

УДК 532.5 + 536.24

## Метод R-функций в математическом моделировании теплообмена при движении жидкости по цилиндрическим каналам с пристеночными винтовыми вставками

К. В. Максименко-Шейко

*Институт проблем машиностроения им. А.Н.Подгорного НАН Украины,  
Харьковский национальный университет им. В.Н.Каразина, Украина*

В работе построены математические модели теплообмена при движении несжимаемой вязкой жидкости по цилиндрическим каналам с пристеночными винтовыми вставками в криволинейных неортогональных координатах. Для ламинарного течения в области тепловой стабилизации трехмерная задача сведена к двухмерной. Исследовано влияние геометрических и физических параметров на распределение температурного поля методом R-функций.

**Ключевые слова:** теплообмен, несжимаемая вязкая жидкость, каналы с пристеночными винтовыми вставками, трехмерная задача, температурное поле, метод R-функций.

В роботі побудовано математичні моделі теплообміну при русі нестисливої в'язкої рідини по циліндричним каналам з пристінковими гвинтовими вставками в криволінійних неортогональних координатах. Для ламінарної течії в області теплової стабілізації тривимірну задачу зведено до двовимірної. Досліджено вплив геометричних та фізичних параметрів на розподіл температурного поля методом R-функцій.

**Ключові слова:** теплообмін, нестислива в'язка рідина, канали з пристінковими гвинтовими вставками, тривимірні задача, температурне поле, метод R-функцій.

The mathematical models of heat exchange at driving of an incompressible viscous liquid in cylindrical channels with wall screw insertions in curvilinear orthogonal coordinates are built in this work. The three-dimensional problem is reduced to two-dimensional one in the heat stabilization field for a laminar flow. The influence of geometrical and physical parameters on allocation of temperature pattern is investigated with the help of the R-functions method.

**Keywords:** heat exchange, incompressible viscous liquid, channels with wall screw insertion, three-dimensional problem, temperature pattern, R-functions method.

Для увеличения эффективного коэффициента теплопередачи в технике широко используются скрученные трубы и каналы с винтовыми вставками [1]. Потoki, которые возникают при движении жидкости в таких каналах, дают возможность интенсифицировать процессы тепломассообмена и добиться экономии энергетических ресурсов. В [2,3] рассматривались задачи теплообмена при ламинарном течении жидкости в плоских, круглых, прямоугольных цилиндрических трубах и при продольном обтекании пучка стержней. В [4-7] при решении упомянутых задач, в том числе для труб неклассического поперечного сечения, был развит и использован метод R-функций. В [8] предложен операционно-структурный метод, базирующийся на совместном применении интегрального преобразования Лапласа и метода R-функций [9].

Для математического моделирования физико-механических полей с винтовым типом симметрии оказывается удобной формулировка задачи в соответствующих криволинейных неортогональных координатах [10-13].

**Целью данной работы** является построение математических моделей теплообмена при движения вязкой несжимаемой жидкости по цилиндрическим

каналам с пристеночными винтовыми вставками и исследование влияния геометрических и физических параметров на распределение температурного поля методом R-функций.

Рассмотрим бесконечный круглый цилиндр с образующими, параллельными оси  $Oz$ , нормализованное уравнение которого имеет вид

$$\omega_1(x, y) \equiv \frac{1}{2}R(R^2 - x^2 - y^2) = 0, \quad \frac{\partial \omega_1}{\partial n} \Big|_{\partial \Omega_1} = 1, \quad \text{и вставки, параллельные оси } Oz,$$

нормализованные уравнения  $\omega_2(x, y) \equiv \sqrt{f^2 \vee_0 \bar{\varphi}} = 0, \quad \frac{\partial \omega_2}{\partial n} \Big|_{\partial \Omega_2} = 1$  которых

могут быть построены с помощью R-функций [4-5]. А именно,  $\omega_2 \equiv \sqrt{x^2 \vee_0 \frac{1}{2r}(r^2 - x^2 - y^2)} = 0$  для двух вставок и  $\omega_2 \equiv \omega_{21} \wedge_0 \omega_{22} = 0$  для

четырёх вставок, где  $\omega_{21} \equiv \sqrt{\left(\frac{(x+y)/\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)^2 \vee_0 \frac{1}{2r}(r^2 - x^2 - y^2)},$

$\omega_{22} \equiv \sqrt{\left(\frac{(x-y)/\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)^2 \vee_0 \frac{1}{2r}(r^2 - x^2 - y^2)}$ . Здесь следует отметить, что

предварительные исследования функции  $\omega_2$  показали предпочтительность

применения операции отсечки  $\omega_i = \sqrt{0.25(\sqrt{f_i^4 + \varphi_i^2} - \varphi_i)^2 + f_i^2}$ ,

обеспечивающей нормализованность функции  $\omega_i$  в обобщенном смысле. После

подстановки  $\begin{cases} x \leftarrow x \cos \alpha z + y \sin \alpha z = \xi \\ y \leftarrow -x \sin \alpha z + y \cos \alpha z = \eta \end{cases}$  в  $\omega(x, y) = \omega_1 \wedge_0 \omega_2 = 0$  получим

