

УДК 519.23: 004.932.72'1

Эвристический вычислительный метод обнаружения околонулевого видимого движения объектов на серии CCD-кадров

А. Б. Брюховецкий¹, В. Е. Саваневич², С. В. Хламов³¹*Харьковское представительство генерального заказчика Государственного космического агентства Украины*²*Ужгородский национальный университет, Украина*³*Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Украина*

В статье разработан эвристический вычислительный метод обнаружения околонулевого видимого движения объекта на серии CCD-кадров. Метод использует решающие правила обнаружения околонулевого видимого движения исследуемого объекта, которые в свою очередь учитывают основные особенности процесса формирования измерений видимого блеска и положения исследуемого объекта на серии CCD-кадров. С помощью разработанного эвристического вычислительного метода была обнаружена комета C/2012 S1 (ISON) — долгопериодическая околосолнечная комета, которая на момент открытия являлась объектом с околонулевым видимым движением.

Ключевые слова: серия CCD-кадров, эвристический метод обнаружения околонулевого видимого движения объекта, МНК-оценка параметров, астероиды, комета ISON, t-критерий Стьюдента, f-критерий Фишера.

У статті розроблено евристичний обчислювальний метод виявлення близьконулевого видимого руху об'єкта на серії CCD-кадрів. Метод використовує вирішальні правила виявлення близьконулевого видимого руху досліджуваного об'єкта, які в свою чергу враховують основні особливості процесу формування вимірювань видимого блиску та положення досліджуваного об'єкта на серії CCD-кадрів. За допомогою розробленого евристичного обчислювального методу була виявлена комета C/2012 S1 (ISON) – довгоперіодична навколосонячна комета, яка на момент відкриття була об'єктом з близьконульовим видимим рухом.

Ключові слова: серія CCD-кадрів, евристичний метод виявлення близьконулевого видимого руху об'єкта, МНК-оцінка параметрів, астероїди, комета ISON, t-критерій Стьюдента, f-критерій Фішера.

In the paper, the authors discuss their own heuristic computational method for detection of near-zero apparent motion of objects on the series of CCD-frames. To detect such motion of the object, the method needs some special measurements of object magnitude and position to be done over the series of the CCD-frames. Then, the overriding rules are used, which take into account the main features of formation of these measurements. With the help of proposed heuristic computational method, the comet C/2012 S1 (ISON) was discovered. This comet is the long-period circumsolar one, and at the time when it was discovered, it represented an object with near-zero apparent motion.

Key words: CCD-measurements, near-zero apparent motion, OLS parameter estimation, asteroids, ISON comet, Student's t-test, F-test.

1. Введение

Проблематика астероидно-кометной опасности [1] является значимым направлением использования современных вычислительных методов в астрометрии, особенно в обработке результатов астероидных обзоров.

Объекты Солнечной системы (ССО), как правило, имеют ненулевую скорость видимого движения, а объекты, не принадлежащие Солнечной системе (звезды, галактики), имеют нулевую скорость видимого движения. Однако большое количество потенциально опасных объектов [2] могут являться астероидами и кометами с околонулевым видимым движением.

Актуальным является разработка эвристического метода обнаружения околонулевого видимого движения исследуемых объектов на серии CCD-кадров. Этот метод должен быть основан на решающих правилах обнаружения, которые используют критерии согласия для проверки значимости скорости видимого движения.

2. Цель работы

Целью статьи является разработка эвристического метода обнаружения околонулевого видимого движения объектов на серии CCD-кадров. Метод должен использовать решающие правила обнаружения околонулевого видимого движения исследуемого объекта, которые в свою очередь учитывают основные особенности процесса формирования серии CCD-кадров и измерений положения исследуемого объекта на них.

3. Постановка задачи

Считается, что предварительно в процессе внутрикадровой обработки [3] для всех N_{fr} кадров исследуемой серии (по одному на каждом кадре) выявлено изображение объекта. На основе данных изображений исследуемого объекта на всех N_{fr} кадров сформированы измерения, составляющие серию Ω_{set} [4], с координатами в системе координат (СК) одного из кадров серии, названного базовым.

В соответствии с заданным количеством N_{fr} кадров исследуемой серии определено количество N_{mea} измерений положения исследуемого объекта на серии кадров как $N_{mea} = 2N_{fr}$ (положение объекта задается двумя координатами x и y).

Сформированные измерения всех объектов, которые присутствуют на CCD-кадре, при выполнении ряда условий [5], используются для формирования внутреннего каталога (ВК) объектов, неподвижных на серии кадров (объектов с нулевым видимым движением) [6].

