

## Численное моделирование термодинамики ядерного реактора на быстрых нейтронах

Жученко С. В.

*Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина,  
пл. Свободы, 4, 61002, Харьков, Украина  
stanislavzhuchenko@ukr.net*

В статье предлагается алгоритм решения двумерной начально-краевой задачи, возникающей при численном моделировании быстро протекающих процессов термодинамики, которые происходят в кассете из нескольких тепловыделяющих элементов, а также в примыкающих к ней коллекторах. Также представлены результаты некоторых вычислительных экспериментов, проведенных с помощью авторской программы ПЭВМ.

*Ключевые слова:* кассета тепловыделяющих элементов; распределительный и сборный коллекторы; гелиевый теплоноситель; турбулентные течения; возвратные потоки; аварийная ситуация; траектории свободных вихрей.

**Жученко С. В. Чисельне моделювання термодинаміки ядерного реактора на швидких нейтронах.** У статті пропонується алгоритм розв'язання двомірної початково-крайової задачі, що виникає при чисельному моделюванні швидко протікаючих процесів термодинаміки, які відбуваються в касеті з декількох тепловиділяючих елементів, а також в колекторах, що примикають до неї. Також представлені результати деяких обчислювальних експериментів, проведених за допомогою авторської програми ПЕВМ.

*Ключові слова:* касета тепловиділяючих елементів; розподільний і збірний колектори; гелієвий теплоносій; турбулентні течії; поворотні потоки; аварійна ситуація; траєкторії вільних вихорів.

**S. V. Zhuchenko. Numerical simulation of the thermodynamics of a fast neutron reactor.** The article offers an algorithm of solving two dimensional initial-boundary value problem with computational modelling of fast proceeding thermodynamical processes, that appears in the cassette that consist of several fuel elements, and adjacent collectors. What is more there are some results of computing experiments that were conducted by using author's PC program.

*Keywords:* cassette of fuel elements; distributive and collapsible collector; helium coolant-moderator; turbulent flows; recurrent streams; emergency situation; trajectories of free whirlwinds.

*2010 Mathematics Subject Classification:* 76W05.

## 1. Введение

В статье предлагается алгоритм совместного решения начально-краевой задачи термодинамики в активной зоне ядерного реактора на быстрых нейтронах и в примыкающих к ней коллекторах. В качестве теплоносителя в реакторе используется газ гелий. Ядерное топливо представлено в виде круглых шариков диаметром 2–5 мм, которые засыпаются в активную зону реактора. Эти шарики в дальнейшем будут называться микротвэлами, а активная зона вместе с заполняющими её шариками будет называться тепловыделяющим элементом или твэлом.

В статье рассматривается один вариант конструкции такого реактора, в котором один твэл представляет собой кольцевую полость, образованную двумя соосными круговыми цилиндрами. Оба основания этой кольцевой области сделаны проницаемыми и через них с одной стороны из распределительного коллектора в твэл поступает холодный газ, а с другой — нагретый газ из твэла поступает в сборный коллектор.

На рис. 1 показаны осевое и поперечное сечение кассеты из нескольких таких твэлов с коллекторами. В силу сложности течения газа в коллекторах и в засышке в предлагаемой математической модели всюду рассматривается осреднённое течение теплоносителя. Предполагается, что осреднённое течение всюду симметрично относительно общей оси цилиндров, образующих кольцевую область, а, следовательно, осесимметрично, то есть двумерное. Во второй главе рассматривается постановка задачи термодинамики и метод её решения отдельно в каждом из твэлов и в коллекторах. В прежние годы автор уже рассматривал численные модели подобных реакторов [1] — [4], но тогда поток теплоносителя в коллекторах предполагался одномерным, что чрезмерно упрощало реально моделируемый физический процесс. В третьей главе предлагается алгоритм совместного решения задачи для всей кассеты.

В четвертой главе приводятся результаты вычислительных экспериментов, которые получены с помощью программы ПЭВМ, составленной и отлаженной автором для решения этой задачи. Уточняются некоторые особенности программы, обсуждаются вычислительные трудности, возникающие при отладке программы, и предлагаются методы их преодоления.

## 2. Раздельное решение двумерных задач термодинамики в ТВЭЛЕ и коллекторах

В данной главе для описания применяемой математической модели рассмотрим решение подобной задачи отдельно для одного твэла и отдельно в примыкающих к нему распределительном и сборном коллекторах. На рис. 2 показано аксиальное сечение такой конструкции. Течение в твэле и коллекторах предполагается нестационарным. Задача состоит в определении распределения осреднённых значений скоростей, плотности, температуры и энергии

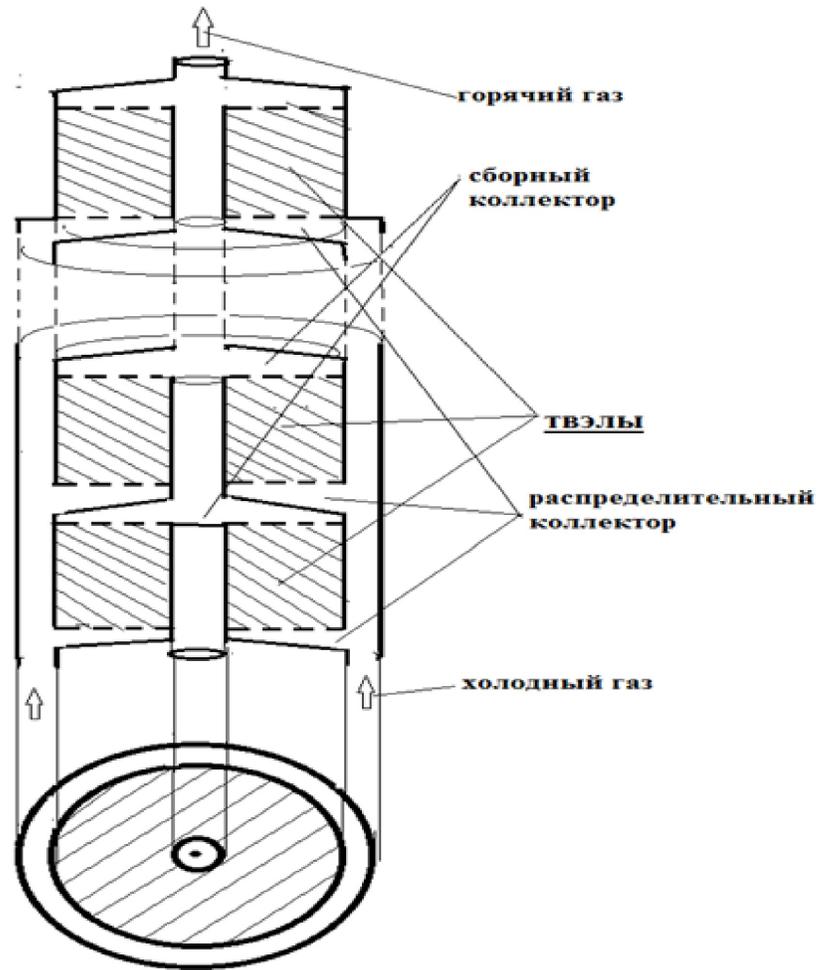


Рис. 1: Кассета из тепловыделяющих элементов

теплоносителя в твэле и коллекторах на всём этапе его нагрева от момента, когда он холоден, до момента полного нагрева. В силу турбулентности потока его течение не будет стационарным даже после полного нагрева теплоносителя в твэлах, и от этого температура нагретого газа на выходе из такого твэла будет постоянно меняться возле своего среднего значения.

## 2 а. Постановка задачи термодинамики в тепловыделяющем элементе

Задачу по определению параметров теплоносителя в твэлах предлагается решать по методу решения нестационарной начально-краевой задачи. Для получения такой задачи аксиальное сечение твэла, как это показано на рис. 2, разбивается на элементарные объёмы. После этого, по аналогии с методом

«потоков» [5], в твэле для каждого элементарного объёма составляются интегральные соотношения, вытекающие из законов сохранения массы и полной внутренней энергии:

$$\int_{\Omega_{i,j}} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} d\Omega + \int_{S_{i,j}} \rho(\bar{V}, \bar{n}) dS = 0, \quad (1)$$

где

$S_{i,j} = S_{i,j}^* \varepsilon_{i,j}$  — поверхность элементарного объёма (с учетом просветности);

$\Omega_{i,j} = \Omega_{i,j}^* \varepsilon_{i,j}$  — элементарный объём (с учетом пористости);

$\varepsilon_{i,j}$  — просветность засыпки в узле  $(i, j)$ . В статье предполагается, что пористость равна просветности, хотя легко реализовать и другие варианты;

$S_{i,j}^*$  — поверхность элементарного объёма  $\Omega_{i,j}^*$ ;

$\tau$  — время;

$\bar{n} = (n_z, n_r)$  — вектор внешней нормали к поверхности  $S_{i,j}$ ;

$\rho$  — плотность теплоносителя;

$\bar{V} = (u_z, v_r)$  — вектор скорости.