уравнение  $\omega(x \cos \alpha z + y \sin \alpha z, -x \sin \alpha z + y \cos \alpha z) \equiv \omega(\xi, \eta) = 0$  бесконечного

кругового цилиндра с пристеночными винтовыми вставками с шагом  $H = \frac{2\pi}{\alpha}$

(рис.1). Легко убедиться, что уравнение

$\omega_n(x, y, z) \equiv \omega(\xi, \eta) \left( 1 + \alpha^2 \left( \xi \frac{\partial \omega}{\partial \xi} - \eta \frac{\partial \omega}{\partial \eta} \right)^2 \right)^{-\frac{1}{2}} = 0$  является нормализованным в

3D.

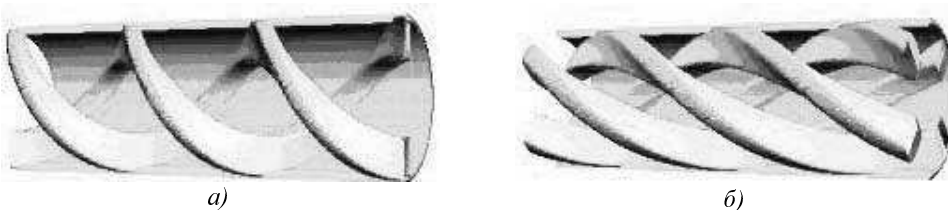


Рис. 1. Цилиндрические каналы с пристеночными винтовыми вставками:  
а) две винтовые вставки; б) четыре винтовые вставки.

Здесь неортогональные криволинейные координаты  $\xi, \eta, \zeta$  связаны с декартовыми соотношениями

$$\begin{cases} x = \xi \cos \alpha z - \eta \sin \alpha z \\ y = \xi \sin \alpha z + \eta \cos \alpha z \\ \zeta = z \end{cases} \quad (1)$$

Ковариантные и контравариантные составляющие метрического тензора [15] имеют вид

$$g_{ik} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\alpha \xi \\ 0 & 1 & \alpha \eta \\ -\alpha \xi & \alpha \eta & \alpha^2 \xi^2 + \alpha^2 \eta^2 + 1 \end{bmatrix}, \quad g^{ik} = \frac{G^{ik}}{g} = \begin{bmatrix} 1 + \alpha^2 \eta^2 & -\alpha^2 \xi \eta & \alpha \xi \\ -\alpha^2 \xi \eta & 1 + \alpha^2 \xi^2 & -\alpha \eta \\ \alpha \xi & -\alpha \eta & 1 \end{bmatrix},$$

где  $G^{ik}$  — алгебраическое дополнение  $g_{ik}$  в определителе  $g = \det(g_{ik})$ ,  $g = |g_{ik}| = 1$ .

Ниже представлены отличные от нуля символы Кристоффеля первого и второго рода:

$$\Gamma_{1,23} = \Gamma_{1,32} = -\alpha; \quad \Gamma_{1,33} = -\alpha^2 \xi; \quad \Gamma_{2,13} = \Gamma_{2,31} = \alpha; \quad \Gamma_{2,33} = -\alpha^2 \eta; \quad \Gamma_{3,13} = \Gamma_{3,31} = \alpha^2 \xi; \\ \Gamma_{3,23} = \Gamma_{3,32} = \alpha^2 \eta$$

$$\Gamma_{23}^1 = \Gamma_{32}^1 = -\alpha; \quad \Gamma_{33}^1 = -\alpha^2 \xi; \quad \Gamma_{13}^2 = \Gamma_{31}^2 = \alpha; \quad \Gamma_{33}^2 = -\alpha^2 \eta$$

Основная система уравнений, описывающая процесс теплообмена в потоке вязкой жидкости, при постоянных физических свойствах жидкости и температуры имеет вид

$$\begin{cases} \frac{DT}{D\tau} = a\Delta T + \frac{q_V}{\rho c_p} + \frac{\mu\Phi}{\rho c_p} \\ \frac{D\vec{V}}{D\tau} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\Delta\vec{V} \\ \operatorname{div}\vec{V} = 0 \end{cases}, \quad (2)$$

где  $\frac{D}{D\tau} = \frac{\partial}{\partial\tau} + (\vec{V} \cdot \nabla)$  — субстанциальная (или полная) производная,  $\mu\Phi$  —

диссипативная функция,  $a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$  — коэффициент температуропроводности,  $c_p$  —

— теплоемкость среды,  $q_V$  — мощность внутренних источников тепла.