Необходимо отобрать среди объектов ВК такие объекты, которые имеют околонулевое видимое движение. Данные объекты могли попасть в ВК объектов, неподвижных на серии кадров, имея видимое движение, соизмеримое с ошибками измерения.

4. Анализ литературы

Известны вычислительные методы обнаружения движущихся объектов на серии CCD-кадров [4, 7, 8]. Они основаны на проверке гипотез о нулевом (H_0) и ненулевом (H_1) видимом движении исследуемого объекта.

Первая группа методов обнаружения видимого движения объектов основана на использовании критерия максимального правдоподобия [9] или какого-либо другого критерия байесовской группы [10, 11]. Методы рассматриваемой группы могут работать как при неизвестных значениях $x_k(\theta_x)$, $y_k(\theta_y)$ истинного положения исследуемого объекта на время τ_k привязки измерений, так и при неизвестных значениях дисперсии σ_x^2 , σ_y^2 оценок этого положения на кадрах. Для этого используются подстановочные решающие правила проверки гипотез [12, 13], называемые часто правилами обнаружения-измерения [14].

Вторая группа вычислительных методов обнаружения околонулевого видимого движения объекта в решающих правилах использует критерии согласия для проверки значимости скорости видимого движения как параметра регрессионной модели [15, 16]. Это покоординатные решающие правила проверки статистической значимости фактора скорости видимого движения объекта вдоль каждой координаты с использованием t-критериев Стьюдента. И двухкоординатное решающее правило проверки статистической значимости фактора общей скорости видимого движения объекта с использованием f-критерия Фишера.

Сравнительный анализ вычислительных методов обнаружения околонулевого видимого движения астероида выявил, что недостатком подстановочных методов [14], основанных на критерии максимального правдоподобия, является недостаточная обоснованность его использования в ситуации неопределённости с частью параметров функции правдоподобия. Кроме того, указанные методы не эффективны при незначительном (околонулевом) видимом движении объекта.

Таким образом, при разработке эвристического метода обнаружения околонулевого видимого движения исследуемых объектов на серии CCD-кадров используются вычислительные методы обнаружения, использующие критерии согласия для проверки значимости скорости видимого движения. В качестве используемого критерия согласия выбран f-критерий Фишера как наиболее эффективный.

5. Особенности эвристического вычислительного метода обнаружения околонулевой скорости видимого движения исследуемых объектов

Из-за особенностей процесса обнаружения-измерения [14, 15] возможно появление ситуации, когда у исследуемого объекта выявлено видимое движение, однако оценка модуля его скорости $\hat{V} = \sqrt{\hat{V}_x^2 + \hat{V}_y^2}$ будет близка или равна нулю ($\hat{V} = 0$, где \hat{V}_x и \hat{V}_y скорости видимого движения исследуемого объекта вдоль координат x и y). Для ликвидации самой возможности появления такого нонсенса предлагается устанавливать предел минимальной допустимой оценки скорости \hat{V}_{\min} видимого движения околонулевого видимого движения у исследуемого объекта. Использование данного предела улучшит показатели качества обнаружения околонулевого видимого движения у исследуемых объектов.

6. Эвристический вычислительный метод обнаружения околонулевой скорости видимого движения исследуемых объектов на серии ССД-кадров

Принятие решения об обнаружении околонулевой скорости видимого движения исследуемого объекта происходит, основываясь на следующей последовательности операций.

1. Выбор очередной серии Ω_{set} [4] из N_{mea} измерений исследуемого объекта с приведенными координатами к СК базового кадра после внутрикадровой обработки [3].

2. Если количество измерений положения исследуемого объекта N_{mea} меньше минимального допустимого количества измерений $N_{VK\min}$ для проведения исследования объекта на наличие у него околонулевого видимого движения, то измерения, принадлежащие данному объекту, не рассматриваются.

3. Для N_{mea} измерений очередной серии Ω_{set} производится следующая последовательность операций.

3.1. МНК-оценка положения \hat{x}_0 и \hat{y}_0 исследуемого объекта на момент τ_0 привязки базового кадра и скорости \hat{V}_x и \hat{V}_y его видимого движения (оценка параметров $\hat{\theta}_x$ и $\hat{\theta}_y$ видимого движения исследуемого объекта) вдоль каждой координаты с помощью следующих выражений [4, 7]:

$$\hat{x}_0 = \frac{D \cdot A_x - C \cdot B_x}{N_{mea} \cdot D - C^2}; \quad (1)$$

$$\hat{y}_0 = \frac{D \cdot A_y - C \cdot B_y}{N_{mea} \cdot D - C^2}; \quad (2)$$

$$\hat{V}_x = \frac{N_{mea} \cdot B_x - C \cdot A_x}{N_{mea} \cdot D - C^2}; \quad (3)$$

$$\hat{V}_y = \frac{N_{mea} \cdot B_y - C \cdot A_y}{N_{mea} \cdot D - C^2}, \quad (4)$$

