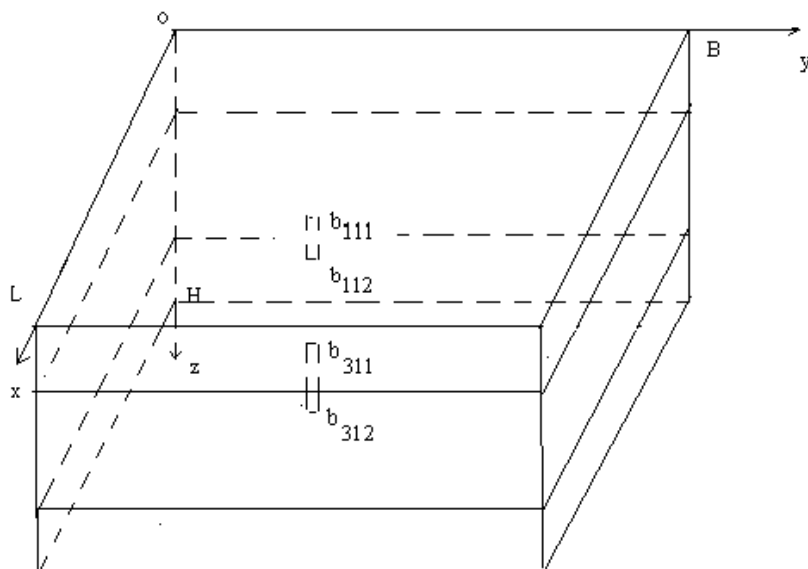


Рис. 1.

$$p_{0\alpha} = 10 \text{ МПа}, \mu_{2\alpha} = 0.00088 \text{ Пас}, \mu_{1\alpha} = 0.000028 \text{ Пас}, \alpha = 1,2,3$$

$$k_{0,1} = 0.5 \text{ мкм}^2, k_{0,2} = 0.001, 0.01, 0.1, 0.5 \text{ мкм}^2, k_{0,3} = 0.05 \text{ мкм}^2, \quad (12)$$

$$h_1 = h_3 = 10 \text{ м}, h_2 = 2;4;6;8 \text{ м}, m = 0.2, L = B = 350 \text{ м}, q_0 = 500 \frac{\text{м}^3}{\text{с}} / 86400$$

Неизвестные коэффициенты $k_{1\alpha}(\sigma), k_{2\alpha}(\sigma), \mu_{1\alpha}(p), \mu_{2\alpha}(p), \beta_{\alpha}(p)$ и $s_{\alpha}(p)$ определены экспериментально.

На рис.2 сравниваются изменения давления и нефтенасыщенности на контуре залежи и на скважине, дебиты и газовые факторы скважины по пластам при следующих исходных данных: общий дебит=500 м³/сут; абсолютные проницаемости 1-го и 3-го пластов равны 0,5 мкм² и 0,05 мкм², а среднего пласта - 0,001 мкм².

На этом рисунке использованы следующие обозначения:

1-забойное давление по верхнему пласту, 2- насыщенность на скважине по верхнему пласту, 3- контурное давление в верхнем пласте, 4- насыщенность на контуре в верхнем пласте, 5-дебит по верхнему пласту, 6-забойное давление по нижнему пласту, 7- насыщенность на скважине по нижнему пласту, 8-контурное давление во нижнем пласте, 9- насыщенность на контуре во нижнем пласте, 10-дебит по нижнему пласту, 11-газовый фактор по верхнему пласту, 12-газовый фактор по нижнему пласту.

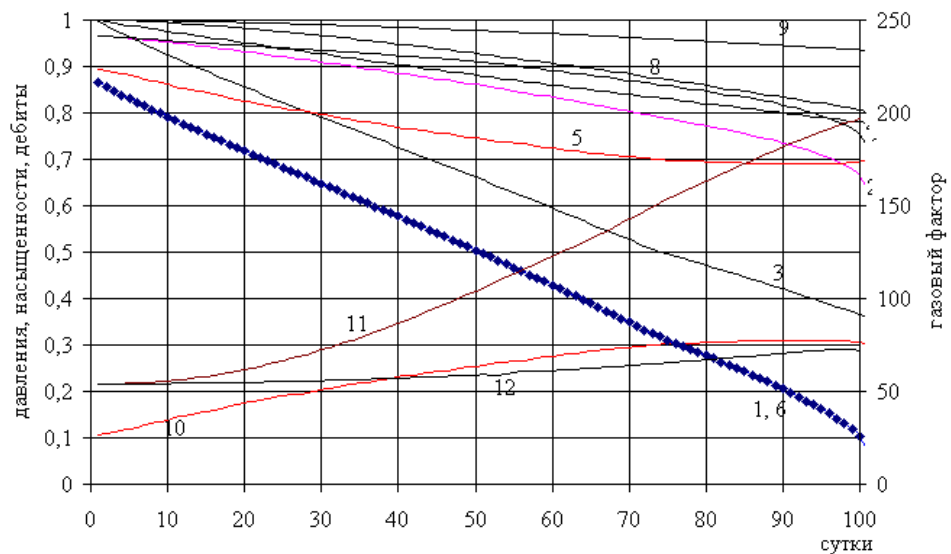


Рис. 2. Сравнение изменения давления и нефтенасыщенности на контуре залежи и на скважине, дебитов и газовых факторов скважины по пластам

Допустим, что проницаемости верхнего и нижнего пластов равны. Сравнение значений контурного и забойного давления при различных значениях

проницаемости среднего пласта показывает, что их изменение во времени одинаково и не зависит от последнего.

В случае, когда проницаемости пластов разные, больший дебит получается из пласта с лучшей проницаемостью.

При разных значениях мощности пластов, при увеличении мощности вскрываемых пластов и при уменьшении мощности среднего пласта забойное давление увеличивается.

ЛИТЕРАТУРА

1. Азиз Х. Сеттари К. Математическое моделирование пластовых систем. М.: Недра, 1982, 407 с..
2. Ефремова Н.А. Анализ некоторых конечно-разностных схем для решения радиальной задачи о притоке газированной жидкости к скважине в пористой среде // Сб. науч. тр. ВНИИ, М., 1976, вып. 57. с. 68-79.
3. Кадыров Р.Н. Численное решение задачи о неустановившемся движении газированной жидкости с учетом релаксации горных пород // Proceedings of the Fifth International Conference "Internet-Education-Science (IES-2006)", 10-14 October, Vinnytsia, Ukraine, 2006, Vol. 2. с. 721-726.
4. Кадыров Р.Н. Численное решение задач совместной фильтрации нефти и газа. // Математические методы в технике и технологиях - ММТТ-21, сб. трудов XXI Международ. науч. конф. Саратов. гос. техн. ун-т, Саратов, 2008, вып. 3-4. с.93-95.
5. Кадыров Р.Н. Моделирование и численное решение задачи о нестационарной фильтрации газированной жидкости при совместной эксплуатации изолированных пластов // Шестая межд. науч-практ. конф. "Интернет – Образование – Наука – 2008". 7-11 октября, ВНТУ, Украина, Винница, 2008, Т.2. с.975-979.
6. Кац Р.М. Об одном разностном методе решения уравнений многофазной фильтрации Маскета-Мереса // Сб. науч. тр. Всесоюз. нефтегаз.науч.-исслед. ин-т, 1983, вып.76. с.42-51.
7. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977, 656 с.

Надійшла 30.03.2009