

УДК 519.6

## Математическое моделирование обогрева сооружений на базе идентификации распараллеленных энергопотоков

А. П. Слесаренко, А. С. Сорока

*Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, Украина*

Предложены математическая модель тепловых процессов в многоуровневой электротеплоаккумулирующей системе обогрева и методология идентификации энергопотоков для управления отоплением помещений различного назначения. Построена компьютерная модель 9-слойной системы с тремя группами линейных нагревателей трубчатого типа, расположенных в разных плоскостях системы (на разной глубине). Приведен пример компьютерного эксперимента на базе предложенного алгоритма для решения обратной задачи – определения в системе оптимального распределения энергопотоков, обеспечивающего термостабилизацию пола помещения с возможностью максимальной аккумуляции тепла.

**Ключевые слова:** электрообогрев, идентификация энергопотоков, теплопередача в многослойной системе, аккумуляция тепла, компьютерный эксперимент.

Запропоновано математичну модель теплових процесів у багаторівневій електротеплоаккумулятивній системі обігріву та методологія ідентифікації енергопотоків для керування опаленням приміщень різного призначення. Побудовано комп'ютерну модель 9 шарової системи із трьома групами лінійних нагрівачів трубчастого типу, розташованих у різних площинах системи (на різній глибині). Наведено приклад комп'ютерного експерименту на базі запропонованого алгоритму для рішення зворотної задачі – визначення у системі оптимального розподілу енергопотоків, що забезпечує термостабілізацію підлоги приміщення з можливістю максимальної акумуляції тепла.

**Ключові слова:** електрообігрів, ідентифікація енергопотоків, теплопередача в багатошаровій системі, акумуляція тепла, комп'ютерний експеримент.

There are offered mathematical model of thermal processes in multilevel electro heating and accumulating system and methodology of identification of energy flows for control of heating of living quarters of various purposes. The computer model of 9-layering system with three groups of linear heaters of a tubular type located in different planes of system (on different depth) is constructed. The example of computer experiment is given on the basis of the offered algorithm for solving the inverse problem – the definition in system the optimum distribution of energy flows providing heatset of a floor in a room with a possibility of the maximal heat accumulation.

**Key words:** electroheating, identification of energy flows, heat transfer in multi-layer system, accumulation of heat, computer experiment.

### 1. Актуальность проблемы и формулирование общих задач

Ввиду актуальности проблем энергосбережения в современных условиях дефицита энергоносителей повышение энергоэффективности зданий и сооружений ведется по многим направлениям [1]. В частности, минимизация энергозатрат с учетом тепловой инерции строительных конструкций и использования нетрадиционных возобновляемых источников энергии может быть достигнута на основе современных информационных технологий и компьютерных систем управления. Широкое использование технологий сдерживается высокой степенью сложности зданий как объектов управления, недостаточным знанием особенностей формирования их теплового режима.

Мировой и отечественный опыт обеспечения теплового режима микроклимата производственных и жилых зданий и сооружений подтверждает экономическую целесообразность использования электроэнергии для целей отопления. При этом электрообогреваемые полы относятся к наиболее перспективным системам отопления, позволяющим рационально использовать энергетические, инвестиционные, трудовые и другие ресурсы для поддержания заданных стандартов микроклимата в условиях изменяющихся внешних и внутренних возмущающих факторов. Многопараметровость задач электроотопления и сложность получения их решения в аналитическом виде, трудоемкость и дороговизна натурных экспериментальных исследований объясняют тот факт, что в настоящее время отсутствует необходимый объем данных для оптимального проектирования рассматриваемых систем обогрева даже для стационарного режима.

Вместе с тем следует отметить и значительные практические результаты в рассматриваемой области. Так, в [2, 3] (П. Г. Круковский, Д. И. Розинский и др.), представлен опыт разработок кабельных систем отопления типа "теплый пол", который в определенной степени опирается на результаты компьютерного моделирования теплового состояния пола различных конструкций с встроенным кабельным электрообогревом. Наряду с использованием кабельного электрообогрева пола в промышленных производственных и других помещениях, обогрев пола может быть осуществлен с помощью системы полых электрических нагревателей трубчатого типа (ТН), расположенных на различной глубине в теплоаккумулирующем массиве и позволяющих значительно расширить функциональные возможности системы обогрева в целом (см. [4]). В [5] рассмотрены особенности управления энергопотоками в таких многофункциональных многослойных системах обогрева (МСО) и обоснованы требования к соответствующим САР обогрева помещений различного назначения. МСО, оснащенная САР, будет эффективно функционировать как в режиме работы от традиционной электросети, так и в режиме комбинированного использования имеющегося потенциала мощностей традиционных и нетрадиционных возобновляемых источников энергии (НВИЭ). Структура САР для рассматриваемой МСО должна включать следующие подсистемы: информационно-измерительную, обработки данных и моделирования, а также исполнительную. Причем, математическая модель МСО является ключевым элементом в составе такой САР.