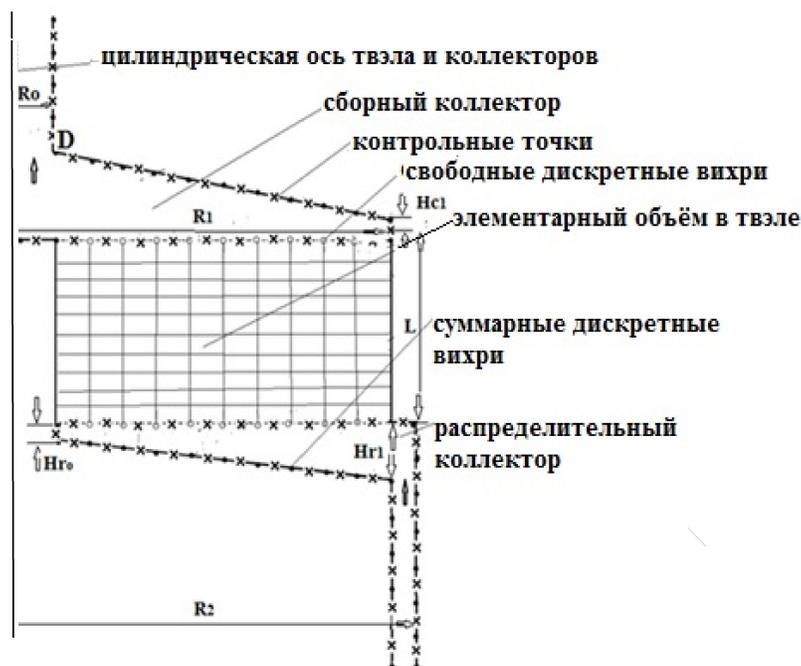


Рис. 2: Пример разбиения аксиального сечения твэла на элементарные объёмы, а также положение дискретных вихрей и контрольных точек в коллекторах.

Уравнение сохранения полной внутренней энергии:

$$\int_{\Omega_{i,j}} \frac{\partial E}{\partial \tau} d\Omega + \int_{S_{i,j}} E(\bar{V}, \bar{n}) dS = \int_{S_{i,j}} \lambda(\bar{\nabla} T, \bar{n}) dS - \int_{S_{i,j}} P(\bar{V}, \bar{n}) dS + \int_{S_{i,j}^M} \alpha(\Theta_{i,j}^M - T) dS, \quad (2)$$

где

$E$  — полная внутренняя энергия теплоносителя;

$P$  — давление теплоносителя;

$\lambda$  — эффективная теплопроводность теплоносителя;

$\alpha$  — коэффициент теплопередачи на границе теплоноситель — микротвэл;

$\Theta_{i,j}^M$  — температура на поверхности микротвэла — представителя засыпки в элементарном объёме  $\Omega_{i,j}$ ;

$T$  — температура теплоносителя;

$S_{i,j}^M$  — суммарная поверхность микротвэлов, расположенных в  $\Omega_{i,j}$ .

Кроме интегральных соотношений (1) и (2), на соответствующих границах элементарного объёма составляются дифференциальные уравнения сохранения вектора импульса количества движения  $\rho \bar{V} = (\rho u_z, \rho v_r)$ :

— на поверхностях элементарного объёма, перпендикулярных оси  $OZ$  цилиндров, образующих твэл (для компоненты  $\rho u_z$ )

$$\frac{\partial \rho u_z}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial z} - F_{i,j}^z u_z |\rho \bar{V}|; \quad (3)$$

— на цилиндрических поверхностях, перпендикулярных радиусу цилиндрической поверхности (для компоненты  $\rho v_r$ )

$$\frac{\partial \rho v_r}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial r} - F_{i,j}^r v_r |\rho \bar{V}|. \quad (4)$$

Здесь  $F_{i,j}^z, F_{i,j}^r$  — коэффициенты объёмного сопротивления засыпки в элементарном объёме  $\Omega_{i,j}$ .

В уравнениях (3) и (4) отсутствуют конвективные и дисперсионные члены, поскольку, как показывают физические и вычислительные эксперименты, они пренебрежимо малы в сравнении с силами объёмного сопротивления засыпки.

Наряду с уравнениями (1)–(4) в каждой элементарной ячейке  $\Omega_{i,j}$  рассматриваются и одномерные уравнения теплового баланса, составленные для элементарных объёмов в микротвэле — представителе шаровой засыпки:

$$\int_{W_k} C^M \frac{\partial \Theta_{i,j}}{\partial \tau} dW = \int_{S_k} \lambda^M (\bar{\nabla} \Theta_{i,j}, \bar{n}) dS + \int_{W_k} Q dW, \quad (5)$$

где

$\Theta_{i,j}(r)$  — функция температуры в микротвэле;

$C^M$  — теплоёмкость материала микротвэлов;

$\lambda^M$  — теплопроводность материала микротвэлов;

$Q$  — удельное тепловыделение материала микротвела;

$W_k$  — сферические слои, на которые разбивается микротвэл концентрическими сферами радиуса  $R_k = \Delta r * k$ , ( $k = 1, 2, \dots, L$ );

$S_k$  — площадь срединного сечения элементарного сферического слоя  $W_k$ .

Одномерное уравнение (5) возникает из предположения о сферической симметрии тепловых процессов в шаровом микротвэле. Для замыкания системы (1)–(5) используются уравнение состояния идеального газа и выражение для полной внутренней энергии, соответственно:

$$P = \rho(C_p - C_v)T, \quad (6)$$

$$E = \rho C_v T + \frac{(\rho u_z)^2 + (\rho v_r)^2}{2\rho}, \quad (7)$$

где  $C_p$  — удельная теплоёмкость теплоносителя при постоянном давлении;

$C_v$  — удельная теплоёмкость теплоносителя при постоянном объёме;

$T$  — температура теплоносителя.

Интегральные соотношения в выражениях (1) и (2) приближаются по методу прямоугольников. При этом, в соответствии с методом «потоков», значения переменных  $\rho$  и  $E$  на поверхности элементарного объёма  $\Omega_{i,j}$ , то есть в узлах  $(i + \frac{1}{2}, j)$ ,  $(i, j + \frac{1}{2})$  и т. д., определяются с помощью несимметричных формул линейной экстраполяции второго порядка точности из узлов с целыми индексами, например:

$$E_{i+\frac{1}{2},j} = \begin{cases} 1.5E_{i,j} - 0.5E_{i-1,j} & \text{при } (u_z)_{i+\frac{1}{2},j} \geq 0; \\ 1.5E_{i+1,j} - 0.5E_{i+2,j} & \text{при } (u_z)_{i+\frac{1}{2},j} < 0. \end{cases} \quad (8)$$

Значения переменных  $P$  и  $T$  и их производных в тех же узлах определяются с помощью симметричных формул линейной интерполяции второго порядка точности, например:

$$P_{i,j+\frac{1}{2}} = (P_{i,j} + P_{i,j+1})/2, \quad (9)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{i-\frac{1}{2},j} = (T_{i,j} - T_{i-1,j})/\Delta z. \quad (10)$$

В результате из уравнений (1) и (2) получается система конечно-разностных уравнений для твэла:

$$\rho_{i,j}^{n+1} = \rho_{i,j}^n + \frac{\Delta\tau}{\Omega_{i,j}} \left[ (\rho u_z S^z)_{i-\frac{1}{2},j} - (\rho u_z S^z)_{i+\frac{1}{2},j} + (\rho v_r S^r)_{i,j-\frac{1}{2}} - (\rho v_r S^r)_{i,j+\frac{1}{2}} \right]^n, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} E_{i,j}^{n+1} = & E_{i,j}^n + \frac{\Delta\tau}{\Omega_{i,j}} \left[ (E u_z S^z)_{i-\frac{1}{2},j} - (E u_z S^z)_{i+\frac{1}{2},j} + (E v_r S^r)_{i,j-\frac{1}{2}} - \right. \\ & \left. - (E v_r S^r)_{i,j+\frac{1}{2}} + (P u_z S^z)_{i-\frac{1}{2},j} - (P u_z S^z)_{i+\frac{1}{2},j} + (P v_r S^r)_{i,j-\frac{1}{2}} - \right. \\ & \left. - (P v_r S^r)_{i,j+\frac{1}{2}} + \lambda \left[ \left(\frac{\partial T}{\partial z} S^z\right)_{i+\frac{1}{2},j} - \left(\frac{\partial T}{\partial z} S^z\right)_{i-\frac{1}{2},j} + \left(\frac{\partial T}{\partial r} S^r\right)_{i,j+\frac{1}{2}} - \left(\frac{\partial T}{\partial r} S^r\right)_{i,j-\frac{1}{2}} \right] + \right. \\ & \left. + \alpha \left( \Theta_{i,j}^B - T_{i,j} \right) S_{i,j}^M \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Аппроксимация дифференциальных уравнений (3) и (4) приводит к системе конечно-разностных уравнений:

$$(\rho u_z)_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1} = (\rho u_z)_{i+\frac{1}{2},j}^n + \Delta\tau \left[ (P_{i,j} - P_{i+1,j})/\Delta z - (F^{zz}\rho|\bar{V}|u_z)_{i+\frac{1}{2},j} \right]^n, \quad (13)$$

$$(\rho v_r)_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+1} = (\rho v_r)_{i,j+\frac{1}{2}}^n + \Delta\tau \left[ (P_{i,j} - P_{i,j+1})/\Delta r - (F^{rr}\rho|\bar{V}|v_r)_{i,j+\frac{1}{2}} \right]^n. \quad (14)$$

