УДК 629.439

# Комбинированное построение движения магнитолевитирующего поезда

В. А. Поляков, Н. М. Хачапуридзе
*Институт транспортных систем и технологий НАН Украины, Украина*

В статье рассматривается предлагаемая методика комбинированного построения динамики магнитолевитирующего поезда. Суть ее в гибкой позиционной коррекции текущего состояния системы относительно (выбранной для реализовавшейся обстановки движения и стабилизируемой в его процессе) программной траектории. Этим редуцируется сложность и повышается точность терминального построения движения.

***Ключевые слова:*** *магнитолевитирующий поезд, терминальное построение движения, комбинированное управление.*

В статті розглядається пропонована методика комбіновані побудови динаміки магнитолевітуючого поїзда. Суть її в гнучкій позиційній корекції поточного стану системи відносно (обраної для обстановки руху, що реалізувалася у його процесі) програмної траєкторії. Цим редукується складність і підвищується точність терминальні побудови руху.

***Ключові слова:*** *магнітолевитітуючий поїзд, термінальна побудова руху, комбіноване керування.*

The offered technique of a magnetic levitated train dynamics construction is observed in paper. The essence of this technique is in flexible position correction of system leaking condition concerning of program path which is chosen for realized motion circumstances and is stabilized in its process. It reduces complexity and increases accuracy of terminal motion construction.

***Key words:*** *magnetic levitated train, terminal construction of motion, the combined management.*

Как правило, динамика магнитолевитирующего поезда (МЛП) может строиться принудительным приведением механической системы, являющейся его расчетной схемой, в последовательность состояний к назначенным моментам времени, или в назначенных точках пути, то есть – в терминальной постановке [1]. Такой подход позволяет программировать траекторию приведения в каждое из требуемых состояний и характеризовать возмущенное движение поезда отклонениями от программы его движения.

Ситуация, складывающаяся в процессе терминального управления, может быть качественно различной. Если заданное конечное состояние из текущего достижимо, то ситуация именуется вырожденной [2], а управление, обеспечивающее это достижение, – особым. Как правило, существует множество особых управлений. Поэтому, для устранения неоднозначности, в вырожденной ситуации на фазовой траектории системы оптимизируется дополнительный критерий и решается вариационная задача с закрепленными концами. Если же предписанное терминальное состояние из текущего не достижимо, то управление полностью подчиняется минимизации промаха. Таким образом, при традиционном подходе к терминальному построению движений обязательным (непосредственно в его процессе) является текущий анализ ситуации на предмет ее принадлежности к вырожденному случаю. При этом если упомянутая принадлежность обнаружена, оптимизация дополнительного критерия (в задаче с закрепленными концами) связана с необходимостью решения краевой задачи. Вследствие отмеченных причин, при традиционном терминальном построении движения обязательным является анализ текущий ситуации на предмет её вырожденности, а алгоритм конечного управления, даже при программном приведении, получается весьма сложным.

Избежать отмеченных трудностей позволяет предлагаемая методика комбинированного построения динамики МЛП. Суть ее в гибкой позиционной коррекции текущего состояния системы относительно (выбранной для реализовавшейся обстановки движения и стабилизируемой в его процессе) программной траектории. Этим редуцируется сложность и повышается точность терминального построения движения.

Для реализации описываемого построения движения МЛП, прежде всего, под воздействием программного компонента управления $u^p(\bullet)$, синтезируется желаемая базовая программная траектория $x^p(\bullet)$ такого движения, оптимальная по критерию вида

$$I^p = \inf_{u^p(\bullet)} \sup_{w(\bullet)} \{ \int_{t_s}^{\tau} \lambda[u^p(\bullet), w(\bullet)] \cdot dt:$$

$$u^p(\bullet) \in U^p(\bullet), \quad w(\bullet) \in W(\bullet), \quad t \in [t_s, \tau] \}, \tag{1}$$

где $I^p$ – показатель качества управления $u^p(\bullet)$; $\lambda$ – заданная функция своих аргументов; $w(\bullet), W(\bullet)$ – возмущающие воздействия на МЛП, а также ограничение на пространство, которому принадлежат их возможные реализации; $U^p(\bullet)$ – ограничение на пространство допустимых программных управлений поезда; $t, t_s, \tau$ – удобная для построения движения независимая переменная, например, время, а также её значения на концах терминального интервала. Здесь и далее функция с точкой на месте аргумента подразумевает всю совокупность её возможных значений.