Ранее задачи структурно-функционального управления электротеплоаккумулирующими системами обогрева не рассматривались ввиду отсутствия адекватных математических моделей МСО.

## **2. Цели работы**

2.1. Построение математической модели многофункциональной электротеплоаккумулирующей системы обогрева помещения, адекватной реальному объекту (помещение здания), позволяющей получить решение обратной задачи – определить уровни входных энергопотоков в системе ТН в зависимости от тепловых условий вне МСО с целью обеспечения заданных стандартов обогрева.

2.2. Анализ качественных показателей термостабилизации обогреваемой поверхности пола в различных режимах работы многоярусной системы МСО и создание базы данных для структурно-функционального управления системой

обогрева при изменении внешних климатических условий и колебаниях мощности энергопотоков, питающих систему.

### 3. Математическая модель энергоактивной МСО

Будем рассматривать 3-мерную модель МСО в виде слоистой прямоугольной призмы, тепло в которой генерируется при независимом подводе энергии к каждому ТН блока (яруса), все ТН ориентированы вдоль оси  $Oz$ . Активные слои – ярусы будем нумеровать от поверхности пола в глубину МСО. Начало системы координат помещено в центре основания призмы ( $x=0, y=0, z=0$ ) с такими габаритными размерами: высота  $A$  ( $0 \leq x \leq A$ ); ширина  $2 \cdot B$  ( $-B \leq y \leq B$ ); длина  $2 \cdot L$  ( $-C \leq z \leq C$ ). МСО погружена в однородную среду (грунт) на всю высоту.

Поперечное сечение МСО показано на рис. 3.1, где помечено:  $x_i$  – координаты контакта сопредельных слоев ( $i=1,2,\dots,N$ ,  $N$  – количество слоев),  $\lambda_i$  – коэффициенты теплопроводности,  $p_i(y)$  – функции распределения мощности источников тепла по ширине энергоактивного слоя. Примем симметричное распределение тепла в плане помещения, и поэтому будем считать, что внутри призмы имеет место симметричное распределение температуры в плоскостях  $zOx$  и  $yOx$ . Таким образом, для последующего анализа ограничимся лишь одним квадрантом с нулевыми граничными условиями для потоков тепла на грани  $y=0$  и грани  $z=0$ .

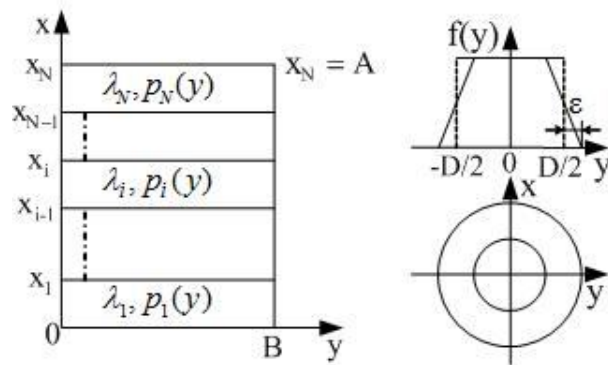


Рис.3.1. Физическая модель МСО (поперечное сечение) и распределение мощности теплового источника в ТН (справа)

Принимаем дискретное симметричное по ширине энергоактивного слоя размещение трубчатых нагревателей с центрами в точках с координатами  $y = y_{i,j}^c$ . Количество ТН для определенности примем нечетным так, чтобы всегда присутствовал элемент с координатой  $y = 0$ . Таким образом, распределение плотности тепловой мощности, которая подводится к отдельному  $i$ -му слою, имеет вид:

$$p_i(y) = \sum_{j=-(M_i-1)/2}^{(M_i-1)/2} p_{i,j} \cdot f(y - y_{i,j}^c), \quad (3.1)$$

где  $p_{i,j}$  – максимальная плотность мощности источников тепла, распределенных в ТН,  $Вт/м^3$ ;  $M_i$  – количество ТН в  $i$ -м слое;  $f_{i,j}(y)$  – функция распределения мощности источника в области локализации  $j$ -го ТН, центрированной в точке с координатой  $y = y_{i,j}^c$ . Эта функция может быть произвольной, требуется лишь, чтобы она была интегрируемой.