Уравнения теплового баланса, составленные для элементарных объёмов в микротвэлах в уравнении (5), приводят к конечно-разностным уравнениям:

$$(\Theta_{i,j}^k)^{n+1} = (\Theta_{i,j}^k)^n + \frac{\Delta\tau}{C_k^M} \left\{ \frac{1}{\Delta r W_k} \left[ \lambda_{k+\frac{1}{2}}^M \left( \Theta_{i,j}^{k+1} - \Theta_{i,j}^k \right) S_{k+\frac{1}{2}} - \lambda_{k-\frac{1}{2}}^M \left( \Theta_{i,j}^k - \Theta_{i,j}^{k-1} \right) S_{k-\frac{1}{2}} \right] + Q_k \right\}^n. \quad (15)$$

Способ построения конечно-разностной схемы обеспечивает её консервативность по массовому расходу, по полной внутренней энергии теплоносителя и тепловой энергии в микротвэлах.

## 2 б. Численное моделирование газодинамики коллекторов

Осевые сечения распределительного и сборного коллекторов представлены на рис. 2. В этих коллекторах рассматривается осесимметричный поток несжимаемого невязкого газа одной температуры. Распределение скоростей в коллекторах предлагается определять по методу дискретных вихрей [6]. Согласно этому методу все непроницаемые стенки в коллекторах и проницаемая сетка, соединяющая коллектор с твэлом, заменяются непрерывными слоями кольцевых вихрей. Поле скоростей, вызванное этими вихревыми слоями, удовлетворяет уравнениям Эйлера для идеальной жидкости во всей области течения теплоносителя. Напряжённость вихревых слоёв  $\gamma(z, r)$  определяется из условия непроницаемости стенок коллектора, по заданному профилю скоростей на сетке, а также из баланса расхода газа на входе и выходе из коллектора. При решении нестационарной краевой задачи в коллекторах принимается во внимание, что с течением времени вихревой слой с сетки увлекается потоком теплоносителя внутрь области, и в результате течение здесь тоже становится вихревым. Отрыв пограничного слоя на острой кромке коллектора моделируется непрерывно сходящей оттуда по касательной линии вихревой пеленой, тем самым выполняются требования гипотезы Чаплыгина–Жуковского о конечных значениях скоростей и давления во всей области течения.

Практическая реализация метода дискретных вихрей состоит в переходе от непрерывного распределения параметров потока в пространстве и процессов изменения во времени к дискретным [6].

Вихревой слой моделируется системой дискретных кольцевых вихрей. Непрерывный процесс изменения во времени граничных условий заменяется

ступенчатим. Полагается, что граничные условия скачкообразно изменяются в некоторые расчётные моменты времени  $t = 0, t_1, \dots, t_n$ , а в промежутках между этими моментами остаются неизменными и равными значениям этих величин в начальной точке каждого промежутка.

Вихри, расположенные на непроницаемой границе, моделируют как присоединённый, так и свободный вихревой слой, и их объединение называется *суммарным вихревым слоем*. Дискретные вихри, моделирующие свободный вихревой слой на сетке и вихревую пелену, сходящую с острого ребра, называются *свободными*. Вихри на границе размещаются на кольцевых линиях, расположенных примерно на равном расстоянии друг от друга вдоль образующей, а контрольные точки — на линиях, расположенных между ними по середине. При этом на всех изломах границы размещаются вихри.

На рис. 3 показан пример размещения дискретных вихрей и контрольных точек в сборном коллекторе. Ближайший к острому ребру  $D$  свободный вихрь и соответствующая ему контрольная точка располагаются на конусе, который является касательным к границе в этом месте.

## 2 с. На примере сборного коллектора рассмотрим алгоритм определения вектора потока скоростей по методу дискретных вихрей.

Введём цилиндрические координаты  $0zr$  (см. рис. 3) и перейдём к безразмерным величинам циркуляции, скорости и координат:

$$g = \frac{G}{U_0 L_0}, \quad \bar{w} = \frac{2\pi\bar{V}}{U_0}, \quad \bar{v} = \frac{2\pi\bar{V}L_0}{G}, \quad z = Z/L_0, \quad r = R/L_0. \quad (16)$$

Здесь  $G, U_0, L_0$  — величины интенсивности вихрей, скорости потока и линейные размеры области, соответственно, принятые за единицу.

Отсюда видно, что используются безразмерные скорости двух типов  $\bar{w}$  и  $\bar{v}$ . Между ними выполняется соотношение  $\bar{w} = g\bar{v}$ .

Рассмотрим кольцевой вихрь радиуса  $r_1$ , расположенный в плоскости  $z = z_1$ . Осевую и радиальную составляющие безразмерной скорости, вызванной этим вихрем в точке с координатами  $z_0, r_0$ , определяем по формулам [6]:

$$v_z = -\frac{r_1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{(r_1 - r_0 \cos \theta) d\theta}{[(z_0 - z_1)^2 + r_1^2 + r_0^2 - 2r_1 r_0 \cos \theta]^{\frac{3}{2}}}, \quad (17)$$

$$v_r = -\frac{(z_0 - z_1)r_1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{(\cos \theta) d\theta}{[(z_0 - z_1)^2 + r_1^2 + r_0^2 - 2r_1 r_0 \cos \theta]^{\frac{3}{2}}}. \quad (18)$$

Безразмерные скорости  $v_z$  и  $v_r$  могут быть выражены через полные эллиптические интегралы первого и второго рода  $K$  и  $E$  с модулем

$$k^2 = \frac{4r_1 r_0}{(z_0 - z_1)^2 + (r_0 - r_1)^2}. \quad (19)$$

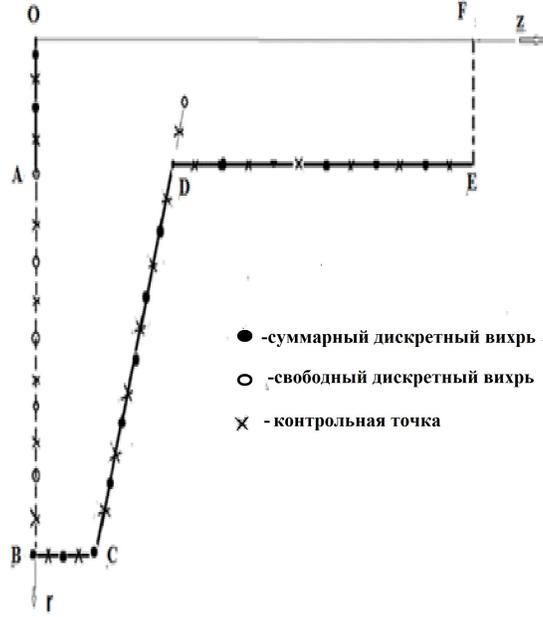


Рис. 3: Распределение вихрей и контрольных точек на границе области в сборном коллекторе

При этом

$$K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}}, \quad E = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi} d\psi. \quad (20)$$

В результате выражения (17) и (18) приводятся к следующему виду:

$$v_z(z_0, r_0, z_1, r_1) = \frac{1}{\sqrt{(z_0 - z_1)^2 + (r_0 - r_1)^2}} \left( \frac{2 - k^2}{1 - k^2} E - 2K - \frac{r_1}{r_0} \frac{k^2}{1 - k^2} E \right), \quad (21)$$

$$v_r(z_0, r_0, z_1, r_1) = -\frac{(z_0 - z_1)}{r_0 \sqrt{(z_0 - z_1)^2 + (r_0 - r_1)^2}} \left( \frac{2 - k^2}{1 - k^2} E - 2K \right). \quad (22)$$

Система из вихрей интенсивности  $g_i$ , радиуса  $r_i$  и расположенные в области течения в плоскостях  $z = z_i$  ( $i = 1, 2, \dots, M$ ) в произвольной точке  $z_0, r_0$  индуцируют вектор скорости  $\bar{w}(z_0, r_0) = (w_z, w_r)$ , определяемый по формуле:

$$\bar{w}(z_0, r_0) = \sum_{i=1}^M g_i(z_i, r_i) \bar{v}(z_0, r_0, z_i, r_i). \quad (23)$$

С помощью соотношения (23) выписываем выражения для нормальной составляющей вектора скорости во всех контрольных точках границы  $(z_k, r_k)$  и приравниваем их к известным значениям этих величин  $w_n = f_n(z_k, r_k)$ . На