где $A_x = \sum_{k=1}^{N_{mea}} x_k$; $A_y = \sum_{k=1}^{N_{mea}} y_k$; $B_x = \sum_{k=1}^{N_{mea}} \Delta_{\tau k} x_k$; $B_y = \sum_{k=1}^{N_{mea}} \Delta_{\tau k} y_k$;

$$C = \sum_{k=1}^{N_{mea}} \Delta_{\tau k}; \quad D = \sum_{k=1}^{N_{mea}} \Delta_{\tau k}^2;$$

$\Delta_{\tau k} = (\tau_k - \tau_0)$ – разница между временем привязки τ_0 базового кадра и временем τ_k кадра, на котором сформировано k -е измерение.

3.2. Определение интерполированных оценок координат \hat{x}_k и \hat{y}_k исследуемого объекта на моменты привязки всех кадрах исследуемой серии с помощью выражений [4, 7]:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k(\hat{\theta}_x) = \hat{x}_0(\hat{\theta}_x) + \hat{V}_x(\hat{\theta}_x) \cdot (\tau_k - \tau_0); \quad (5)$$

$$\hat{y}_k = \hat{y}_k(\hat{\theta}_y) = \hat{y}_0(\hat{\theta}_y) + \hat{V}_y(\hat{\theta}_y) \cdot (\tau_k - \tau_0) \quad (6)$$

3.3. Определение остаточных дисперсий $\hat{\sigma}_{resx}^2$ и $\hat{\sigma}_{resy}^2$ оценок координат x и y исследуемого объекта соответственно с помощью следующих выражений:

$$\hat{\sigma}_{resx}^2 = \sum_{k=1}^{N_{mea}} (x_k - \hat{x}_k(\hat{\theta}_x))^2; \quad (7)$$

$$\hat{\sigma}_{resy}^2 = \sum_{k=1}^{N_{mea}} (y_k - \hat{y}_k(\hat{\theta}_y))^2. \quad (8)$$

3.4. Определение суммарной остаточной дисперсии $\hat{\sigma}_{resxy}^2$ оценок координат x и y исследуемого объекта соответственно:

$$\hat{\sigma}_{resxy}^2 = \hat{\sigma}_{resx}^2 + \hat{\sigma}_{resy}^2. \quad (9)$$

3.5. Определение значений остаточных сумм R_0^2 и R_1^2 квадратов отклонений [17] положения исследуемого объекта в предположении истинности гипотез о нулевом (H_0) и околонулевом (H_1) видимом движении соответственно на данной серии измерений с помощью следующих выражений [4, 17]:

$$R_0^2 = \sum_{k=1}^{N_{mea}} ((x_k - \hat{x})^2 + (y_k - \hat{y})^2); \quad (10)$$

$$R_1^2 = \sum_{k=1}^{N_{mea}} ((x_k - \hat{x}_k(\hat{\theta}_x))^2 + (y_k - \hat{y}_k(\hat{\theta}_y))^2), \quad (11)$$

где $\hat{x} = \sum_{k=1}^{N_{mea}} \hat{x}_k / N_{mea}$, $\hat{y} = \sum_{k=1}^{N_{mea}} \hat{y}_k / N_{mea}$ – средние значения оценок координат неизменного положения объекта с нулевым видимым движением.

3.6. Определение значения f -критерия Фишера $f(\Omega_{set})$ значимости общей скорости видимого движения [4], используя выражения (10) и (11) для остаточных сумм R_0^2 и R_1^2 квадратов отклонений [17] положения исследуемого объекта соответственно:

$$\frac{R_0^2 - R_1^2}{R_1^2} \geq \frac{wf_{cr}}{N_{mea} - r}, \quad (12)$$

где w – количество исследуемых факторов линейной регрессионной модели (в исследуемом случае этим фактором является скорость видимого движения);

r – ранг матрицы частных производных F_x ($rang F_x = r \leq \min(m, N_{mea})$) [4, 17];

$m = 2$ – количество оцениваемых параметров видимого движения исследуемого объекта вдоль каждой координаты на серии измерений;

f_{cr} – предельно допустимое (критическое) табличное значение [18, 19] статистики распределения Фишера с $(w, N_{mea} - r)$ степенями свободы.

