УДК 532.542

Нестационарное движение жидкости в трубе (глухой) при произвольном продольном инерционном воздействии

А. И. Брунеткин, М. В. Максимов
Одесский национальный политехнический университет, Украина

Рассмотрен случай возникновения гидравлического удара в трубе при воздействии распределенной нестационарной нагрузки в виде переменного поля массовых сил произвольной формы. Для описания процесса использована нестационарная распределенная одномерная модель. В качестве исходных данных приняты телеграфные уравнения. Произвольное изменение перегрузки аппроксимировано с помощью ступенчатой функции. Аналитическое решение получено с помощью преобразования Лапласа.

Ключевые слова: *гидравлический удар, отрицательная перегрузка, телеграфные уравнения, нестационарное воздействие, распределенная модель.*

Розглянуто випадок виникнення гідравлічного удару у трубі при впливу розподіленого нестаціонарного навантаження у вигляді змінного поля масових сил довільної форми. Для опису процесу використана нестаціонарна розподілена одномірна модель. В якості вихідних даних прийняті телеграфні рівняння. Довільна зміна перенавантаження апроксимована за допомогою ступінчатої функції. Аналітичне рішення отримано за допомогою перетворення Лапласу.

Ключові слова: *гідравлічний удар, негативна перенапруга, телеграфні рівняння, нестаціонарний вплив, розподілена модель.*

The case of occurrence of hydraulic impact in a pipe is considered at influence of the allocated non-stationary loading as a variable field of mass forces of the any form. For the description of process the non-stationary allocated one-dimensional model is used. As the initial data the cable equations are accepted. Any change of an overload is approximated with the help of step function. The analytical decision is received with the help of Laplace transformation.

Key words: *hydraulic impact, a negative overload, the cable equations, the non-stationary influence, the distributed(allocated) model.*

При проектировании и эксплуатации технических систем во многих случаях возникают вопросы, связанные с особенностями нестационарного течения жидкости в трубах. В частности, при резком изменении расхода или давления возникает гидроудар. Это явление подробно исследовано в классической работе Н. Е. Жуковского «О гидравлическом ударе в водопроводных трубах (1899 г.)» [1], а так же в работах других авторов, например [2-4]. Все исследования выполнены при изменении расхода или давления на границах рассматриваемых участков трубопроводов. При этом волна давления или разрежения распространяется от места возникновения по трубопроводу при отсутствии других воздействий.

При проектировании современных технических устройств появляются задачи, связанные с гидроударом, возникающим по другим причинам. Например, можно рассмотреть горизонтально распложенные трубопроводы: различного рода технологические трубопроводы, водоводы и т.д. При сейсмическом воздействии будет происходить движение их основания с ускорением, амплитуду которого следует принимать не менее

$1\,м/с^2$, $2\,м/с^2$ *и* $4\,м/с^2$ при сейсмичности 7, 8 и 9 баллов соответственно [5]. Если систему отсчета связать с трубопроводом, то движение с ускорением его основания проявится в появлении перегрузки (поля массовых сил), действующей на весь столб жидкости в трубопроводе. Характер его изменения будет носить произвольный характер. Изменение поля массовых сил может привести к развитию гидроудара. Таким образом, нестационарным и распределенным будет не только процесс распространения гидроудара, но и силовое воздействие, приводящее к его появлению. Сейсмическое воздействие может и не привести к разрушению трубопровода от внешних сил. В этом случае следует быть уверенным, что разрушения не произойдет и от развития гидроудара. С этой целью необходимо определить величину давления, возникающего в трубопроводе.

Рассмотрим одномерную распределенную модель трубопровода. В силу кратковременности сейсмического воздействия пренебрежем диссипацией энергии, связанной с движением жидкости. В этом случае рассчитанные величины давления будут верхними оценками. Модель, описывающая движение жидкости в трубе, может быть записана в виде системы телеграфных уравнений без диссипации энергии [2].

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial \overline{p}}{\partial x} = \circ\,\dfrac{\partial w}{\partial t} + \circ \cdot j(t) \\ -\dfrac{\partial \overline{p}}{\partial t} = \circ \cdot c^2 \cdot \dfrac{\partial w}{\partial x} \end{cases} \qquad (1)$$

В отличие от классического их вида появляется член ρ· *j(t)*, учитывающий воздействие инерционных сил. Здесь *j(t)* – ускорение, действующее на трубопровод в продольном его направлении.

Решение будем искать с помощью методов операционного исчисления. В качестве примера рассмотрим случай заглушенной с одного конца трубы (вентиль). Другой конец трубы соединен с емкостью, частично заполненной жидкостью (рис. 1). Начало отсчета свяжем с открытым концом трубы. Направление оси в сторону заглушенного конца.

Начальные условия:

$t = 0 \quad \overline{p} = 0, \quad w = 0$

Граничные условия

$x = 0 \quad \overline{p} = 0$

$x = l \quad w = 0$

c – скорость звука в трубе с жидкостью,
l – длина трубы;

Решение ищем в отклонениях:

$\overline{p}$ – отклонение давления от номинального;

w – отклонение скорости от номинальной. Для рассматриваемого случая и сама начальная скорость равна нулю.