Инвариантная форма записи уравнений (2) позволяет, используя аппарат тензорного анализа [15], переходить в новую систему координат, в нашем случае — в криволинейную неортогональную систему (1). При этом

$$\Delta = \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\partial}{\partial x^i} \left( g^{ik} \sqrt{|g|} \frac{\partial}{\partial x^k} \right), \quad (\nabla)^k = g^{ik} \frac{\partial}{\partial x^i}, \quad \operatorname{div}\vec{V} = \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\partial}{\partial x^i} \left( \sqrt{|g|} V^i \right),$$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = g_{ik} a^i b^k$ . Таким образом в обобщенных координатах система (2) имеет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial \tau} + V^i \frac{\partial T}{\partial x^i} = \frac{a}{\sqrt{|g|}} \frac{\partial}{\partial x^i} \left( g^{ik} \sqrt{|g|} \frac{\partial T}{\partial x^k} \right) + \frac{q_V}{\rho c_p} + \frac{\mu \Phi}{\rho c_p} \\ \frac{\partial V^i}{\partial \tau} + V^k V_{;k}^i = - \frac{g^{ik}}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x^k} + \nu g^{km} (V_{;m}^i)_{;k} \\ \frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\partial}{\partial x^i} (\sqrt{|g|} V^i) = 0 \end{array} \right. \quad (3)$$

Вычисляя первые  $V_{;k}^i = \frac{\partial V^i}{\partial x^k} + V^j \Gamma_{jk}^i$  и вторые  $(V_{;m}^i)_{;k} = \frac{\partial V_{;m}^i}{\partial x^k} + V_{;m}^j \Gamma_{jk}^i - V_{;j}^i \Gamma_{mk}^j$

ковариантные производные, подставляя физические компоненты вектора скорости, в неортогональных криволинейных координатах (1) получим систему (3) в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial \tau} + V^1 \frac{\partial}{\partial \xi} + V^2 \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{V^3}{\sqrt{f}} \frac{\partial}{\partial z} = a \Delta T + \frac{q_V}{\rho c_p} + \frac{\mu \Phi}{\rho c_p}; \\ \frac{\partial V^1}{\partial \tau} + (\vec{v} \nabla) V^1 - 2\alpha V^2 \frac{V^3}{\sqrt{f}} - \alpha^2 \xi \frac{V^{3^2}}{f} = \frac{1}{\rho} \left( -(1 + \alpha^2 \xi^2) \frac{\partial p}{\partial \xi} + \alpha^2 \xi \frac{\partial p}{\partial \xi} - \alpha \xi \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \\ + \nu \left[ \Delta V^1 - 2\alpha^2 \left( \xi \frac{\partial V^2}{\partial \xi} - \xi \frac{\partial V^2}{\partial \xi} \right) - 2\alpha \left( \frac{1}{\sqrt{f}} \frac{\partial V^3}{\partial \xi} + \frac{\partial V^2}{\partial z} \right) - \alpha^2 V^1 + 2 \frac{\alpha^3 \xi V^3}{f^{3/2}} \right]; \\ \frac{\partial V^2}{\partial \tau} + (\vec{v} \nabla) V^2 + 2\alpha V^1 \frac{V^3}{\sqrt{f}} - \alpha^2 \xi \frac{V^{3^2}}{f} = \frac{1}{\rho} \left( \alpha^2 \xi \frac{\partial p}{\partial \xi} - (1 + \alpha^2 \xi^2) \frac{\partial p}{\partial \xi} + \alpha \xi \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \\ + \nu \left[ \Delta V^2 + 2\alpha^2 \left( \xi \frac{\partial V^1}{\partial \xi} - \xi \frac{\partial V^1}{\partial \xi} \right) + 2\alpha \left( \frac{1}{\sqrt{f}} \frac{\partial V^3}{\partial \xi} + \frac{\partial V^1}{\partial z} \right) - \alpha^2 V^2 - 2 \frac{\alpha^3 \xi V^3}{f^{3/2}} \right]; \\ \frac{\partial V^3}{\partial \tau} + (\vec{v} \nabla) V^3 - \frac{\alpha^2 V^3}{f} (\xi V^1 + \xi V^2) = \frac{\sqrt{f}}{\rho} \left( -\alpha \xi \frac{\partial p}{\partial \xi} + \alpha \xi \frac{\partial p}{\partial \xi} - \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \\ + \nu \left[ \Delta V^3 - \frac{2\alpha^2}{f} \left( \xi \frac{\partial V^3}{\partial \xi} + \xi \frac{\partial V^3}{\partial \xi} \right) - \frac{\alpha^2 (2 - \alpha^2 \xi^2 - \alpha^2 \xi^2)}{f^2} V^3 \right]; \\ \frac{\partial V^1}{\partial \xi} + \frac{\partial V^2}{\partial \xi} + \frac{1}{\sqrt{f}} \frac{\partial V^3}{\partial z} = 0 \end{array} \right. \quad (4)$$

где  $f = 1 + \alpha^2 \xi^2 + \alpha^2 \xi^2$ ,

$$\Delta = (1 + \alpha^2 \xi^2) \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + (1 + \alpha^2 \xi^2) \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - 2\alpha^2 \xi \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \xi} + 2\alpha \xi \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial z} - 2\alpha \xi \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial z} - \\ - \alpha^2 \left( \xi \frac{\partial}{\partial \xi} + \xi \frac{\partial}{\partial \xi} \right),$$

с граничными условиями:  $V|_{\partial\Omega} = 0$  — условие прилипания,  $\left(\frac{\partial T}{\partial n} + hT\right)|_{\partial\Omega} = q_c$  —

закон конвективного теплообмена Ньютона-Рихмана.