4. Проверка на наличие у объекта околонулевой скорости видимого движения производится (на блоки 5, 6, 7) если оценка модуля скорости \hat{V} его видимого движения больше заданного минимального предела допустимого модуля скорости \hat{V}_{\min} видимого движения:

$$\hat{V} > \hat{V}_{\min}. \quad (13)$$

5. Исследуемый объект считается объектом с околонулевой скоростью видимого движения (объектом Солнечной системы), если:

5.1. остаточная дисперсия $\hat{\sigma}_{resx}^2$ оценок положения исследуемого объекта по координате x из выражения (7) меньше, чем заданное предельно допустимое значение $\hat{\sigma}_{resx\max}^2$:

$$\hat{\sigma}_{resx}^2 < \hat{\sigma}_{resx\max}^2. \quad (14)$$

5.2. остаточная дисперсия $\hat{\sigma}_{resy}^2$ оценок положения исследуемого объекта по координате y из выражения (8) меньше, чем заданное предельно допустимое значение $\hat{\sigma}_{resy\max}^2$:

$$\hat{\sigma}_{resy}^2 < \hat{\sigma}_{resy\max}^2. \quad (15)$$

5.3. суммарная остаточная дисперсия $\hat{\sigma}_{resxy}^2$ оценок положения исследуемого объекта по координатам x и y из выражения (9) меньше, чем заданное предельно допустимое значение $\hat{\sigma}_{resxy\max}^2$:

$$\hat{\sigma}_{resxy}^2 < \hat{\sigma}_{resxy\max}^2. \quad (16)$$

5.4. значение f -критерия Фишера $f(\Omega_{set})$ значимости общей скорости видимого движения больше, чем его заданное предельно допустимое (критическое) значение f_{cr} :

$$f(\Omega_{set}) > f_{cr}. \quad (17)$$

6. Кроме того исследуемый объект считается объектом с околонулевой скоростью видимого движения (объектом Солнечной системы), если суммарная остаточная дисперсия $\hat{\sigma}_{resxy}^2$ оценок координат x и y исследуемого объекта будет меньше, чем заданное предельно допустимое значение $\hat{\sigma}_{resxy\max}^2$, умноженное на минимальный множитель дисперсии $k_{\sigma\min}$, а значение f -критерия Фишера значимости общей скорости видимого движения превышает минимальное допустимое значение f_{\min} :

$$\left[\hat{\sigma}_{resxy}^2 < \hat{\sigma}_{resxy\max}^2 \cdot k_{\sigma\min} \right] \& \& [f(\Omega_{set}) > f_{\min}]. \quad (18)$$

7. Также исследуемый объект считается объектом с околонулевой скоростью видимого движения (объектом Солнечной системы), если суммарная остаточная

дисперсія $\hat{\sigma}_{resxy}^2$ оценок координат x и y исследуемого объекта будет меньше, чем заданное предельно допустимое значение $\hat{\sigma}_{resxy\max}^2$, умноженное на максимальный множитель дисперсии $k_{\sigma\max}$, а значение f -критерия Фишера значимости общей скорости видимого движения превышает его максимальное допустимое значение f_{\max} :

$$\left[\hat{\sigma}_{resxy}^2 < \hat{\sigma}_{resxy\max}^2 \cdot k_{\sigma\max} \right] \& \& [f(\Omega_{set}) > f_{\max}]. \quad (19)$$

Исходя из содержания пунктов 4 ÷ 7 данного эвристического метода общий вид правила обнаружения околонулевой скорости видимого движения исследуемого объекта с использованием выражений (4) ÷ (11) может быть представлен:

$$\begin{aligned} & \left[\hat{V} > \hat{V}_{\min} \right] \& \& \left\{ \left(\left[\hat{\sigma}_{resx}^2 < \hat{\sigma}_{resx\max}^2 \right] \& \& \left[\hat{\sigma}_{resy}^2 < \hat{\sigma}_{resy\max}^2 \right] \& \& \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \& \& \left[\hat{\sigma}_{resxy}^2 < \hat{\sigma}_{resxy\max}^2 \right] \& \& [f(\Omega_{set}) > f_{cr}] \right) \right\} \parallel \\ & \quad \parallel \left(\left[\hat{\sigma}_{resxy}^2 < \hat{\sigma}_{resxy\max}^2 \cdot k_{\sigma\min} \right] \& \& [f(\Omega_{set}) > f_{\min}] \right) \parallel \\ & \quad \left. \left\{ \left(\left[\hat{\sigma}_{resxy}^2 < \hat{\sigma}_{resxy\max}^2 \cdot k_{\sigma\max} \right] \& \& [f(\Omega_{set}) > f_{\max}] \right) \right\}. \quad (20) \end{aligned}$$

Блок-схема разработанного метода обнаружения околонулевой скорости видимого движения исследуемого объекта представлена на рисунке 1.