Другие предположения, принятые для проведения численного эксперимента: 1) распределение плотности мощности в областях локализации ТН принимается одинаковым и независимым от температурного режима МСО; 2) функции распределения тепловой мощности ТН  $f_{i,j}(y)$  имеют трапециевидную форму (см. рис. 3.1); 3) степень "трапециевидности"  $\varepsilon$  допускается варьировать; 4) количество активных слоев, содержащих нагреватели,  $N_A$  в МСО может быть произвольным,  $0 \leq N_A \leq N$ ; 5) крайние ТН отстоят от боковой грани МСО ( $y = B$ ) на одинаковые для всех активных слоев расстояния, которые равны  $l_{st}$ ; 6) равномерный шаг размещения ТН в активных слоях определяется их количеством,  $l_{p,i} = 2(B - l_{st}) / M_i$ .

Распределение источников тепла с зависимостью мощности от координаты  $y$  вида (3.1) предполагает, что сечение «трубы» имеет вид квадрата со стороной, равной толщине активного слоя (см. рис. 3.2). Такое упрощение принято потому, что далее, прежде всего, будем интересоваться температурным полем на поверхности пола (верхняя грань МСО  $x = A$ ), где оно в определенной мере сглаживается и слабо зависит от формы «труб». Забегая вперед, заметим, что принятый подход решения задачи позволяет построить модель тепловых источников произвольного поперечного сечения и заданного вида распределения плотности мощности в них  $\tilde{f}_{i,j}(x, y)$ .

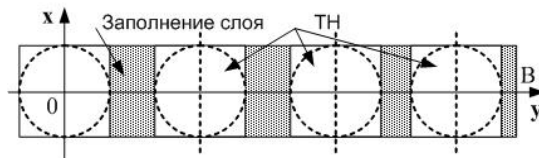


Рис. 3.2. Расположение источников тепла в активном слое

В основании призмы ( $x = 0, -B \leq y \leq B, -C \leq z \leq C$ ) примем граничные условия 1-го рода, что может соответствовать, например, условиям термостатирования заглубленной в грунт системы обогрева с температурой  $t_0$ :

$$t|_{x=0} = t_0. \quad (3.2)$$

Верхняя грань ( $x = A, -B \leq y \leq B, -C \leq z \leq C$ ) соответствует поверхности пола, который омывается воздухом внутри помещения, где имеет место конвекционный теплообмен\*:

$$\left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_{x=A} = \alpha (t - t_c) \Big|_{x=A}, \quad (3.3)$$

где  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи поверхности пола (считаем его не зависящим от температурного режима),  $t_c$  – температура воздуха в помещении на некотором отдалении от поверхности пола; \*теплообмен за счет теплового излучения может быть учтен приближенно, имея в виду, что температурные перепады между поверхностью пола и окружающими стенами и потолком помещения небольшие.

На боковых гранях примем граничные условия 3-го рода ( $i = 1, \dots, N$ ):

$$\left( t_i + h_y \frac{\partial t_i}{\partial y} \right) \Big|_{y=\pm B} = t_{0i}, \quad \left( t_i + h_z \frac{\partial t_i}{\partial z} \right) \Big|_{z=\pm C} = t_{0i}, \quad (3.4)$$

где  $h_y = \lambda_{cp} / \alpha_y$ ,  $h_z = \lambda_{cp} / \alpha_z$  – факторы потерь.

Величины  $h_y, h_z$  – в общем случае разные по величине выбраны постоянными по всей высоте слоистой структуры с той целью, чтобы получить аналитическое решение. Усредненная по всем слоям величина теплопроводности МСО  $\lambda_{cp}$ , которая присутствует только в граничных условиях (3.4), может быть получена одним из известных способов. Температура грунта за пределами МСО принимается фиксированной и такой, что имеет место определенный заданный температурный профиль, так что каждому слою соответствует заданная средняя температура грунта на этой глубине  $t_{0i}$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ). Таким образом, по глубине МСО температура изменяется от уровня  $t_{01} = t_0$  (самый нижний слой,  $i = 1$ ) до уровня  $t_{0N} = t_n$  (для поверхности пола  $i = N$  с заданной температурой  $t_n$ ).