непроницаемой границе  $f_n(z_k, r_k) = 0$ . На сетке  $AB$  они заданы по условиям задачи и равны нормальным составляющим вектора скорости в контрольных точках этой границы коллектора  $f_n = f(r_k)$ , которые совпадают с текущими значениями скорости на выходе из твэла. В результате получаем  $(M - 1)$  уравнений для определения  $M$  неизвестных значений циркуляции  $g_i$ :

$$\sum_{i=1}^M g_i [v_z(z_k, r_k, z_i, r_i) n_z(z_k, r_k) + v_r(z_k, r_k, z_i, r_i) n_r(z_k, r_k)] = f_n(z_k, r_k),$$

$$k = 1, 2, \dots, M - 1. \quad (24)$$

Недостающее уравнение получаем, выписывая уравнение баланса объёмного расхода для сечений  $AB$  и  $EF$ , т. е.  $R_{EF} = R_{AB}$ . Расход теплоносителя через сечение  $AB$  определяется по известному из условия задачи распределению нормальной составляющей вектора скорости на границе сборного коллектора с твэлом. Расход через сечение  $EF$  определяется с помощью формулы (24). Для этого выходную часть сборного коллектора на сечении  $EF$  разбиваем на  $L$  кольцевых частей с площадями  $S_j^{EF}$ ,  $j = 1, \dots, L$ . В результате имеем:

$$\sum_{i=1}^M g_i \sum_{j=1}^L v_z(z_j, r_j, z_i, r_i) S_j^{EF} = \sum_{k=P_1}^{P_2} f(r_k) S_k^{AB}. \quad (25)$$

Здесь  $P_1, P_2$  — номера первой и последней контрольной точки в сечении  $AB$  (см. рис.3). Из системы линейных алгебраических уравнений (24)–(25) определяем интенсивность вихрей  $g_i$ , и после этого по формуле (23) можем вычислить скорость потока в любой точке области течения, а, следовательно, и скорость увлекаемых им свободных вихрей. Новые координаты свободного вихря, расположенного в точке  $(z_s, r_s)$ , определяем, интегрируя систему обыкновенных дифференциальных уравнений в промежутке времени  $(\tau_0, \tau_1)$ :

$$\frac{dz_s}{d\tau} = w_z(z_s, r_s), \quad \frac{dr_s}{d\tau} = w_r(z_s, r_s). \quad (26)$$

Промежуток времени  $(\tau_0, \tau_1)$  выбираем с тем расчетом, чтобы смещение самого быстрого вихря в коллекторе не превышало расстояния между соседними суммарными вихрями на непроницаемой границе.

В силу предположения об отсутствии дисперсии вихрей интенсивность сошедших свободных вихрей остаётся неизменной во всё время решения.

На последующих шагах решения в уравнениях (24) и (25) дополнительно присутствуют слагаемые и от свободных вихрей, сошедших в поток перед этим (на предыдущих шагах). Циркуляция этих вихрей известна, поэтому эти слагаемые переносят в правую часть уравнений и в результате уравнения (24) и (25) преобразуются к виду, соответственно:

$$\sum_{i=1}^M g_i [v_z(z_k, r_k, z_i, r_i) n_z(z_k, r_k) + v_r(z_k, r_k, z_i, r_i) n_r(z_k, r_k)] =$$

$$= f_n(z_k, r_k) - \sum_{n=1}^N \gamma_n [v_z(z_k, r_k, z_n, r_n) n_z(z_k, r_k) + v_r(z_k, r_k, z_n, r_n) n_r(z_k, r_k)],$$

$$(k = 1, 2, \dots, M - 1); \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^M g_i \sum_{j=1}^L v_z(z_j, r_j, z_i, r_i) S_j^{EF} &= \\ &= \sum_{k=P_1}^{P_2} f(r_k) - \sum_{n=1}^N \gamma_n \sum_{j=1}^L v_z(z_j, r_j, z_n, r_n) S_j^{EF}. \end{aligned} \quad (28)$$

Решив систему (27)–(28) относительно  $g_i$  и модернизируя формулу (23), можно определить векторы скорости всех свободных вихрей. Для этого в формулу (23) добавляются слагаемые, отвечающие за свободные вихри, и в результате для вихря с координатами  $(z_s, r_s)$  получаем вектор скорости по формуле:

$$\begin{aligned} \bar{w}(z_s, r_s) &= \sum_{i=1}^M g_i(z_i, r_i) \bar{v}(z_s, r_s, z_i, r_i) + \\ &+ \sum_{n=1, n \neq s}^N \gamma_n(z_n, r_n) \bar{v}(z_s, r_s, z_n, r_n). \end{aligned} \quad (29)$$

После этого, интегрируя систему (26), находим смещение свободного вихря с координатами  $(z_s, r_s)$  вместе с потоком.

Повторяя этот процесс, осуществляем численное моделирование нестационарного течения теплоносителя в сборном коллекторе в зоне каждого твэла.

## 2 d. Определение давления в сборном коллекторе

По известному распределению скоростей потока можно получить распределение давления в сборном коллекторе и тем самым определить величину его гидродинамического сопротивления как в целом, так и на отдельных его участках. Для этого воспользуемся уравнениями Эйлера для осесимметричного течения в цилиндрических координатах [7]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_r}{\partial t} + w_r \frac{\partial w_r}{\partial r} + w_z \frac{\partial w_r}{\partial z} &= -\frac{\partial P}{\partial r}, \\ \frac{\partial w_z}{\partial t} + w_r \frac{\partial w_z}{\partial r} + w_z \frac{\partial w_z}{\partial z} &= -\frac{\partial P}{\partial z}. \end{aligned} \quad (30)$$

Из уравнений (30) и уравнения неразрывности потока можно получить уравнение Пуассона для давления в цилиндрических координатах:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = - \left[ \left( \frac{\partial w_r}{\partial r} \right)^2 + 2 \frac{\partial w_r}{\partial z} \frac{\partial w_z}{\partial r} + \left( \frac{w_r}{r} \right)^2 + \left( \frac{\partial w_z}{\partial z} \right)^2 \right]. \quad (31)$$

Соотношения (30) определяют  $gradP$  и на границе области, поэтому вместе с уравнением (31) являются задачей Неймана для давления в коллекторе.

Однако в нашем случае краевое условие Неймана применять всюду не стоит. На проницаемой границе  $EF$ , то есть на выходе из коллектора давление с большой точностью можно считать постоянным и, поэтому считается, что оно известно по условию задачи. Отсюда на отрезке границы  $EF$  задаётся краевое условие Дирихле. Это обстоятельство служит мощным стабилизирующим эффектом и решение не «плывет», как это обычно случается в задачах Неймана. Чтобы решить эту систему, к левой части уравнения (31) формально прибавляем нестационарный член  $\frac{\partial P}{\partial \tau}$  и в получившемся уравнении и в уравнениях (30) переходим к конечным разностям. Получившуюся систему нестационарных уравнений решаем по методу «классики» [8].

Аналогичным образом двумерная задача гидродинамики решается и в распределительном коллекторе.

### 3. Алгоритм совместного решения двумерной начально-краевой задачи для кассеты из нескольких ТВЭЛОВ

При составлении алгоритма учитываем, что твэлы нумеруются здесь по потоку теплоносителя, то есть первым считается твэл, который расположен ближе всех ко входу в распределительный коллектор (см. рис. 1).

1. На начальном этапе теплоноситель в твэлах и коллекторах предполагается холодным. В каждом из твэлов задаётся начальное распределение давления и скорости потока, а, следовательно, распределение плотности и энергии.

2. Независимо друг от друга в твэлах по формулам (11)–(15) выполняется  $N$  эмпирически подобранных шагов итерации по времени. Среди вновь полученных текущих значений параметров термодинамики в каждом твэле выделяются значения скоростей теплоносителя на его входе и выходе.

3. Вычисление распределения скоростей теплоносителя проводится не во всём коллекторе сразу, а по очереди отдельно в зонах, примыкающих к каждому твэлу, как на рис. 2. Для этого, используя полученные во 2-ом пункте настоящего алгоритма распределения скоростей потока теплоносителя на входе и выходе из твэлов, по формулам (24)–(25) в начальный момент времени и по формулам (27)–(28) на последующих шагах итерации, определяется интенсивность вихрей, а после этого по формуле (29) вычисляется распределение скоростей потока теплоносителя в коллекторах.

Однако, формулы (24)–(25) и (27)–(28) верны без изменений только для кассеты из одного твэла. В кассете из нескольких твэлов в этих формулах появляются дополнительные слагаемые. Эти слагаемые учитывают, что, например, в распределительном коллекторе теплоноситель, поступающий в зону каждого твэла, кроме последнего, используется не только для охлаждения данного твэла, но также идет и на охлаждение всех последующих по потоку твэлов.

Были попытки определять поле скорости сразу во всём распределительном или сборном коллекторах, но это приводило к плохой сходимости, а иногда и

расходимости итерационного процесса при определении распределения давления в них.