7. Константы эвристического вычислительного метода обнаружения околонулевого видимого движения исследуемых объектов на серии ССД-кадров

При проведении исследований процесса обнаружения околонулевой скорости видимого движения объекта использовались следующие значения констант вычислительного метода.

Предельно допустимые значения остаточных дисперсий оценок координат x и y исследуемого объекта соответственно $\hat{\sigma}_{resx\max}^2 = \hat{\sigma}_{resy\max}^2 = 0.125$ пикселя. Предельно допустимое значение суммарной остаточной дисперсии оценок координат x и y исследуемого объекта $\hat{\sigma}_{resxy\max}^2 = 0.25$ пикселя.

Предельно допустимое значение $f_{cr} = 400$ для f -критерия Фишера $f(\Omega_{set})$ значимости общей скорости видимого движения, а также его максимальное $f_{\max} = 30000$ и минимальное $f_{\min} = 60$ допустимые значения.

Минимальный предел допустимого модуля скорости видимого движения исследуемого объекта $\hat{V}_{\min} = 0.5$ (пикс./кадр).

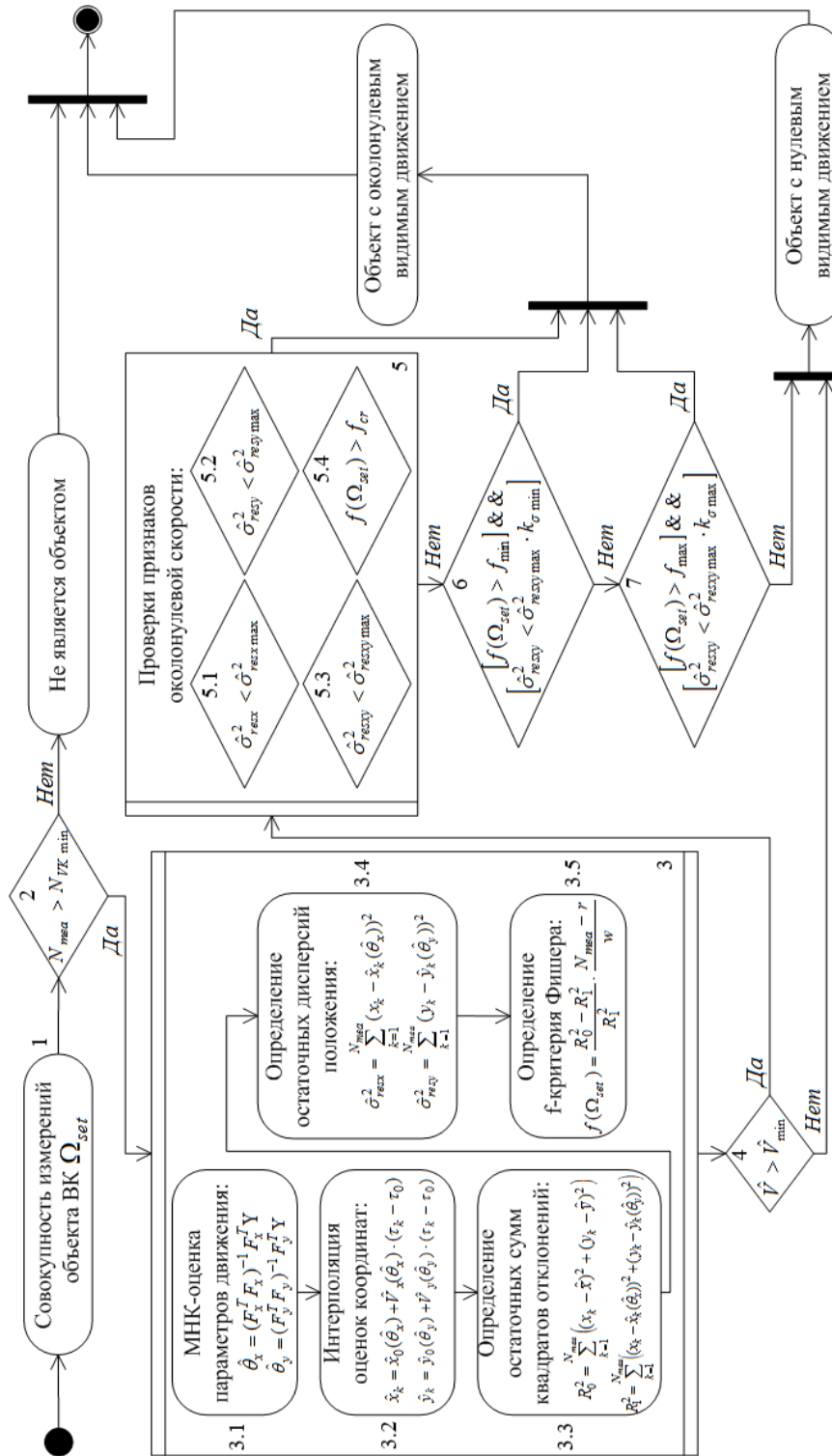


Рисунок 1. Блок-схема вычислительного метода обнаружения околонулевой скорости видимого движения