Задача синтеза $u^p(\bullet)$ имеет игровой минимаксный характер, концептуально гарантирующий его результат. При этом программное движение определено однозначно и гарантированно обладает свойством оптимальности по критерию $I^p$ при любых возможных возмущениях системы. При известных множествах $U^p(\bullet)$ и $W(\bullet)$, задача (1) сводится к двум последовательно решаемым обычным задачам нелинейного программирования, каждая из которых много проще тотальной задачи оптимального терминального управления МЛП.

Возмущения $w(\bullet)$ стремятся не только дестабилизировать программную траекторию изображающей точки $x^p(\bullet)$, но и увести ее с этой траектории. Поэтому второй подзадачей построения движения поезда является разработка алгоритма гибкой позиционной коррекции текущего положения упомянутой изображающей точки $x(t)$ относительно её требуемого положения $x^p(t)$ на стабилизированной базовой траектории. Для разрешения последней подзадачи должно выполняться текущее измерение обоих упомянутых положений этой точки. Как сложность, так и точность управления её фактической позицией относительно требуемой существенно зависит от принятого способа его организации. Оба указанные показателя могут быть улучшены при предельно возможном сокращении числа необходимых измерительных и вычислительных операций. Этому условию соответствует, например, алгоритм аркана [3], базирующийся (при любом числе степеней свободы системы) на одном программном уравнении

$$[x_i(t) - x_i^p(t)]^{(2)} = \sigma^{(2)}(t) \quad \forall\ i \in [\overline{1,\ 2 \cdot L}], \tag{2}$$

где $\sigma(t)$ – текущее (в пространстве состояний МЛП) расстояние между программным $x_i^p\ \forall\ i \in [\overline{1,2 \cdot L}]$ и фактическим $x_i\ \forall\ i \in [\overline{1,\ 2 \cdot L}]$ положениями изображающей точки системы; $L$ – число её степеней свободы. Тогда если, например, положить

$$\sigma(t) = \varepsilon(t) \cdot [a + b \cdot \exp(-p \cdot t) \cdot \sin(k \cdot t)];$$
$$\varepsilon(t_s) \in M, \quad \varepsilon(t) \in S\ \ \forall t \in [t_s, \tau], \quad \varepsilon(\tau) \in G, \tag{3}$$

где $a, b, p, k$ – подбираемые коэффициенты; $M, G$ – множества, которым принадлежит начальное и конечное состояния системы на концах интервала $[t_s, \tau]$, то для удовлетворения соотношений (2) и (3) изображающая точка системы должна совершать затухающие колебания относительно поверхности гиперсферы радиусом $\varepsilon(t)$, центр которой непрерывно отслеживает программное положение этой точки (на базовой траектории), а указанная поверхность на всем терминальном интервале гарантированно не выходит за пределы области допустимости $S$ для упомянутой точки. Подбором значений величин $a, b, p$ и $k$, описанная $\sigma(t)-$окрестность может быть сделана сколь угодно близкой к программной траектории на всем упомянутом интервале.

Соотношения (2) и (3) не однозначно определяют движение изображающей точки системы относительно ее текущего программного положения, допуская еще один конструктивный произвол. Он также может быть использован для придания движению поезда дополнительных свойств. Например, если на траектории относительного движения, кроме удовлетворения соотношений (2) и (3), соблюдено равенство

$$J^c = \inf_{u^c(\bullet)} \sup_{w(\bullet)} \{ \int_{t_s}^{\tau} \mu[u^c(\bullet),\ w(\bullet)] \cdot dt:$$
$$u^c(\bullet) \in U^c(\bullet), \quad w(\bullet) \in W(\bullet), \quad t \in [t_s, \tau]\}, \tag{4}$$

где $J^c$ - показатель качества корректирующего управления $u^c(\bullet)$; $\mu$ - заданная функция своих аргументов; $U^c(\bullet)$ - ограничение допустимых управлений $u^c(\bullet)$, то осцилляции изображающей точки относительно ее программной траектории гарантированно приобретают свойство оптимальности по критерию $J^c$.