Формулирование граничной задачи теплопроводности состоит в следующем. В слоистой структуре МСО с установленными выше граничными условиями надлежит отыскать функцию установившегося температурного распределения (температурное поле). Искомое установившееся температурное поле внутри слоистой структуры  $t = t(x, y, z)$  распадается на  $N$  взаимозависимых температурных полей в однородных слоях  $t_i = t_i(x, y, z)$ , которые на смежных плоских границах должны удовлетворять условиям сопряжения (граничные условия 4-го рода), а внутри слоев – уравнениям Пуассона:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) t_i(x, y, z) = -\frac{1}{\lambda_i} p_i(y). \quad (3.5)$$

В работе [6] для представленной выше физической модели теплопередачи в 3-мерной многослойной МСО разработана строгая математическая модель стационарного режима теплопередачи. Количество однородных слоев и количество нагревателей трубчатого типа произвольно.

В соответствии с принципом суперпозиции искомое температурное поле определяется вкладом, обусловленными внешними условиями МСО (определяются граничными условиями на гранях призмы МСО), и вкладом от всех внутренних источников  $p_{i,j}$ , распределенных по внутренним слоям. Замкнутые вы-

ражения для температурных полей в слоях  $t_i(x, y, z)$  получены методом конечных интегральных преобразований (КИП) [7], которые имеют вид:

$$t_i(x, y, z) = t_{0i} + \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q \frac{\cos(v_p z)}{2 \left( 1 + \frac{h_z / C}{1 + (v_p h_z)^2} \right)} \cdot \frac{\cos(\mu_q y)}{2 \left( 1 + \frac{h_y / B}{1 + (\mu_q h_y)^2} \right)} \cdot \Psi_i^{p,q}(x; \mu_q, v_p). \quad (3.6)$$

где  $\Psi_i^{p,q}(x; \mu_q, v_p) = [\tilde{u}_{0i}^{p,q}(x; \mu_q, v_p) + \tilde{u}_i^{p,q}(x; \mu_q, v_p)]$  – суперпозиции функций из области пространства изображений КИП, соответствующих тепловым вкладам внешнего окружения и системы внутренних нагревателей – суть комбинации гиперболических синуса и косинуса аргумента  $\sqrt{\mu_q^2 + v_p^2}(x - x_i)$ . Неопределенные коэффициенты отыскиваются путем решения систем  $2 \cdot N$  линейных неоднородных уравнений, получаемых при "сшивании"  $p, q$ -составляющих образов температурных полей на границах слоев.

Полученная таким образом математическая модель теплопередачи в энергоактивной слоистой структуре явилась основой для разработки компьютерной модели, которая создана в среде пакета аналитических вычислений MAPLE. Модель позволила численно-аналитическим методом решить целый ряд задач оптимизации теплового режима и тепловых потоков в МСО, а также идентификации энергопотоков в системе ТН, обеспечивающих заданный уровень нагрева поверхности пола.

#### 4. Вычислительный эксперимент: идентификация энергопотоков

Вычислительный эксперимент проводился для неограниченной вдоль оси  $Oz$  МСО с 9-слойной структурой, три из которых активные. Принятые характеристики слоев по порядку снизу вверх такие (см. [4]): нижний слой, контактирующий с грунтом – гидроизоляция  $d_1 = 0.01 \text{ м}$ ,  $\lambda_1 = 0.017 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ , далее слой песка  $d_2 = 0.04 \text{ м}$ ,  $\lambda_2 = 0.58 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ , далее слой теплоизоляции – пенобетон  $d_3 = 0.20 \text{ м}$ ,  $\lambda_3 = 0.41 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ , активные слои – ряды ТН, засыпанные песком  $d_{4,6,8} = 0.15 \text{ м}$ ,  $\lambda_4 = \lambda_4^{\text{эф}}$ ,  $\lambda_6 = \lambda_6^{\text{эф}}$ ,  $\lambda_8 = \lambda_8^{\text{эф}}$  (им соответствуют ярусы №3, №2 и №1), между ними слои песка толщиной  $d_{5,7} = 0.15 \text{ м}$ ,  $\lambda_{5,7} = 0.58 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ , верхний слой – монолитный бетон  $d_9 = 0.30 \text{ м}$ ,  $\lambda_9 = 0.87 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ . Эффективный коэффициент теплопроводности активных слоев  $\lambda_i^{\text{эф}}$  зависит от количества ТН в слое и вычисляется в компьютерной модели. Для труб квадратного сечения  $d \times d$  приближенно  $\lambda_i^{\text{эф}} = \lambda_i [1 - (d \cdot M_i / 2B) \cdot (1 - \lambda_{\text{возд}} / \lambda_i)]$ . На границах слоев, содержащих нагревательные элементы, заданы условия неидеального теплового контакта с термическими сопротивлениями, величины которых приняты равными  $r_i^* = 0.15 \text{ м}^2 \cdot \text{К} / \text{Вт}$ . Количество нагревателей ТН в активных ярусах выбрано путем предварительного исследования неравномерности распределения тем-