4. По полученному в пункте 3 распределению скоростей в коллекторах для области каждого твэла решаются системы обыкновенных дифференциальных уравнений (26), по которым определяются смещения всех свободных вихрей в коллекторе на интервале времени  $[\tau_i, \tau_{i+1}]$ . При этом, такой интервал времени выбирается из расчёта, чтобы смещение самого быстрого вихря не превышало расстояния между соседними вихрями на границе. На каждом этапе таких шагов по времени в коллекторах может быть несколько. Количество шагов выбирается с таким расчётом, чтобы их суммарная длина была равна суммарной длине интервалов по времени для итерационного процесса, выполненного в твэлах на втором этапе итерационного процесса. Образование новых свободных вихрей внутри коллектора за счёт смещения свободных вихрей на границе происходит не обязательно за один шаг итерации. Если расстояние между образуемым свободным вихрем и его источником на границе меньше, чем расстояние между соседними вихрями на границе, то новый свободный вихрь не образуется, а лишь запоминается его потенциальное смещение. Эти потенциальные смещения каждого свободного вихря на границе суммируются на последующих шагах до тех пор пока их суммарная длина не превысит расстояние между соседними вихрями на границе. Лишь после этого внутри коллектора образуется новый свободный вихрь.

Такая процедура вызвана тем, что если образовавшийся новый свободный вихрь окажется очень близко от своего источника, то сингулярности в формулах (21), (22) могут привести к большим числам, а то и к переполнениям в вычислительном процессе.

По этой же причине, когда два свободных вихря в коллекторе чрезмерно сближаются, то они объединяются в один с суммарной интенсивностью. В каждой зоне параметры свободных вихрей запоминаются отдельно и, когда какой-либо вихрь переходит в зону, принадлежащую области другого твэла, его параметры передаются туда.

5. По полученному в пункте 3 распределению скоростей в коллекторах определяется распределение давления в них. Для этого используется метод установления в нестационарном варианте формулы Пуассона (31). В качестве краевых условий Дирихле на входе в распределительный и на выходе из сборного коллекторов используются заданные по условию задачи значения давления в этих местах, а на других участках границы используются традиционные условия Неймана, определяемые с помощью формул (30).

6. Полученные значения давления в коллекторах в зоне их контакта с твэлами в дальнейшем используются во втором пункте настоящего алгоритма, где, как и прежде, они применяются в качестве краевых условий давления для твэлов. Причём надо отметить, что полученные только что давления не сразу используются в качестве граничных значений давления для твэлов. Значения давлений на границе твэлов во втором пункте настоящего алгоритма линейно изменяются за  $N$  шагов итерационного процесса от значений

давления на предыдущем этапе к значениям, только что полученным в пункте 5 данного алгоритма.

Многokrратно выполняемый итерационный процесс, описанный в пунктах 2–6, полностью решает начально-краевую задачу теплогазодинамики в касете из нескольких твэлов и моделирует режим нагревания теплоносителя.

#### 4. Результаты вычислительных экспериментов

Вначале рассматривалась численная модель малогабаритного ядерного реактора на быстрых нейтронах с одним твэлом, поперечное сечение которого вместе с сечениями коллекторов показана на рис. 2. В экспериментальном образце использовалось сечение с размерами:  $R_0 = 18$ ,  $R_1 = 58$ ,  $R_2 = 70$ ,  $Hr_0 = 10$ ,  $Hr_1 = 30$ ,  $Hc_0 = 40$ ,  $Hc_1 = 20$ ,  $L=70$  (мм). В вычислительных экспериментах ставилась задача смоделировать режим термодинамики твэла и прилегающих к нему коллекторов от момента, когда теплоноситель ещё холоден всюду, до момента, когда в сборном коллекторе он нагрет полностью. В распределительный коллектор подавался холодный газ гелий при температуре 573 К и давлении 20.15 МПа, на выходе из сборного коллектора газ был под давлением 19.75 МПа. Перепад давлений в течение всего эксперимента полагался постоянным. Один из главных вопросов, на которые приходилось отвечать — это эмпирический подбор количества  $N$  шагов итерационного процесса в твэле, которые необходимо совершать на втором этапе алгоритма. Понятно, что чем меньше таких шагов выполняется, тем точнее программа будет моделировать реальный физический процесс, поскольку в реальности связь между процессами в твэле и коллекторах постоянна. Однако при малом количестве шагов сильно возрастает время счёта программы и, кроме того, поскольку речь идёт об осреднённом течении, брать слишком малое число шагов тоже не стоит.

В качестве примера был проведен счёт при числе шагов  $N = 5000$ . На рис. 4 показаны графики зависимости массового расхода теплоносителя (кг/сек) от времени (сек) на входе в твэл и выходе из него. Пунктирная кривая представляет расход на входе, а непрерывная — на выходе из твэла. На начальном этапе расчёта до времени  $t = 0.002$  сек., когда свободных вихрей в коллекторах ещё нет или их совсем немного, графики массового расхода представлены достаточно гладкими кривыми. Ко времени  $t = 0.00235$  сек. в сборном коллекторе тоже всего 3 свободных вихря, но все они сошли с угла  $D$  (см. рис. 2) и расположились таким образом, что течение в зоне сборного коллектора от угла  $D$  до выхода из него сильно затруднено и, чтобы обеспечить требуемый расход в сборном коллекторе, необходимо создать больший градиент давления на этом участке коллектора. Поскольку на выходе из сборного коллектора по условию задачи давление постоянно и равно 19.75 МПа, то за счёт такого большого градиента на границе сборного коллектора и твэла может установиться давление большее, чем в твэле, и в результате течение

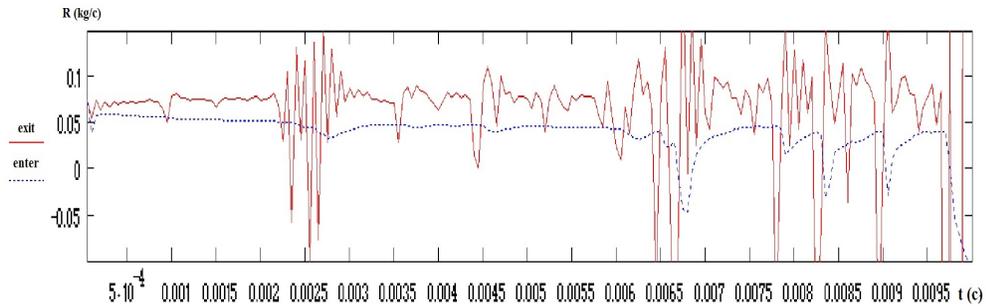


Рис. 4: Графики изменения по времени массового расхода на входе и выходе из твэла при  $R_0 = 18$  мм.

теплоносителя на этой границе станет обратным. Это мы и наблюдаем на рис. 4, где ко времени  $t = 0.00235$  сек. расход на границе сборного коллектора и твэла кратковременно становится отрицательным. Из-за встречного течения давление в твэле резко возрастает, поэтому за короткий промежуток времени течение вновь возвращается к нормальному. На графике видно, что поначалу это давление возрастает даже чрезмерно и от этого кривая расхода на графике после отрицательных значений расхода имеет резкий всплеск вверх. Поскольку время обратного течения не продолжительно, это не приведёт к заметному влиянию на температуру теплоносителя и поэтому это явление нельзя пока считать аварийным. Влияние этих вихрей на распределение давления в сборном коллекторе хорошо видно на рис. 5. На нём изображено два поперечных сечения твэла и коллекторов, покрытые областями тёмного и белого цвета. Границы этих областей являются изобарами.

Первое сечение на рис. 5 отображает изобары в начале процесса, когда вихрей ещё нет и течение теплоносителя однонаправленно. На втором сечении представлены изобары в момент времени  $t = 0.00235$  сек., когда течение завихрено и изобары в выходной зоне сборного коллектора размещены гораздо гуще, что говорит о большом градиенте давления здесь. На рис. 4 видно, что подобные обратные течения возникают неоднократно не только в сборном, но и в распределительном коллекторах и возникают они тоже за счёт свободных вихрей, сходящих с острого угла там. На рис. 4 видно, что обратное течение там возникает гораздо позже лишь на  $t = 0.0067$  сек. и вызвано это тем, что в нашем примере скорость теплоносителя в распределительном коллекторе меньше, чем в сборном. Подобные обратные течения возникают неоднократно, а начиная с 0.0065 сек. всё чаще и чаще и в конце концов к 0.0095 сек. поток теплоносителя становится практически возвратно-поступательным и вскоре итерационный процесс становится расходящимся.

Этот эксперимент и множество других подобных привел к мысли, что количество  $N$  шагов итерационного процесса во 2-м пункте алгоритма не должен быть постоянным во всё время решения задачи, а должен меняться в зависимости от динамики изменения расхода теплоносителя в твэлах кассеты.