В [16] для ламинарного течения в области тепловой стабилизации трехмерная система (4) сведена к двухмерной ( $V^1 = 0$ ;  $V^2 = 0$ ;  $V^3 = V^3(\xi, \eta) = V$ ).

$$\begin{aligned} & (1 + \alpha^2 \xi^2) \frac{\partial^2 V}{\partial \xi^2} + (1 + \alpha^2 \eta^2) \frac{\partial^2 V}{\partial \eta^2} - 2\alpha^2 \xi \eta \frac{\partial^2 V}{\partial \xi \partial \eta} - \alpha^2 \left( \xi \frac{\partial V}{\partial \xi} + \eta \frac{\partial V}{\partial \eta} \right) - \\ & - \frac{\alpha^2 (2 + \alpha^2 x^2 + \alpha^2 y^2)}{f^2} V = - \frac{1}{\mu \sqrt{f}} \frac{\partial p}{\partial z}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$- \left[ (1 + \alpha^2 \xi^2) \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + (1 + \alpha^2 \eta^2) \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} - 2\alpha^2 \xi \eta \frac{\partial^2 T}{\partial \xi \partial \eta} - \alpha^2 \left( \xi \frac{\partial T}{\partial \xi} + \eta \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) \right] = - \frac{V}{a \sqrt{f}} C \quad (6)$$

$$V|_{\partial\Omega} = 0; \quad \left( \frac{\partial T}{\partial \eta} + hT \right) \Big|_{\partial\Omega} = q_c,$$

где  $\frac{\partial T}{\partial \xi} \Big|_{\partial\Omega} = (1 + \alpha^2 \xi^2) \frac{\partial T}{\partial \xi} \frac{\partial \omega}{\partial \xi} + (1 + \alpha^2 \eta^2) \frac{\partial T}{\partial \eta} \frac{\partial \omega}{\partial \eta} - \alpha^2 \xi \eta \left( \frac{\partial T}{\partial \xi} \frac{\partial \omega}{\partial \eta} + \frac{\partial T}{\partial \eta} \frac{\partial \omega}{\partial \xi} \right) \Big|_{\partial\Omega}$ .

Для решения этих задач может быть применен метод Ритца в сочетании с методом R-функций [9,12]. Положительная определенность соответствующих операторов доказана в [12,14].

Структуры решений имеют вид  $V = \omega \Phi_1$ ,  $T = T1 + T0$ , где  $T0 = -\omega q_c$ ,

$$T1 = \Phi_1 + \omega \left( -\mathcal{D}_1 \Phi_1 + h \Phi_1 - \omega \Phi_2 \right), \text{ где}$$

$$\mathcal{D}_1 = (1 + \alpha^2 \xi^2) \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial \omega}{\partial \xi} + (1 + \alpha^2 \eta^2) \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial \omega}{\partial \eta} - \alpha^2 \xi \eta \left( \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial \omega}{\partial \eta} + \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial \omega}{\partial \xi} \right).$$

Функционал, эквивалентный краевой задаче (5), имеет вид

$$I = \int_{\Omega} \left[ (1 + \alpha^2 \xi^2) \left( \frac{\partial V}{\partial \xi} \right)^2 + (1 + \alpha^2 \eta^2) \left( \frac{\partial V}{\partial \eta} \right)^2 - 2\alpha^2 \xi \eta \frac{\partial V}{\partial \xi} \frac{\partial V}{\partial \eta} + CV^2 - 2FV \right] d\xi d\eta,$$

$$\text{где } C = \frac{\alpha^2 (2 + \alpha^2 \xi^2 + \alpha^2 \eta^2)}{f^2}, \quad F = \frac{1}{\mu \sqrt{f}} \frac{\partial p}{\partial z}.$$

Функционал, эквивалентный краевой задаче (6), имеет вид

$$I = \int_{\Omega} \left[ (1 + \alpha^2 \epsilon^2) \left( \frac{\partial T_1}{\partial \epsilon} \right)^2 + (1 + \alpha^2 \epsilon^2) \left( \frac{\partial T_1}{\partial \xi} \right)^2 - 2\alpha^2 \epsilon \frac{\partial T_1}{\partial \epsilon} \frac{\partial T_1}{\partial \xi} - 2GT_1 \right] d\epsilon d\xi +$$

$$+ 2 \int_{\Omega} \left[ (1 + \alpha^2 \epsilon^2) \frac{\partial T_1}{\partial \epsilon} \frac{\partial T_0}{\partial \epsilon} + (1 + \alpha^2 \epsilon^2) \frac{\partial T_1}{\partial \xi} \frac{\partial T_0}{\partial \xi} - \alpha^2 \epsilon \left( \frac{\partial T_0}{\partial \epsilon} \frac{\partial T_1}{\partial \xi} + \frac{\partial T_1}{\partial \epsilon} \frac{\partial T_0}{\partial \xi} \right) \right] d\epsilon d\xi +$$

$$+ \int_{\partial\Omega} h(T_1)^2 ds - 2 \int_{\partial\Omega} T_1(q_c - hT_0) ds,$$

где  $G = -\frac{V}{a\sqrt{f}}C$ .