пературы. Слойм  $i = 8, 6, 4$  соответствуют верхний, средний и нижний ярусы с количеством ТН –  $M_1 = 9, M_2 = 7, M_3 = 5$ .

На рис. 4.1 – 4.3 представлены распределения температуры на поверхности пола при неоптимизированном питании ТН (кривые 1) и оптимизированном (кривые 2) в случае нагрева МСО либо из верхнего яруса (рис. 4.1), либо из среднего (рис. 4.2), либо из нижнего (рис. 4.3). Для всех вариантов внешние условия одинаковы и указаны в правой верхней части рисунков.

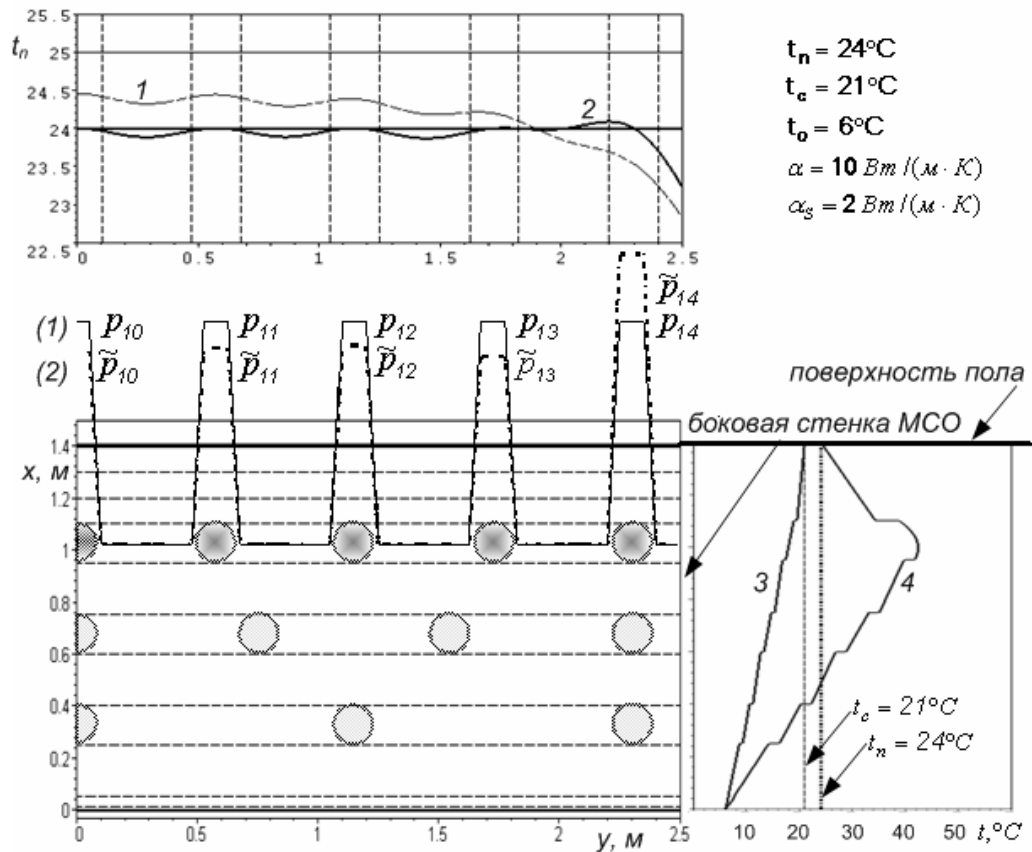


Рис. 4.1. Распределение температуры на поверхности пола при неоптимизированном (1) и оптимизированном (2) подводе энергии к системе нагревателей МСО верхнего яруса