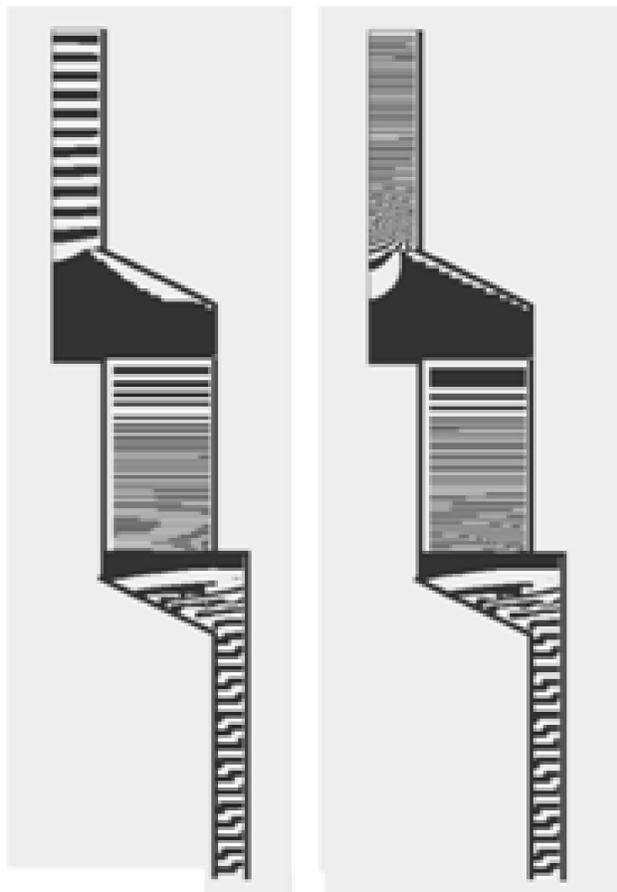


Рис. 5: Изобары в коллекторах и твэлах при незавихрѐнном и завихрѐнном течениях.

Для этого изначально задаѐтся некоторое текущее, а оно же и максимальное количество шагов  $N = N_{tek} = N_{max}$  итерационного процесса во 2-м пункте алгоритма. После этого в ходе итерационного процесса на входе и выходе из всех твэлов кассеты каждые несколько шагов вычисляются относительные величины изменения массового расхода теплоносителя с момента начала итерационного процесса. Если после таких вычислений, хотя бы в одном из твэлов кассеты на входе или выходе относительное изменение расхода превысит некоторое, выбранное экспериментально, малое число  $\varepsilon$ , итерационный процесс в твэлах прекращается и вычисления передаются в 3-й пункт алгоритма. Значение  $N$ , при котором прервался итерационный процесс во 2-м пункте алгоритма, в дальнейшем полагается текущим ( $N_{tek}$ ). Впоследствии, если в этом пункте алгоритма итерационный процесс пройдет, не прерываясь, до  $N_{tek}$  и относительные изменения массового расхода во всех твэлах окажутся меньше некоторого  $\varepsilon_{min}$ , то в дальнейших вычислениях  $N_{tek}$  удваивается при условии, что получившееся значение не станет больше  $N_{max}$ , заданного

в исходных условиях.

При такой модернизации алгоритма любое заметное изменение сопротивления потоку теплоносителя в каком-либо из коллекторов приводит к заметному изменению расхода в соответствующем твэле. В результате итерационный процесс в твэлах прекращается и программа вычисляет распределение скоростей и давления теплоносителя в коллекторах. Такая программа точнее моделирует реальный процесс, где связь между твэлами и коллекторами происходит непрерывно. После такой модернизации прежние вычисления удалось провести успешно. На рис. 6 графики массового расхода тоже имеют моменты обратных течений, но их гораздо меньше

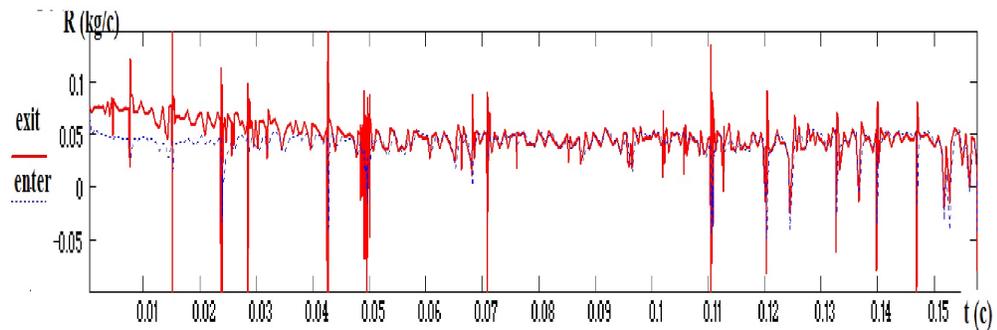


Рис. 6: График изменения по времени массового расхода на входе и выходе из твэла при  $R_0 = 18$  мм.

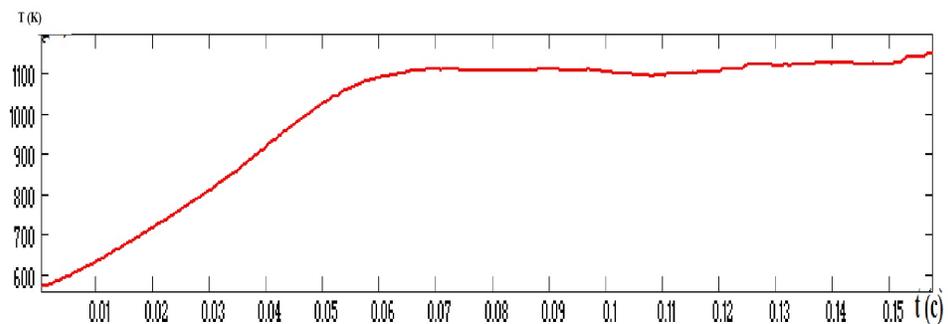


Рис. 7: График изменения температуры по времени в сборном коллекторе.

и, хотя кривые расхода негладкие, что объяснимо для турбулентного процесса, итерационный процесс проходит устойчиво, температура газа в сборном коллекторе на рис. 7 монотонно растёт до  $t = 0.06$  сек. процесса, а после этого непрерывно меняется возле своего среднего значения до  $t = 0.16$  сек.

На рис. 8 представлены два поперечных сечения твэла и коллекторов. На первом сечении изображены изобары, а на втором — траектории вихрей в

конце решения, то есть на 0.15 сек итерационного процесса. К этому моменту времени в построении решения участвуют 406 свободных вихрей в сборном и 35 — в распределительном коллекторах, но на рисунке показаны траектории только первых 50-ти свободных вихрей в сборном коллекторе и 20-ти в распределительном. Траектории остальных вихрей не показаны, чтобы они не сливались в одно чёрное пятно.

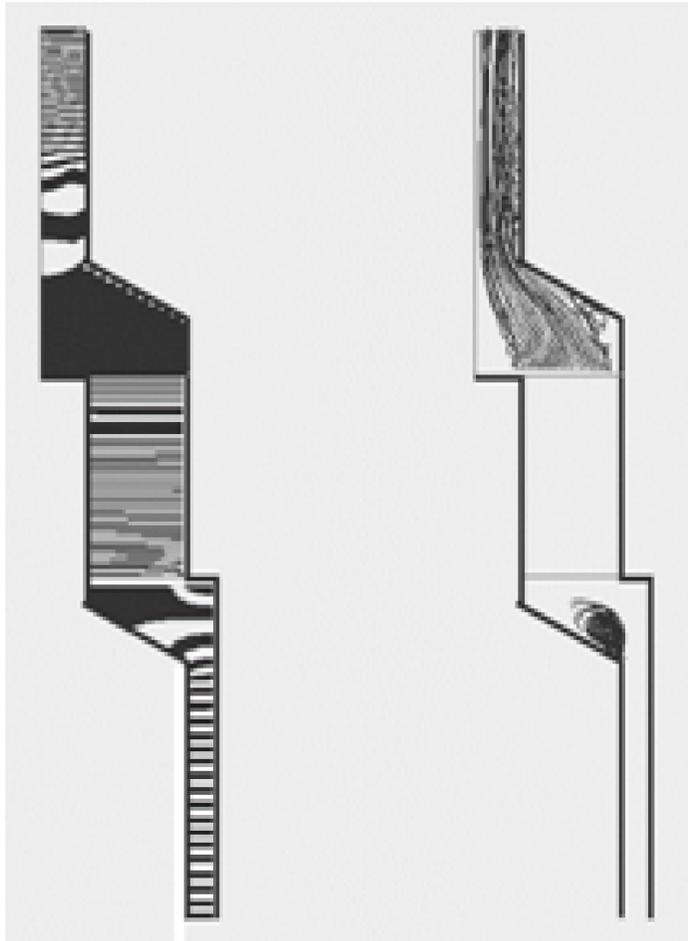


Рис. 8: Распределение изобар в твэле и коллекторах и траекторий свободных вихрей в коллекторах.