Численный эксперимент проводился в условиях эксплуатации системы ПОЛЕ, которая позволяет в рамках одной программы решать последовательность задач, при этом решение предыдущей задачи использовать в виде нагружающей функции для последующей задачи, или организовывать итерационный процесс. Ниже приведен текст рабочей программы на языке RL в системе ПОЛЕ.

```

declare
  spli p1,p2;
  pol0 h,h1,t2,c,R,r1,vst;
  modul ro,teta;
omega
  al=2*3.1415/h;
  f1=(R*R-x*x-y*y)/2/R;
  ff=(-r1*r1+x*x+y*y)/2/r1;
  f2=(x+y)/sqrt(2);
  f22=sqrt(0.25*(sqrt(f2*f2*f2*f2+ff*ff)-ff)**2+f2*f2);
  f3=(x-y)/sqrt(2);
  f33=sqrt(0.25*(sqrt(f3*f3*f3*f3+ff*ff)-ff)**2+f3*f3);
  w1=f22&f33;>w1=f22;w2=f1;
  w=w1&w2-vst;
function
  om=w;
  ff1=1+al*al*x*x;ff2=1+al*al*y*y;ff3=al*al*x*y;
  ff4=ff1+ff2-
1;ff5=al*al*(ff1+ff2)/ff4/ff4;ffp=1/sqrt(ff4);
  u11=om*p1;
function
  u=sum(1,0,u11);
function
  v=u;omm=w;fk=1+al*al*x*x+al*al*y*y;
  vx=-al*y*v/sqrt(fk);vz=v/sqrt(fk);
  vy=al*x*v/sqrt(fk); vr=vx*vx+vy*vy;
  vrl=vx*cos(teta)+vy*sin(teta);
  vtet1=-
vx*sin(teta)+vy*cos(teta);vtet=vrl*vrl+vtet1*vtet1;
function

```

```

om1=w;ur=u;>ur=0;
fn1=1+al*al*x*x;fn2=1+al*al*y*y;fn3=al*al*x*y;
fn4=sqrt(ff1+ff2-1);
w2x=dx(w2);w2y=dy(w2);p2x=dx(p2);p2y=dy(p2);
dln=fn2*p2x*w2x+fn1*p2y*w2y-fn3*(p2x*w2y+p2y*w2x);
u0=-w2*t2;
u12=-p2+w2*dln+h1*p2;
function
uu=sum(2,u0,u12);
program
filexy(pp,fw);
inspli(s1,fa1,fb1);pro;filexy(pp,fu);filey(gp1,fu);
filexy(pp,ffu);filey(gp1,ffu);ama;>paus;

predi(w2);inspli(s1,fa2,fb2);konspli(s1,fa3,fb3);pro;
predi(w);filexy(pp,fut);filey(gp1,fut);

fa1(u11)=ff2*u11(i,2)*u11(j,2)+ff1*u11(i,3)*u11(j,3)-
ff3*(u11(i,2)*u11(j,3)+u11(j,2)*u11(i,3))+
ff5*u11(i,1)*u11(j,1);
fb1(u11)=ffp*u11(i,1)*c;

fa2(u12)=fn2*u12(i,2)*u12(j,2)+fn1*u12(i,3)*u12(j,3)-
fn3*(u12(i,2)*u12(j,3)+u12(j,2)*u12(i,3));
fa3(u12)=h1*u12(i,1)*u12(j,1);
fb2(u12)=-u12(i,1)*ur(1)/fn4-fn2*u12(i,2)*u0(2)-
fn1*u12(i,3)*u0(3)+fn3*(u12(i,2)*u0(3)+
u12(i,3)*u0(2));
fb3(u12)=t2*u12(i,1)-h1*u0(1);
aa=ai(1);bb=bi(1);
fu(u)=u;fut(uu)=uu;fw(w)=w;ffu(vtet)=vtet;
end
value
const=2,2,1,3,1000,1,1;
tabl=4,43,43,0,0,4,43,43,0,0,2,1,1,1,1,2,2,1,1,1;
pp1=-1.01,-1.01,1.01,1.01;s1=6,pp1;p1=1,pp1;p2=2,pp1;
R=1;r1=0.9;vst=0.01;c=(1,1.3,3);
h=(1000,6,2);pp=100,pp1;gp1=10,10,pp1,0;h1=10;t2=1;
end

```

Задание геометрической ( $R, r1, vst$ ) и физической ( $h, h1, c, t2$ ) информации с использованием буквенных параметров, выделенных в листинге жирным шрифтом, позволяет в рамках одной программы проводить многовариантные расчеты, исследуя влияние величин параметра закрутки, длины и ширины винтовой вставки, температуры стенки и жидкости, градиента давления и др. на картины распределения полей скорости и температуры. Ниже, на рис.2-8, представлены результаты вычислительных экспериментов.