Радиус неподвижности для формирования ВК $R_{static} = 2$ пикселя.

Минимальный $k_{\sigma \min} = 0.5$ и максимальный $k_{\sigma \max} = 1.5$ множители для суммарной остаточной дисперсии оценок положения исследуемого объекта.

Минимальное допустимое количество $N_{VK \min}$ измерений положения исследуемого объекта ВК объектов, неподвижных на серии кадров, зависит от количества кадров и задается в одном из следующих форматов:

k/m – в m кадрах должно быть не менее k измерений объектов; например, 3/3, 4/4 и т.д.;

$k/(m \div \ell)$ – в серии от m до ℓ кадров должно быть не менее k измерений объектов; например, 5/(7÷9), 6/(10÷13) и т.д.;

$\chi_{VK} / > m$ – в серии от m кадров должно быть не менее $\chi_{VK} \cdot N_{fr}$ измерений объектов, где N_{fr} – количество кадров в серии; например, 0.5/>14 и т.д.

Описанные выше предельно допустимые (критические) значения констант вычислительного метода обнаружения околонулевой скорости видимого движения исследуемого объекта являются универсальными и не зависят от количества N_{mea} измерений объекта исследуемой серии Ω_{set} при условии, что $N_{mea} > N_{VK \min}$.

Опытная эксплуатация данных предельно допустимых (критических) значений констант проводилась в случае, когда количество измерений положения исследуемого объекта $N_{mea} = 4$.

8. Открытие долгопериодической околосолнечной кометы C/2012 S1 (ISON)

21 сентября 2012 года в обсерватории ISON-Kislovodsk Observatory (Russia) [код Центра Малых Планет «D00»] проекта ISON (International Scientific Optical Network – Международная Научная Оптическая Сеть) [20] была открыта долгопериодическая околосолнечная комета C/2012 S1 (ISON) [21].

Открытие было сделано Виталием Невским и Артёмом Новичонком с помощью программного комплекса CoLiTec [6] по серии кадров (рис. 1) 40-см телескопа Santel-400AN и CCD-матрицы [22] FLI ML09000-65 (3056×3056 пикселей, размер пикселя 12 мкм). Время экспозиции составляло 100 с.

Комета ISON была выделена блоком обнаружения объектов с околонулевым видимым движением программного комплекса CoLiTec [6]. В данном блоке использовался разработанный эвристический метод обнаружения околонулевого видимого движения исследуемого объекта на серии CCD-кадров. Данный метод был основан на решающем правиле, которое использует проверку значимости фактора общей скорости видимого движения исследуемого объекта с помощью f-критерия Фишера.

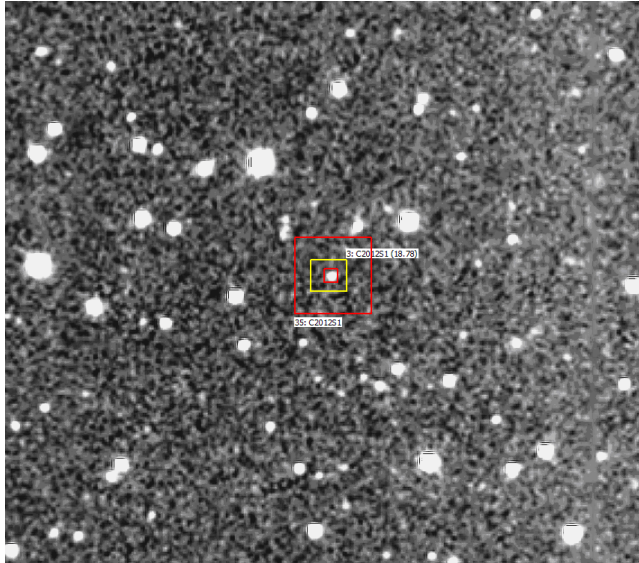


Рисунок 2. Комета ISON на момент открытия в центре фрагмента CCD-кадра при масштабе 300%

На момент открытия комета имела 18 звёздную величину и обладала комой диаметром 10 угловых секунд, что соответствует 50 тыс. км на расстоянии в 6,75 а. е.