Неоптимизированный подвод энергии соответствует равномерному распределению мощности источников в ярусе, причем такому, которое определяется аналитически для неограниченной однородной по ширине МСО и обеспечивает на ее рабочей поверхности заданный уровень нагрева  $t_n$ . На рисунках эти уровни максимальной плотности мощности в ТН представлены в виде диаграмм в левой нижней части, где представлено поперечное сечение МСО. Кружками обозначены ТН, на которых построены столбчатые диаграммы уровней мощно-

сти в них  $p_{i,j}$ . Если в МСО, ограниченной по ширине боковыми стенками при  $y = \pm B$  с уровнем теплоотдачи  $\alpha_s$  и заданным температурным профилем  $t_{0i}$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) – см. температурный профиль (3) по высоте МСО в внешнем массиве грунта, применить указанный энергоподвод, то на рабочей поверхности МСО будет иметь место распределение температуры, представленное кривыми (1). Одновременно в правой нижней части рисунков показаны профили температуры (4) в сечении  $xOz$  МСО, построенные по аналитическим выражениям из [4].

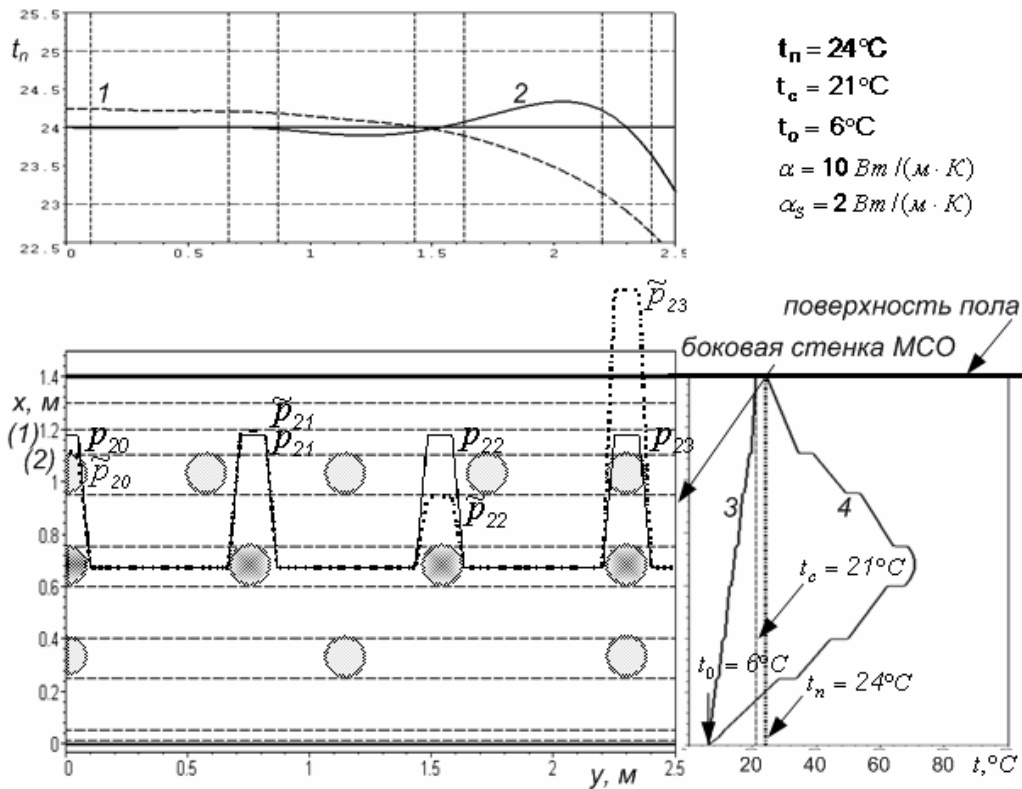


Рис. 4.2. Распределение температуры на поверхности пола при неоптимизированном (1) и оптимизированном (2) подводе энергии к системе нагревателей МСО среднего яруса

Из рис. 4.1 – 4.3 видно, что частичная теплоизоляция боковых стенок МСО приводит к относительному подъему температуры в центральной части рабочей поверхности и "завалу" на краях. Таким образом, перепад температуры в реальной ограниченной по ширине МСО с оттоками тепла через боковые стенки оказывается весьма большим и превышает  $1^\circ\text{C}$  для всех рассматриваемых режимов.