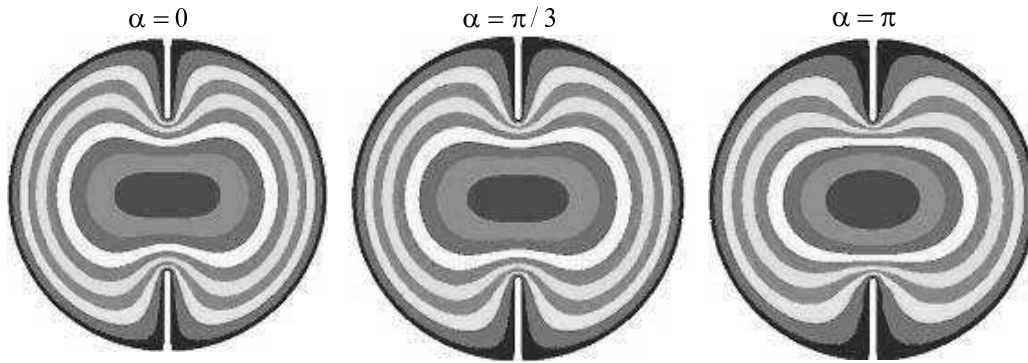


Рис.2. Распределение поля скоростей для различных значений параметра закрутки

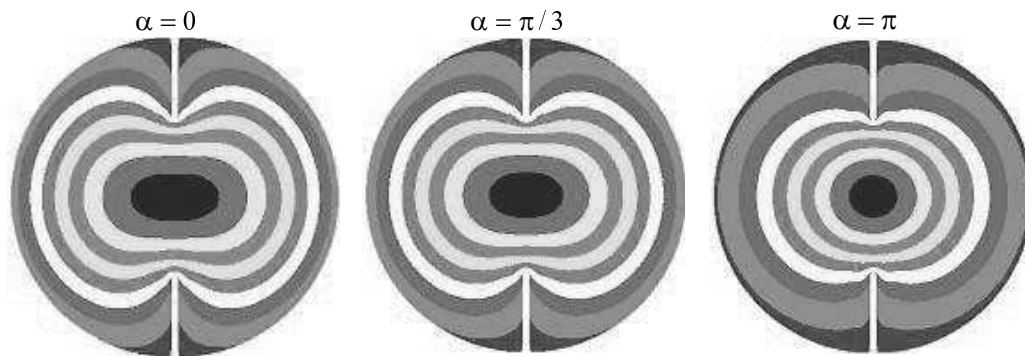


Рис.3. Распределение поля температур для различных значений параметра закрутки

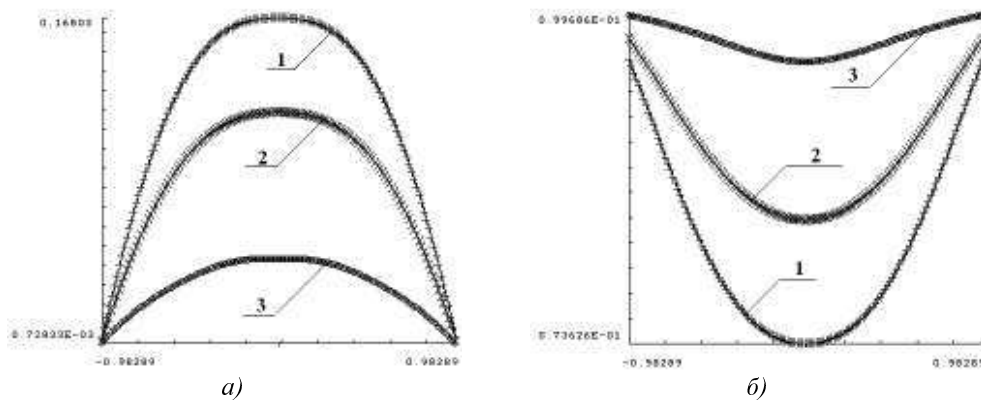


Рис.4. Графики а) поля скоростей б) поля температур в сечении  $y = 0$  для различных значений параметра закрутки: 1)  $\alpha = 0$ ; 2)  $\alpha = \pi/3$ ; 3)  $\alpha = \pi$ .

Анализируя результаты, приведенные на рис.2-4, можно сделать вывод, что в данном случае и поле скоростей, и поле температур существенно меняются с изменением параметра закрутки.