Скорость видимого движения кометы ISON в момент открытия составляла около 0,8 пикселя за кадр. Размер изображения кометы на кадре был около 5 пикселей (рисунок 3, размер клетки соответствует размеру пикселя в 2 угловые секунды).

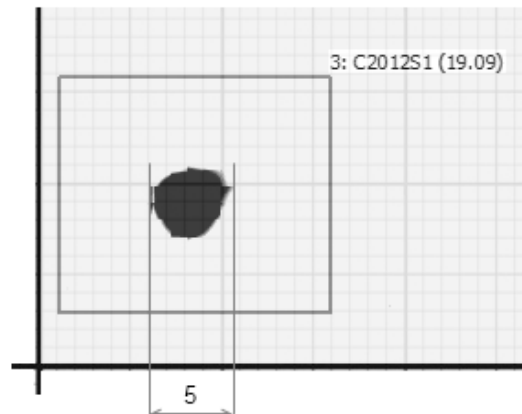


Рисунок 3. Размер изображения кометы ISON 5 пикселей

За 26 минут наблюдения на серии из 4 кадров комета ISON переместилась на 3 пикселя (рисунок 4).

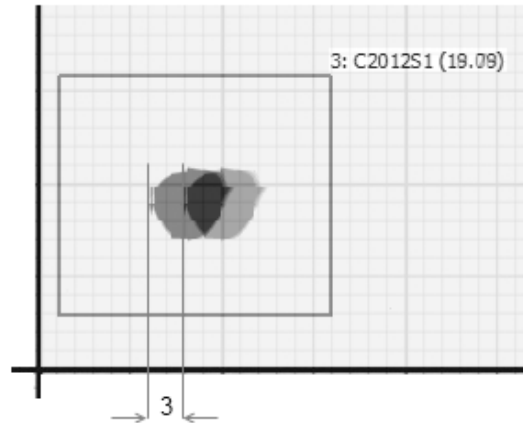


Рисунок 4. Изображение кометы ISON на 1-м и 4-м CCD-кадрах серии, на которой она была открыта, при масштабе 500%

Основой приведенных выше изображений являются инвертированные изображения кометы ISON на CCD-кадрах, используемых при её открытии. Дополнительно использовалась сетка, размер клетки которой равен размерам пикселя CCD-изображения, то есть двум угловым секундам.

9. Выводы

В статье были проанализированы известные вычислительные методы обнаружения околозвездного видимого движения исследуемого объекта на серии CCD-кадров [4, 7, 8].

Исходя из анализа в качестве основы разработанного эвристического метода были выбраны решающие правила обнаружения, использующие критерии согласия для проверки значимости скорости видимого движения. В качестве используемого критерия согласия был выбран f -критерий Фишера (12) как позволяющий учитывать ненулевое видимое движение объекта на плоскости, а не вдоль одной координаты.

В статье разработан эвристический метод обнаружения околозвездного видимого движения исследуемых объектов на серии CCD-кадров. Данный метод включает в себя следующие операции для каждой исследуемой серии измерений: МНК-оценка параметров движения и определение интерполированных оценок координат положения исследуемого объекта, расчёт критерия согласия (f -критерий Фишера (12)), проверка необходимых условий и принятие решения о наличии околозвездной скорости видимого движения у объекта, соответствующего исследуемой серии измерений. Разработанный метод также учитывает основные особенности процесса формирования измерений положения исследуемого объекта на серии CCD-кадров.

Разработанный эвристический метод был реализован в программном комплексе CoLiTec [6]. С его помощью была обнаружена комета C/2012 S1 (ISON) [21] — долгопериодическая околозвездная комета, на момент открытия являющаяся объектом с околозвездным видимым движением.

Дальнейшие исследования целесообразно сконцентрировать на определении показателей качества обнаружения окололунного видимого движения исследуемого объекта на серии CCD-кадров методом статистического моделирования с применением разработанного эвристического метода.