Описанные подзадачи стабилизации базовой программной траектории и гибкой позиционной коррекции относительно неё текущего положения изображающей точки системы тесно взаимосвязаны. В то же время, практическое разрешение некоторых частей этих подзадач (с целью максимизации системности и рациональности такого разрешения, а также минимизации затрат на его осуществление) возможно разделить во времени. Такая возможность возникает благодаря следующему. Обстановка, в которой происходит движение системы, может быть классифицирована по принципу дихотомии в виде следующих один за другим уровней классов. Натурное опознание любого из них осуществимо по соответствующему набору значений доступных для наблюдения, однозначно его идентифицирующих параметров и требует выполнения вычислительными устройствами регулятора относительно небольшого объема дополнительной работы. В то же время, каждому такому классу обстановки в соответствие могут быть поставлены требуемый в нем ансамбль программных траекторий и критерий их оптимизации $I^p$. Иными словами, базовые программные траектории $x_j^p(\bullet)\ \forall j \in [\overline{1,K}]$, а, следовательно, и гарантированно стабилизирующие их в классах ожидаемой обстановки управления $u_j^p(\bullet)\ \forall j \in [\overline{1,K}]$ могут быть определены еще при создании регулятора и зафиксированы его долговременным запоминающим устройством, например, в виде

$$R: C \to \Omega^p;$$
$$C = \{c_j\ \forall\ j \in [\overline{1,K}]\};$$
$$\Omega^p = \{u_j^p(t)\ \ \forall\ j \in [\overline{1,K}],\ t \in [t_s, \tau]\}, \qquad (5)$$

где $C, \Omega^p$ – множества классов ожидаемой обстановки движения, а также управлений, необходимых, при реализации этих классов, для гарантированной стабилизации соответствующих фазовых программных траекторий системы; $K$ – число классов ожидаемой обстановки; $R$ – оператор отображения, действующий из $C$ в $\Omega^p$.

В процессе движения, после реализации и опознания $a$-го класса его обстановки, из запоминающего устройства системы будет считан программный закон управляющего воздействия $u_a^p(\bullet)$, необходимого (и достаточного), согласно описанному, для гарантированной стабилизации соответствующей базовой траектории $x_a^p(\bullet)$. При этом упомянутое стабилизирующее управление может носить континуальный характер. Такой порядок выбора и реализации управлений $u_j^p(\bullet)\ \forall j \in [\overline{1,K}]$ позволяет повысить приспособляемость терминальной систем управления с жесткой программной траекторией к построению многокритериальных многорежимных движений без перехода к сложным алгоритмам управления с гибкими траекториями движения.

Иначе обстоит дело с осуществлением корректирующего управления $u^c(\bullet)$. Его синтез, как отмечалось, является позиционным и поэтому принципиально не может быть осуществлен заблаговременно, до начала движения. В любой текущий момент времени $t_\chi$ получение значения $u^c(t_\chi)$ требует, согласно алгоритму (2) – (4), как вычисления $x_i^p(t_\chi)\quad \forall\, i\in[\overline{1,2\cdot L}]$, так и измерения истинной позиции изображающей точки $x_i(t_\chi)\ \forall\, i\in[\overline{1,2\cdot L}]$. Обе операции (вычисление и измерение) требуют времени. Возникающая, таким образом, коллизия неизбежно вынуждает к дискретизации закона $u^c(t)$. В зависимости от принятого способа реализации, характер этого дискретного управления может быть кусочно-непрерывным

$$\begin{gathered}u^c{=}u^c\{t,\kappa_i:\kappa_i{=}\kappa_i(k\cdot h)=x_i(k\cdot h)-x_i^p(k\cdot h)\\ \forall t\in[k\cdot h,\ (k+1)\cdot h),\ k\in[\overline{0,\ \Lambda}],\\ \Lambda=\mathrm{int}\,(\tau\cdot h^{(-1)}),\ i\in[\overline{1,2\cdot L}]\},\end{gathered}\tag{6}$$