В дальнейшем проводились вычислительные эксперименты для кассет из 2-х подобных твэлов. Перепад давления в кассете остаётся таким же, как в прошлом вычислительном эксперименте. В результате, если прежде на выходе из сборного коллектора нагретый газ имел скорость 5–6 м/сек, то теперь его скорость возросла вдвое и при этом к 0.15 сек в сборном коллекторе в окрестности первого твэла сформировалось 300 свободных вихрей, а в окрестности второго, то есть на выходе из сборного коллектора, уже 500 сво-

бодных вихрей. Столь высокая турбулентность потока (и это при давлении 20 МПа) является причиной нерегулярности течения в сборном коллекторе. Большой градиент давления, который может возникать из-за этих вихрей, приводит к наибольшему давлению именно на выходе из первого твэла, потому что он расположен дальше всего от выхода из сборного коллектора. На рис. 9 для этой кассеты представлены графики массового расхода теплоносителя на входе и выходе из первого (верхний график) и второго (нижний график) твэлов, соответственно. С течением времени расход, особенно на входе и выходе из первого твэла, меняется крайне нерегулярно, да и обратные течения возникают, в основном, только в первом твэле. Именно из-за этого по-разному меняется температура на выходе из твэлов. На рис. 10 видно, что до времени 0.04 сек температура теплоносителя на выходе из твэлов растёт одинаково, но к 0.05 сек рост температуры на выходе из второго твэла прекращается, и она после этого слабо меняется возле своего среднего значения (1028 К), а на выходе из первого твэла температура теплоносителя до 0.16 сек монотонно растёт до температуры 1370 К.

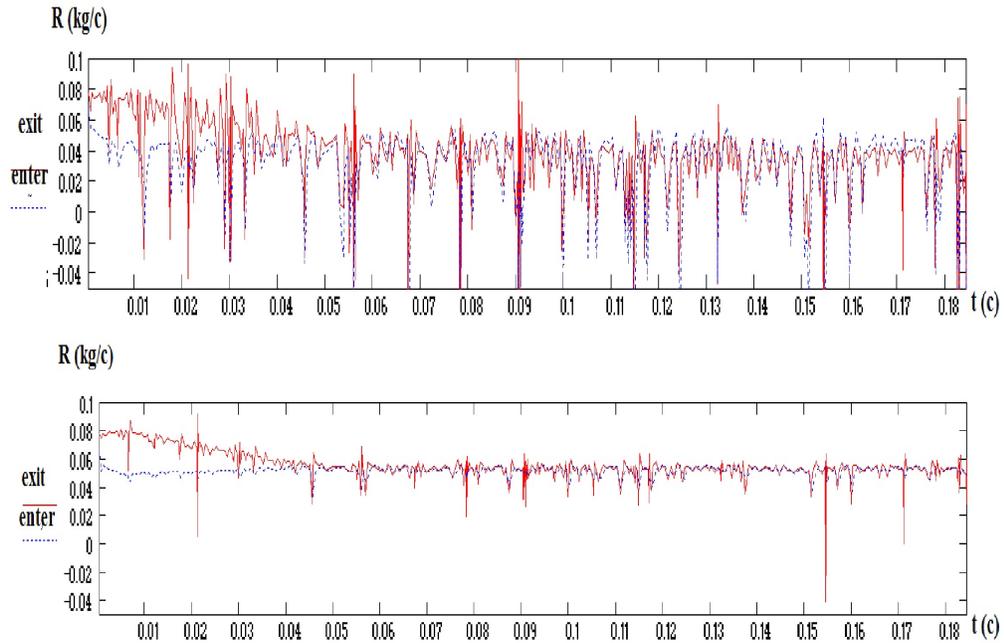


Рис. 9: График изменения по времени массового расхода на входе и выходе из кассеты из двух твэлов при  $R_0 = 18\text{мм}$ .

На рис. 11 изображены сечения кассеты с изобарами и траекториями свободных вихрей. На первом сечении (рис. 11а) изобары в самом начале процесса, когда свободных вихрей ещё мало и градиенты давления в сборном

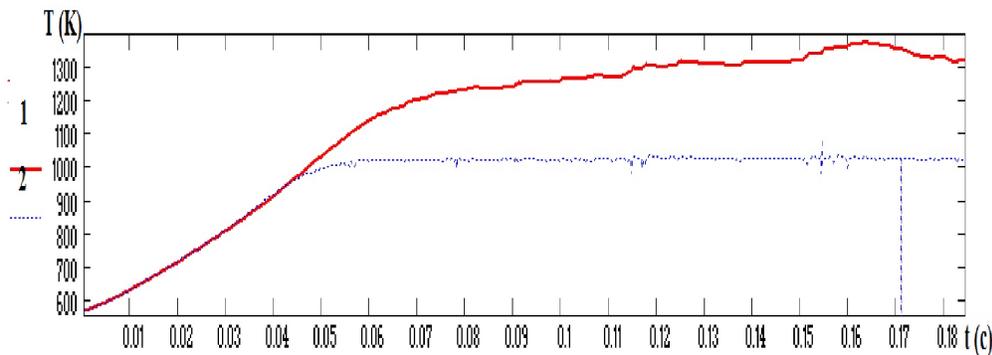


Рис. 10: График изменения температуры по времени в сборном коллекторе кассеты из двух твэлов.

коллекторе невелики. На рис. 11b и рис. 11d показаны градиенты давления на 0.04 и 0.1 сек с начала процесса, соответственно. Траектории свободных вихрей, изображенные на рис. 11c и особенно на рис. 11e, занимают много места в сборном коллекторе, что говорит о большой турбулентности течения в этой области. Это подтверждает и наличие здесь густой сети изобар. Столь различная температура нагрева теплоносителя в твэлах кассеты и нерегулярный массовый расход теплоносителя в первом твэле вряд ли можно назвать удовлетворительным и, хотя итерационный процесс был всё время сходящимся, его точнее назвать предаварийным. Эти опасения подтвердили вычислительные эксперименты для кассеты, составленной из трёх твэлов таких же размеров. Скорость теплоносителя на выходе из сборного коллектора здесь достигала 18 м/сек и, когда температура теплоносителя к 0.05 сек процесса превысила 1000 К, в сборном коллекторе в окрестности первого твэла образовалась зона повышенного давления, превышающая величину давления на входе в распределительный коллектор, и в результате возвратное течение в первом твэле и коллекторах привело к расходящемуся итерационному процессу при определении распределения давления в сборном коллекторе.

Чтобы уменьшить скорости теплоносителя в кассете, при её создании было решено использовать твэлы других размеров. Для этого толщина засыпки была сокращена с 70 мм до 50 мм, а радиусы приняты размеров  $R_0 = 28$ ,  $R_1 = 68$  и  $R_2 = 90$  мм, соответственно. В результате объём шаровой засыпки в твэле, а, следовательно, и мощность реактора практически не уменьшились; а для получения подобных значений температуры нагретого газа в сборном коллекторе перепад давления в кассете уменьшается и принимается равным 20.15 МПа — 20.0 МПа вместо прежних 20.15 МПа — 19.75 МПа. Таким образом, давление на входе в распределительный коллектор осталось прежним: 20.15 МПа. Другие размеры коллекторов, кроме радиусов  $R_0$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ , остались прежними.

В результате таких геометрических изменений удалось провести успешные эксперименты даже для кассеты из четырёх подобных твэлов. Как видно

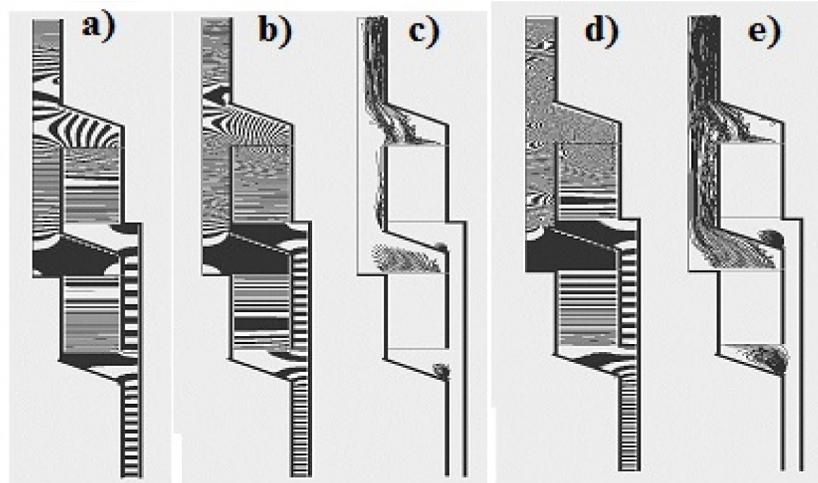


Рис. 11: Изобары и траектории вихрей в кассете из 2 твэлов при  $R_0 = 18\text{мм}$ .