Заданный уровень нагрева всей рабочей поверхности МСО (например, в соответствии с стандартом нагрева поверхности пола) можно обеспечить путем перераспределения потока энергии в системе ТН. Задача решена при помощи компьютерной модели МСО. Алгоритм идентификации энергопотоков – распре-



деления мощности источников, подключенных к системе ТН, реализован в среде MAPLE. Вначале с помощью (3.6) определены функциональные (в зависимости от координаты "y") вклады в температуру на рабочей поверхности  $x_N = A$  отдельно от каждого из ТН в активном слое. Затем сформирована система  $(M_i + 1)/2$  ( $i$  – номер активного слоя) линейных алгебраических уравнений относительно весовых коэффициентов при переменных  $p_{i,j}$ , установленных для неограниченной МСО, ( $j = 0, \dots, (M_i - 1)/2$ ). Полученные уравнения определяют суммарный вклад всех ТН активного слоя в температуру в выбранной системе точек. В рассматриваемой модели заданный уровень нагрева  $t_n$  обеспечивается в  $(M_i + 1)/2$  точках  $y = y_{i,j}^c$  на рабочей поверхности. На рисунках это видно по ходу кривых (2), соответствующих оптимизированному энергоподводу  $\tilde{p}_{i,j}$ .

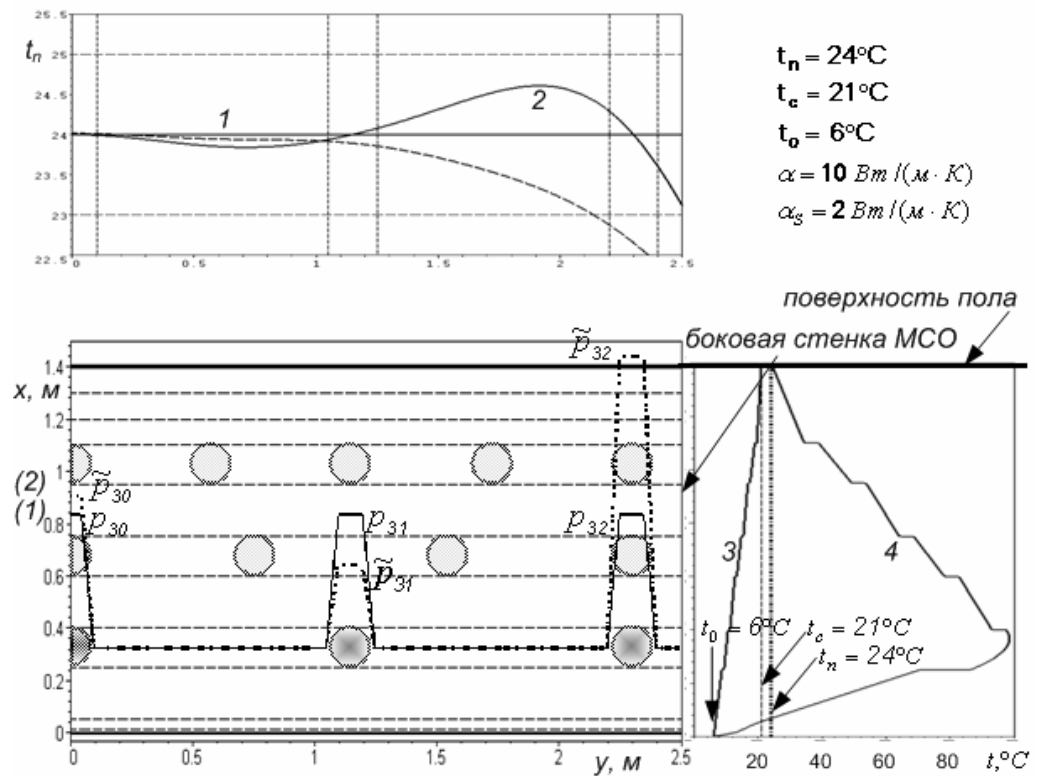


Рис. 4.3. Распределение температуры на поверхности пола при неоптимизированном (1) и оптимизированном (2) подводе энергии к системе нагревателей МСО нижнего яруса

Таким образом, решена обратная задача – определены энергопотоки в системе нагревателей, которые для заданной многослойной многоярусной (относительно энергоподвода) структуры МСО при заданных условиях ее теплообмена с внешней средой обеспечивают заданный температурный режим на рабочей грани – поверхности пола. Режимы обогрева при энергоподводе в нижние ярусы полезны, когда имеются выгодные для того условия – или излишки энергии (например, наличие энергопотоков от НВИЭ), или выгодные тарифы на электроэнергию (например, в ночное время). В этом случае выгодно обеспечить относительный "перегрев" массива МСО в нижних ярусах для большей аккумуляции тепла, чем это позволяет режим обогрева из верхнего яруса для заданного уровня нагрева поверхности пола  $t_n$ .