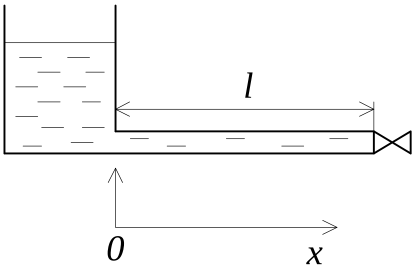

Рис. 1. Расчетная схема

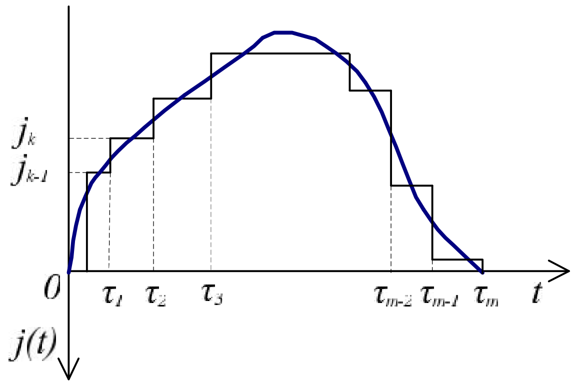

Рис. 2. Аппроксимация j(t) ступенчатой функцией

Аппроксимируем *j(t)* ступенчатой функцией (рис. 2).

Изображение ступенчатой функции ищем в виде [6]

$$j(t) \overset{\Delta}{=} j(s) = \sum_{k=1}^{m+1} \frac{\delta_k}{s} e^{-\tau_k s}\,, \qquad (2)$$

где τ_k – узлы аппроксимации,

δ_k – разность значений функции в узле (величина разрыва),

$\delta_k = j_k - j_{k-1}$,

$j_0 = 0$,

$j_{m+1} = 0$,

$m+1$ – количество точек аппроксимации,

m – количество интервалов,

Таким образом:

$\delta_1 = j_1$

$\delta_{m+1} = -j_m$

После преобразования исходная система уравнений (1) в изображениях имеет вид:

$$\begin{cases} -\dfrac{dp(s)}{d(x)} = \circ\, s \cdot w(s) + \circ \sum \dfrac{\text{¢}_k}{s} e^{-{}^2{}_k s} \\ -s \cdot p(s) = \circ\, c^2 \dfrac{dw(s)}{d(x)}, \end{cases} \qquad (3)$$

т.е. система уравнений в частных производных сведена к системе обыкновенных дифференциальных уравнений для давления и скорости в изображениях. Ее решение имеет вид:

$$\begin{cases} p(s) = -\dfrac{A°}{\mu} \cdot \dfrac{sh(\mu x)}{ch(\mu l)} \\ w(s) = \dfrac{A}{s} \cdot \dfrac{ch(\mu x)}{ch(\mu l)} - \dfrac{A}{s}, \end{cases} \tag{4}$$

где $\omega^2 = \dfrac{s^2}{c^2}$,

$$A = \sum \frac{\delta_k}{s} e^{-\tau_k s},$$

или с учетом этой подстановки

$$\begin{cases} p(s) = -° c \sum \text{¢}_k \cdot \dfrac{sh\left(\dfrac{s}{c} x\right)}{s^2 \cdot ch\left(\dfrac{s}{c} l\right)} \cdot e^{-²_k s} \\ w(s) = \sum \text{¢}_k \cdot \dfrac{ch\left(\dfrac{s}{c} x\right) - ch\left(\dfrac{s}{c} l\right)}{s^2 \cdot ch\left(\dfrac{s}{c} l\right)} \cdot e^{-²_k s}, \end{cases} \tag{5}$$

Для (5) выполним обратные преобразования. С этой целью рассмотрим выражения под знаком Σ но без $e^{-\tau_k s}$. Найдем их оригиналы, а затем воспользуемся теоремой запаздывания. Решение исходной системы уравнений (1) будет иметь вид:

$$p(t,x) = -\rho x \cdot \sum_{k=1}^{m+1} \delta_k \left[u(t-\tau_k)\right] + \rho l \frac{8}{\pi^2} \cdot \sum_{k=1}^{m+1} \delta_k \left[u(t-\tau_k)\right] \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} (-1)^{n+1} \times$$
$$\times \sin\left[\frac{x}{l}(2n-1)\frac{\pi}{2}\right] \cdot \cos\left[\frac{c}{l}(2n-1)\frac{\pi}{2}(t-\tau_k)\right] \tag{6}$$

$$w(t,x) = (-1) \cdot \frac{l}{c} \cdot \frac{8}{\pi^2} \cdot \sum_{k=1}^{m+1} \delta_k \left[u(t-\tau_k)\right] \times$$
$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \cdot (-1)^{n+1} \cdot \cos\left[\frac{x}{l}(2n-1)\frac{\pi}{2}\right] \cdot \cos\left[\frac{c}{l}(2n-1) \cdot \frac{\pi}{2} \cdot (t-\tau_k)\right] \tag{7}$$

Рассмотрим глухой конец трубы $x = l$ $\left(\begin{array}{l} x = l - \textit{глухой конец трубы}; \\ x = 0 - \textit{открытый конец трубы} \end{array}\right)$

$\left.\begin{array}{l} w(t,l) = 0 \\ p(t,0) = 0 \end{array}\right\}$ что и задано в граничных условиях.