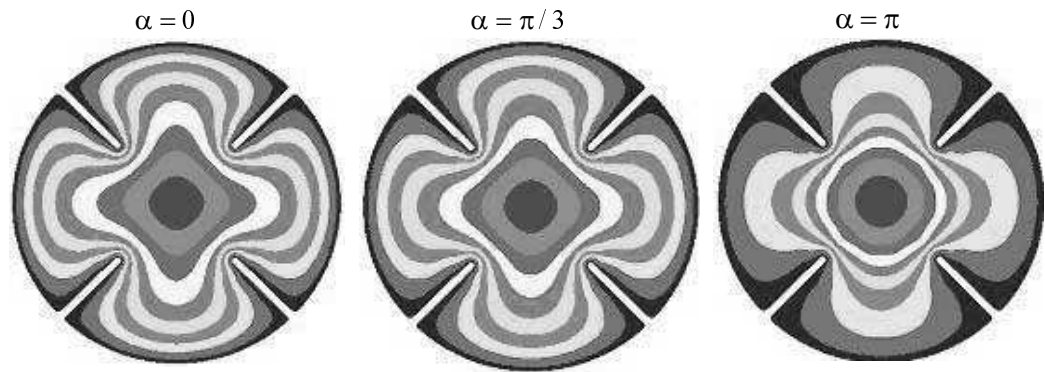


Рис.5. Распределение поля скоростей для различных значений параметра закрутки

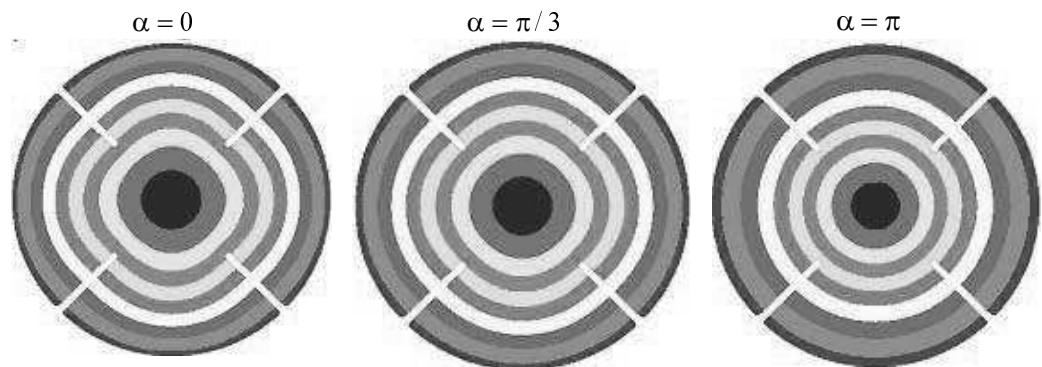


Рис.6. Распределение поля температур для различных значений параметра закрутки

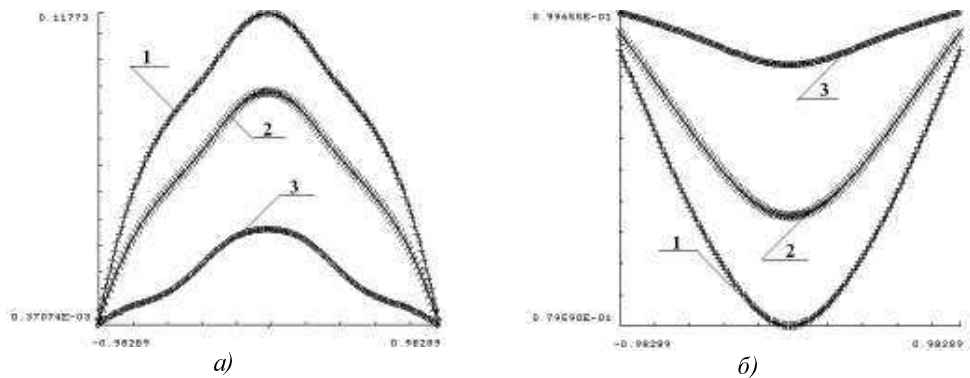


Рис.7. Графики а) поля скоростей б) поля температур в сечении  $y=0$  для различных значений параметра закрутки: 1)  $\alpha = 0$ ; 2)  $\alpha = \pi/3$ ; 3)  $\alpha = \pi$ .

Анализируя результаты, приведенные на рис.5-7, можно сделать вывод, что и в данном случае, для четырех винтовых вставок, поле скоростей и поле температур существенно меняются с изменением параметра закрутки. Однако введение дополнительных двух вставок уменьшило максимальное значение

скорости на 30% (соответственно уменьшился и расход жидкости) и на 8% увеличилась минимальная температура.

Теперь исследуем влияние длины вставок на распределение рассматриваемых полей.