### **5. Выводы по результатам и направления дальнейших исследований**

В работе показано, что предложенная математическая модель МСО и ее компьютерная реализация могут быть полезны как основа для решения обратных задач, например, для идентификации энергопотоков в нагревательных элементах, обеспечивающих термостабилизацию рабочей поверхности МСО.

Практическая ценность предложенной системы обогрева, ее математической модели и полученных общих результатов анализа состоит в следующем:

- 1) возможность оптимизации электрообогрева помещений, включая режимы прерывистого отопления, когда важным фактором становится возможность аккумуляции тепла, накопленного в периоды льготных суточных тарифов электроснабжения;
- 2) математическая модель позволяет проводить оптимизацию конструкции на основе применения современных теплоизоляционных и теплоаккумулирующих материалов, обеспечивая оптимальные соотношения критериев цена – качество электрообогрева;
- 3) математическая модель позволяет создать базу данных энергоподвода для структурно-функционального управления системой обогрева при изменении внешних климатических условий и колебаниях мощности энергопотоков, питающих систему.

Важной представляется возможность применения математической модели МСО в качестве элемента САР. Такая система позволит минимизировать количество датчиков контроля теплового режима помещения и повысить оперативность управления. Также следует подчеркнуть, что применение математических моделей в интегрирующих энергосберегающих технологиях управления микроклиматом позволит эффективно выполнять такие функции:

– оптимальное подключение различных источников энергии и отопительных установок и их запуск в соответствии с реальной текущей тепловой обстановкой внутри и снаружи помещения;

– обеспечение оптимальных тепловых режимов помещения в летний и зимний сезоны (соответственно, охлаждение путем продувки МСО наружным воздухом и обогрев помещения);

– управление режимами периодического подключения МСО к электрической сети с учетом действующих тарифных графиков.

Перечисленные выше проблемы представляют возможные направления развития предложенной в работе математической модели тепловых процессов в энергоактивных многофункциональных системах обогрева помещений типа "греющий пол".

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Табунщиков Ю.А., Бродач М.М., Шилкин Н.В. Энергоэффективные здания / М.: АВОК-ПРЕСС, 2003. – 200 с.
2. Круковский П.Г. Тепловые режимы полов различных конструкций с электрокабельными системами обогрева / П.Г. Круковский, Н.П. Тимченко, О.Ю. Судак, Д.И. Розинский // Промышленная теплотехника. – 2002. – Т. 24, №1. – С. 10–16.
3. Электротеплоаккумуляционное отопление греющим полом / Сб. научн. статей «К разработке государственных строительных норм Украины «Электрические кабельные системы отопления». – Под ред. Д. И. Розинского. – ИТТ НАНУ, НПП "ЭЛЕТЕР". – К.:, 2001. – 156 с.
4. Романченко Н.А., Слесаренко А.П., Сорока А.С. Математическая модель стационарного режима многослойного обогреваемого пола / Вісн. ХДТУСУТ ім. П. Василенка «Пробл. енергозабезпеч. та енергозбереж. в АПК України». – Харків, 2004. – Вип. 27, т. 1. – С. 245-250.
5. Слесаренко А.П., Романченко М.А., Сорока О.С. Оптимальне керування тепловими режимами мікроклімату в технологічно активних зонах виробничих споруд // Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. – МОН України. ХНУРЕ. – Вып. 147. – Харьков, 2009. – С. 113-120.
6. Слесаренко А.П., Романченко М.А., Сорока О.С. Моделювання стаціонарної теплопередачі в 3-вимірній багаточаровій структурі з трубчастими нагрівачами для системи оптимального керування тепловим режимом приміщення // Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. – МОН України. ХНУРЕ. – Вып. 149. – Харьков, 2009. – С. 36-45.
7. Положий Г.Н. Уравнения математической физики / М.: Высшая школа, 1964. – 560 с.