либо кусочно-постоянным

$$\begin{gathered}u^c=u^c\{t,\kappa_i{:}\,t=k\cdot h,\ \kappa_i=\kappa_i(k\cdot h)=x_i(k\cdot h)-x_i^p(k\cdot h)\\ \forall k\in[\overline{0,\Lambda}],\ \Lambda{=}\ \mathrm{int}\,(\tau\cdot h^{(-1)}),\ i\in[\overline{1,2\cdot L}]\},\end{gathered}\tag{7}$$

где $h$ – шаг дискретизации такого управления. При этом на интервалах длительностью

$$\begin{gathered}h=t_{(k+1)}-t_k,\ \ t_k=k\cdot h,\ \ t_{(k+1)}=(k{+}1)\cdot h\\ \forall k\in[\overline{0,\Lambda}],\ \Lambda=\mathrm{int}\,(\tau\cdot h^{(-1)})\end{gathered}\tag{8}$$

управление $u^c(\bullet)$ остается соответственно непрерывным, либо неизменным

$$\begin{gathered}u^c(\rho)=u^c(t_k)=const\\ \forall\rho\in[t_k,t_{(k+1)}],\ \ t_k{=}k\cdot h,\ \ t_{(k+1)}{=}(k+1)\cdot h,\\ k{=}[\overline{0,\Lambda}],\ \Lambda{=}\ \mathrm{int}\,(\tau\cdot h^{(-1)}).\end{gathered}\tag{9}$$

Цикл операций по вычислению значения $u^c(t_k)$ должен завершаться за время, меньше, чем $h$. В то же время, аппроксимация зависимости $u^c\{t,\kappa_i:\kappa_i{=}\kappa_i(t)=x_i(t)-x_i^p\,(t)\quad\forall\, t\in[t_s,\tau],\ i\in[\overline{1,2\cdot L}]\}$ удовлетворительна лишь при достаточно мелком шаге $h$ дискретности управляющих воздействий вида (6) или (7). Поэтому вычислительные устройства системы управления должны обладать достаточно высоким быстродействием.

Для осуществления построения движений системы согласно предлагаемой комбинированной методике, должно быть реализовано принуждающее воздействие, требуемый закон изменения которого может быть записан в форме

$$\begin{gathered}u\,(t)=u^p\,(t)+D\,(t)\cdot u^c(t_k)\\ \forall t{\in}\ [t_k,t_{(k+1)}),\ \ t_k{=}k\cdot h,\ \ t_{(k+1)}{=}(k{+}1)\cdot h,\\ k=[\overline{0,\ \Lambda}],\ \Lambda=\mathrm{int}\,(\tau\cdot h^{(-1)}),\end{gathered}\tag{10}$$

где $D(t)$ – матрица коэффициентов, выбор которых должен быть направлен на ограничение наиболее критичных параметров движения системы, а также повышение ее стойкости по отношению к возмущениям. В этом соотношении условно принято $t_s{=}0$.

Полное управление МЛП на терминальном интервале строится по принципу дискретной позиционной коррекции его текущего состояния относительно заблаговременно синтезированной (для реализовавшейся обстановки движения) континуально стабилизируемой программной траектории изображающей точки. Это позволяет ориентировать регулятор на стабилизацию задаваемых сигналов в условиях воздействия возмущений. Последняя же задача – значительно более проста, чем синтез непрерывного позиционного терминального управления движением непосредственно в его процессе.

Два основных преимущества предлагаемой методики комбинированного построения движения МЛП заключаются в возможности:

- разделения задачи приведения в конечное состояние на две более простые подзадачи, первая из которых в основном решается на стадии проектирования регулятора;

- повышения точности этого приведения – за счет более полного использования вычислительных средств системы, освобожденных от решения подзадач синтеза программной траектории, а также закона стабилизирующего ее управления.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Поляков В. А., Хачапуридзе Н. М. Терминальное управление движением магнитолевитирующего поезда с использованием линейного синхронного двигателя // Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізничн. трансп. ім. В. Лазаряна – 2006. –Вип. 12 – С. 138 –145.
2. Атанс М., Фалб П.Л. Оптимальное управление. – М.: Машиностроение, 1968. – 764 с.
3. Коренев Г. В. Очерки механики целенаправленного движения. – М.: Наука, 1980. – 192 с.

Надійшла – 09.09.2011.