Рассмотрим изменение давления в заглушенной части трубы:

$$p(t,l) = -\rho l \sum_{k=1}^{m+1} \delta_k [u(t-\tau_k)] + \rho l \frac{8}{\pi^2} \sum_{k=1}^{m+1} \delta_k [u(t-\tau_k)] \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \cos\left[\frac{c}{l}(2n-1)\frac{\pi}{2}(t-\tau_k)\right]$$

Т.к. $(-1)^{k+1} \sin\left[\frac{c}{l}(2n-1)\frac{\pi}{2}\right] = 1$, в результате имеем

$$p(t,l) = \rho l \sum_{k=1}^{m+1} \delta_k [u(t-\tau_k)] \cdot \left(-1 + \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \cdot \frac{1}{(2n-1)^2} \cos\left[\frac{c}{l}(2n-1)\frac{\pi}{2}(t-\tau_k)\right]\right). \quad (8)$$

Положив $\omega = \frac{c}{l} \cdot \frac{\pi}{2}$ в результате имеем

$$p(t,l) = \rho l \sum_{k=1}^{m+1} \delta_k [u(t-\tau_k)] \cdot \left(-1 + \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \cdot \frac{1}{(2n-1)^2} \cos[(2n-1) \cdot \omega \cdot (t-\tau_k)]\right). \quad (9)$$

Составные части этого выражения следующие:

$\rho l \sum_{k=1}^{m+1} \delta_k [u(t-\tau_k)]$	изменение давления в глухом конце трубопровода от действия переменного поля массовых сил (гидростатическая составляющая);
(-1)	среднеинтегральное изменение давления;
$\frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \cdot \frac{1}{(2n-1)^2} \cos[(2n-1) \cdot \omega \cdot (t-\tau_k)]$	колебание изменения давления, наложенное на среднеинтегральное значение (с частотой ω);
$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{c}{4l}$	собственная частота колебаний (1-я гармоника);
$2n-1$	гармоники.

Для оценки возможного влияния сейсмической нагрузки на величину давления в горизонтально расположенном трубопроводе, рассмотрим случай 7-ми бального землетрясения со сдвигом почвы вдоль оси трубы. Как отмечалось в [5], амплитуду ускорения движения опор следует принимать равной не менее

$1\,м/с^2$. В этом случае в 100 метровом отрезке трубопровода, заполненного водой (в заглушенной его части), гидростатическая составляющая давления, возникающего от действия переменного поля массовых сил, составит 10 м. водного столба или ~ 1 бар, а переменная составляющая (колебательная) может добавить еще столько же. Пиковое увеличение давления будет равно 2 бара. Для технологических трубопроводов, рассчитанных на большие величины рабочих давлений, такое его увеличение может быть несущественным. Но малонапорные водоводы при таком повышении давления подвергаются риску разрушения. Увеличение мощности землетрясения или увеличение длины трубопровода усугубляет опасность разрушения. Кроме этого опасность представляет случай, когда частота сейсмической волны совпадает с частотой, в первую очередь, 1-го тона колебаний столба жидкости или с частотой других гармоник. Это может привести к эффекту резонансного увеличения давления.

В результате выполненной работы:

– рассмотрена возможность возникновения гидроудара в технологических трубопроводах вследствие сейсмического воздействия;
– для этого случая записана математическая модель, описывающее изменение скорости и давления сжимаемой жидкости в процессе воздействия;
– получено аналитическое выражение, описывающее изменение скорости и давления при произвольном изменении действующей сейсмической нагрузки;
– показана возможность возникновения гармоник в колебательном процессе и определена их частота;
– оценено возможное влияние сейсмической нагрузки на величину давления жидкости в горизонтально расположенном трубопроводе. В ряде случаев увеличение давления может быть существенным и привести к разрушению не рассчитанных на это трубопроводов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Проф. Н. Е. Жуковский. Полное собрание сочинений. Том VII. Гидравлика. ОНТИ НКТП СССР. М.-Л.: Глав. редакция авиационной литературы, 1937.
2. Чарный И. А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. Изд. 2, перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1975. – 296 с., ил.
3. Основы гидравлики и аэродинамики. / Калицун В. И., Дроздов Е. В., Комаров А. С., Чижик К. И. М.: Стройиздат, 2002.
4. Королев А. В. Исследование частотных и динамических характеристик дфухфазного потока. Труды Одесского государственного политехнического университета 1998, вып. 2(6), с. 160-163.
5. СНиП II-7-81 Строительство в сейсмических районах. – М.: 2003
6. Шостак Р. Я. Операционное исчисление (краткий курс). – 2-е изд. – М.: Высшая школа, 1972. – 280 с., ил.

Надійшла – 15.03.2012.