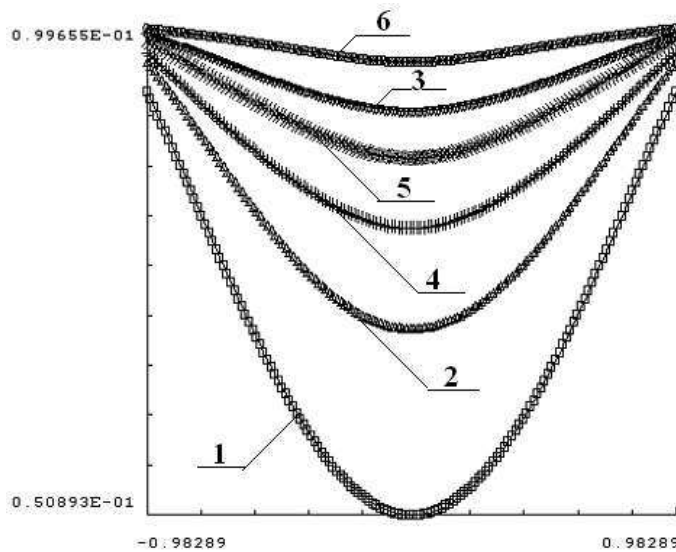


Рис.8. Графики распределения поля температур в сечении  $y = 0$  для различных значений параметра закрутки и длины вставок  $L$ .  
 $L = 0.1$ : 1 —  $\alpha = 0$ ; 2 —  $\alpha = \pi/3$ ; 3 —  $\alpha = \pi$ .  
 $L = 0.5$ : 4 —  $\alpha = 0$ ; 5 —  $\alpha = \pi/3$ ; 6 —  $\alpha = \pi$ .

Таким образом, как и следовало ожидать, рис.8 свидетельствует, что увеличение длины винтовой вставки приводит к увеличению минимальной температуры, т.е. к улучшению прогревания.

**Выводы.** Построены математические модели теплообмена при движении несжимаемой вязкой жидкости по цилиндрическим каналам с пристеночными винтовыми вставками в криволинейных неортогональных координатах. Для ламинарного течения в области тепловой стабилизации трехмерная задача сведена к двухмерной. Методом R-функций исследовано влияние величины параметра закрутки, количества и длины винтовых вставок, градиента давления на распределение поля скоростей и температурного поля.

Результаты, представленные в этой статье, были поддержаны постановлением Президума НАН Украины от 24.12.2008 №322 об открытии дополнительных ведомственных тем для молодых ученых НАН Украины.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Халатов А.А., Авраменко А.А., Шевчук И.В. Теплообмен и гидродинамика в полях центробежных массовых сил. В 4-х т. — Киев, Ин-т техн.теплофизики НАН Украины, 2000.-Т.3: Закрученные потоки. — 474 с.

2. *Петухов Б.С.* Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах.— М.: Энергия, 1967.—412 с.
3. *Петухов Б.С., Генин Л.Г., Ковалев С.А.* Теплообмен в ядерных энергетических установках.— М.: Атомиздат, 1974.—367 с.
4. *Слесаренко А.П., Котульский Д.А.* R-функции и вариационные методы в моделировании конвективного теплообмена при ламинарном течении жидкости в трубах неканонического поперечного сечения // Проблемы машиностроения. **4**, 3-4, 2001.—С.72-78.
5. *Рвачев В.Л., Слесаренко А.П., Попивций В.И.* Алгоритмы решения некоторых задач теплообмена при ламинарном течении жидкости в трубах сложного поперечного сечения // Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск: СО АН СССР, ВЦ ИТПМ. Т.8, №1, 1977.— С.100-106.
6. *Рвачев В.Л., Сенчуков В.Ф., Овечкин В.В.* Теплообмен в треугольных каналах при ламинарном течении жидкости // ДАН УССР, сер.«А», №12, 1981.— С.37-40.
7. *Рвачев В.Л., Слесаренко А.П.* Алгебро-логические и проекционные методы в задачах теплообмена.—Киев: Наук.думка, 1978.—139 с.
8. *Рвачев В.Л., Слесаренко А.П.* Алгебра логики и интегральные преобразования в краевых задачах.—Киев: Наук. думка, 1976.—288 с.
9. *Рвачев В.Л.* Теория R-функций и некоторые её приложения.— К., Наук. думка, 1982.— 552 с.
10. *Лурье А.И., Джанелидзе Г.Ю.* Задача Сен-Венана для естественно-скрученных стержней // ДАН СССР.— 1939.— № 1, т. XXIV.— с. 23-26.
11. *Максименко-Шейко К.В., Шейко Т.И.* Математические модели физических полей в змеевиках произвольного сечения // Вестник Запорожского государственного университета.— 2002.— №2.— с.65-74.
12. *Максименко-Шейко К.В.* Математическое моделирование физико-механических полей с винтовым типом симметрии методом R-функций: Дис...канд. физ.-мат. наук: 01.05.02. — Харьков, 2003.—166 с.
13. *Рвачев В.Л., Максименко-Шейко К.В.* Математические модели движения несжимаемой вязкой жидкости по скрученным трубам // Математические методы и физико-механические поля.— 2003.—46, №2.—С.81-88.
14. *Максименко-Шейко К.В.* Некоторые новые классы пространственных краевых задач, сводящиеся к двумерным // Доповіди НАН України.— 2003.—№1.—С.25-28.
15. *Борисенко А.И., Тарапов И.Е.* Векторный анализ и начала тензорного исчисления.—Харьков, Вища школа, 1978.— 216 с.
16. *Максименко-Шейко К.В.* Математическое моделирование теплообмена при движении жидкости по каналам с винтовым типом симметрии методом R-функций // Доповіди НАН України.—2005.— №9.— С.41-46.

---

Надійшла 27.04.2009.

© Максименко-Шейко К.В., 2009