ЛИТЕРАТУРА

1. David, P. S. *Defending Against Asteroids and Comets* / P. S. David Dearborn, Paul L. Miller // Springer International Publishing. *Handbook of Cosmic Hazards and Planetary Defense* – 2014. – pp 1-18.
2. Kortencamp Steve. *Asteroids, Comets, and Meteoroids*. Mankato, MN: Capstone Press. – 2012.
3. V. E. Savanevych . A new method based on the subpixel Gaussian model for accurate estimation of asteroid coordinates. V. E. Savanevych; O. B. Briukhovetskyi; N. S. Sokovikova; M. M. Bezkrovny; I. B. Vavilova; Yu. M. Ivashchenko; L. V. Elenin; S. V. Khlamov; Ia. S. Movsesian; A. M. Dashkova; A. V. Pogorelov. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 2015 451 (3): 3287-3298.
4. Khlamov, S. V. Development of computational method for detection of the object's near-zero apparent motion on the series of CCD-frames [Текст] / Khlamov, S. V., Savanevych, V. E., Briukhovetskyi, O. B., Oryshych, S. S. // *EasternEuropean Journal of Enterprise Technologies*. – 2016. – Volume 2, Issue 9 (80). – pp. 41 - 48.
5. Саваневич В.Е. Метод формирования внутреннего каталога объектов, неподвижных на серии кадров / В.Е. Саваневич, Я.С. Мовсесян, Н.Ю. Дихтяр // *Системи обробки інформації*. – 2016. – Вип. 14(179). – С. 45 – 58.
6. Саваневич В. Е. Программа CoLiTec автоматизированного обнаружения небесных тел со слабым блеском [Текст] / В. Е. Саваневич, А. Б. Брюховецкий, А. М. Кожухов, Е. Н. Диков, В. П. Власенко // *Космічна наука і технологія*. – 2012. – Т. 18(1). – С. 39 – 46.
7. Кузьмин С.З. *Цифровая радиолокация. Введение в теорию* / С.З. Кузьмин – К.: Издательство КвіЦ, 2000. – 428 с.
8. Саваневич В. Е. Метод обнаружения астероидов, основанный на накоплении сигналов вдоль траекторий с неизвестными параметрами. / Саваневич В. Е., Брюховецкий А. Б., Кожухов А. М., Диков Е. Н. // *Системи оброб. інформації*.: Зб. наук. праць. Харків. 2011. Вип. 2. С. 137-144.
9. Myung, I. J. Tutorial on maximum likelihood estimation // *Journal of Mathematical Psychology*. – 2003. – Vol. 47. – P. 90–100.
10. Masson, M. E. J. A tutorial on a practical Bayesian alternative to null-hypothesis significance testing // *Behavior Reseach Methods*. – 2011. – Vol. 43. – P. 679–690.
11. Lee M.D. *Bayesian Cognitive Modeling: A Practical Course* / Lee, M.D., Wagenmakers, E.-J. // Cambridge University Press. – 2014. – P. 284.
12. Lehman, E. L. Romano J. P. *Testing Statistical Hypotheses* // Springer. – 3rd edition, – 2010. – P.768

13. Wagenmakers, E.-J. Simple relation between one-sided and two-sided Bayesian point-null hypothesis tests. / Wagenmakers, E.-J., Morey, R. D. // *Statistics Probability Letters*. – 2014. – Vol. 92. – P. 121–124.
14. Грифонов А.П., Шинаков Ю.С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. – М.: Радио и связь, 1986. – 264 с.
15. Мину М. Математическое программирование. Теория и алгоритмы: Пер. с фр. и предисловие А. И. Штерна.—М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990.— 488 с.
16. Draper N. R. Applied regression analysis / Norman Richard Draper N. R., Harry Smith // *Business & Economics*. – Vol. 1, 1998. – P. 706. – ISBN 0-471-17082-8.
17. Ермаков С.М. Математическая теория оптимального эксперимента / С.М. Ермаков, А.А. Жиглявский. – М.: Наука, 1987. – 320 с.
18. Guy Mélard. On the accuracy of statistical procedures in Microsoft Excel 2010 / Guy Mélard // *Journal of Computational Statistics and Data Analysis*.– 2014, Volume 29, Issue 5, pp. 1095-1128.
19. Phillips, P. C. B. (1982) "The true characteristic function of the F distribution," *Biometrika*, 69: 261-264.
20. Молотов И.Е. Научная сеть оптических инструментов для астрометрических и фотометрических наблюдений. / И.Е. Молотов, В.М. Агапов, В.В. Куприянов и др. // *Известия Главной астрономической обсерватории в Пулковке*, 2009, № 219, вып. 1, с. 233–248.
21. Minor Planet Center, COMET C/2012 S1 (ISON). [Электронный ресурс] — Режим доступа : [www/URL: http://www.minorplanetcenter.org/mpec/K12/K12S63.html](http://www.minorplanetcenter.org/mpec/K12/K12S63.html) — Загл. с экрана.
22. Entrevue avec Vitali Nevski. Codécouvreur de la comète ISON // *Astro-nomie-Québec*. – Vol. 2, No. 4, Novembre/décembre 2013.