на рис. 12 массовый расход представляют более регулярные кривые, хотя обратные течения, особенно на первом твэле (верхний график), возникают и здесь. На этих рисунках особенно хорошо заметно, что с начала итерационного процесса и до 0.04 сек массовый расход теплоносителя на выходе из всех твэлов в кассетах больше, чем на входе в них. Объясняется это явление тем, что именно на этом интервале времени в твэлах происходит активный рост температуры теплоносителя, и газ в результате расширяется. Впрочем, это явление также можно заметить и на рис. 4, 6 и 9. Графики температуры в сборном коллекторе на его границах с твэлами тоже представлены на рис. 12 (нижний график) и из них видно, что они идут более тесным пучком, чем на рис. 10 и значения средних температур, возле которых изменяются их кривые, по очереди равны 1125, 1060, 1104 и 1114 К, соответственно. На рис. 13 изображены изобары и траектории свободных вихрей в кассете из 4 твэлов на 0.036, 0.1 и 0.18 сек итерационного процесса, соответственно. С увеличением числа твэлов в кассете растет количество свободных вихрей в сборном коллекторе. Со временем большинство из них окажется на выходе из сборного коллектора. Если отслеживать, как ранее, траектории 50-ти свободных вихрей, то на рисунке они образуют сплошное черное пятно. Поэтому на рис. 13 отражены траектории лишь первых 15-ти свободных вихрей, которые образуются в сборном коллекторе в окрестности каждого твэла.

В используемой вычислительной модели поток теплоносителя в распределительном коллекторе возмущён не сильно, поскольку в окрестности каждого твэла свободные вихри сходят только с одного острого угла. От этого изобары, особенно в кольцевой части коллектора, размещены однородно и со временем в основном меняется только их густота. Возвратные течения на границе распределительного коллектора и твэла в основном возникают син-

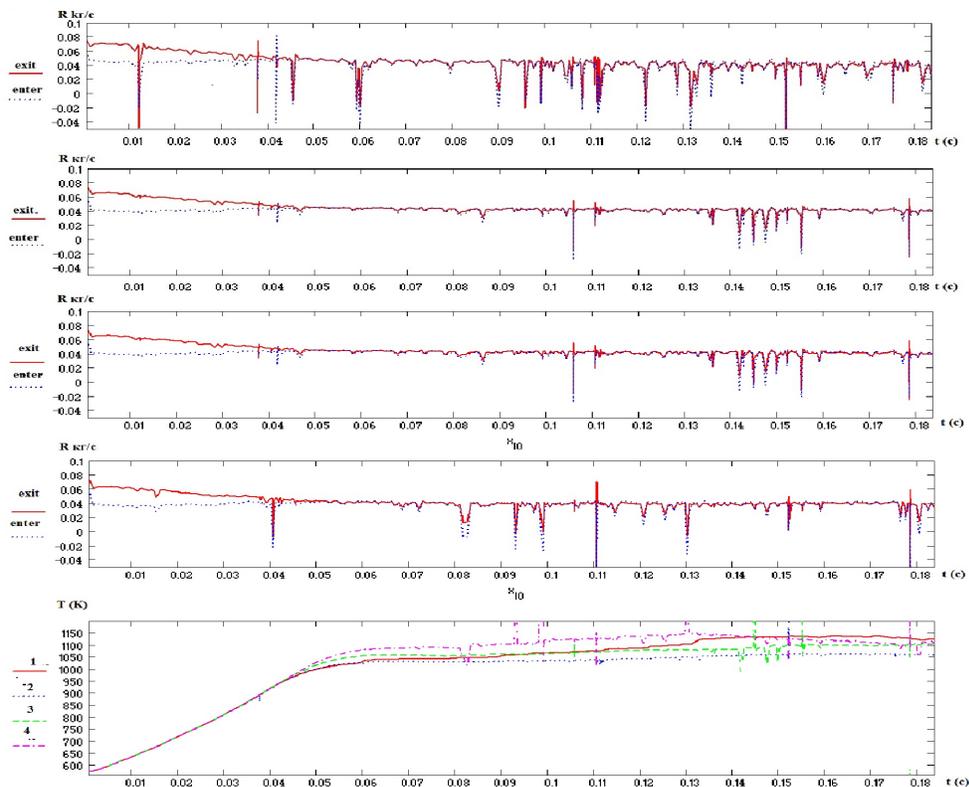


Рис. 12: Зависимость от времени массового расхода в твэлах и температуры в сборном коллекторе для кассеты из четырёх твэлов при  $R_0 = 28$  мм.

хронно с подобными течениями на границе сборного коллектора с твэлом; и причиной их появления, очевидно, являются турбулентные явления в сборном коллекторе.

И лишь в отдельные моменты времени обратные течения в распределительном коллекторе возникают за счет турбулентных течений в них. В таких случаях обратные течения в распределительном коллекторе мало влияют на течения в сборном коллекторе, где оно в это время происходит в правильном направлении.

В этом случае можно уверенно считать, что причиной возвратного течения на границе распределительного коллектора и твэла являются турбулентные течения в распределительном коллекторе. Например, на рис. 12 можно отметить несколько таких моментов. Однако основной причиной возвратных течений в кассете, очевидно, является турбулентное течение в сборном коллекторе и особенно на выходе из него, где свободных вихрей больше всего и особенно велика скорость нагретого газа. Так, в кассете из 4-х твэлов на 0.18

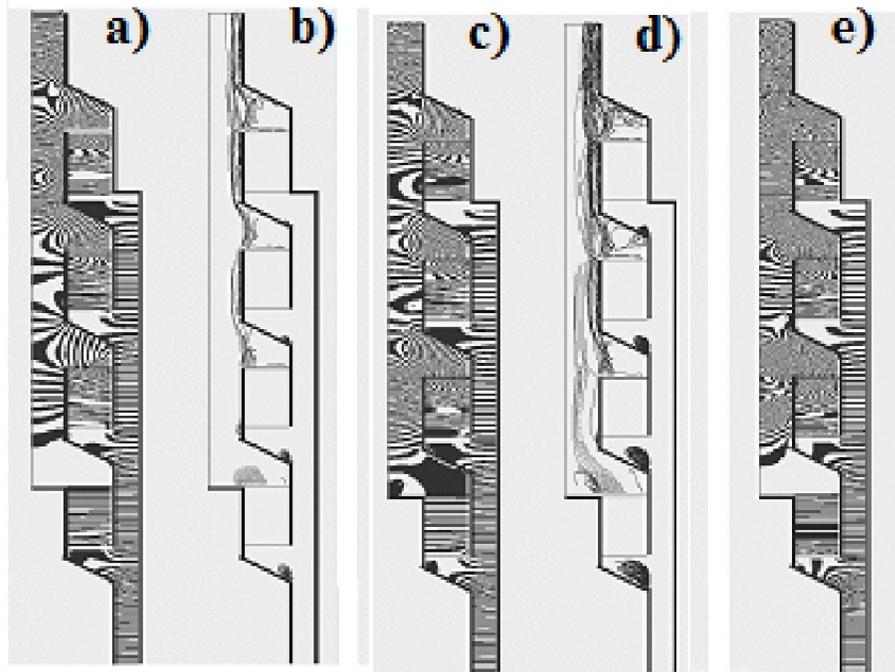


Рис.13: Изобары и траектории вихрей в кассете из 4 твэлов при  $R_0 = 28$  мм.

сек итерационного процесса в сборном коллекторе в зонах 1, 2, 3 и 4 твэлов в построении решения принимают участие 436, 587, 872 и 931 свободных вихрей, а в цилиндрических частях этих зон средняя скорость теплоносителя соответственно равнялась 1.86, 3.85, 5.83, 7.79 м/сек. Инерционные свойства потока при давлении газа 20 МПа и таких скоростях, особенно на выходе их сборного коллектора, весьма велики.

Теперь несколько слов о распределении давления теплоносителя в твэлах для всех рассмотренных в статье кассет. Изобары этого давления показаны на рис. 8, 11 и 13. На всех этих рисунках видно, что наилучшим образом давление устанавливается в первом твэле каждой кассеты. Именно там изобары размещены перпендикулярно основному направлению течения теплоносителя в твэле, то есть перпендикулярно цилиндрической оси кассеты. Отсюда понятно, что и осреднённое течение теплоносителя в этих твэлах с большой точностью совпадает с основным. В других твэлах распределение давления теплоносителя сильно отличается от идеального и особенно в зоне их границы со сборным коллектором. Вдоль этой границы давление в сборном коллекторе сильно меняется, а это искажает распределение давления в твэле. Но поскольку течение в коллекторах турбулентное, то распределение давления в коллекторах постоянно меняется, от этого давление меняется и в

твэлах, что постоянно изменяет направление и величину поперечного осреднённого течения в твэлах, и от этого распределение температуры на выходе из твэлов, видимо, немного выравнивается. Однако неравномерность нагрева теплоносителя на выходе из этих твэлов по радиусу, то есть по поперечному сечению, имеет место. Так для 0.018 сек процесса в кассете из 4-х твэлов если на выходе из первого твэла эта разница нагрева теплоносителя по радиусу не превышает 5 градусов, то на выходе из 4-го твэла в тупиковой зоне сборного коллектора (на рис. 3 это в окрестности точки  $B$ ) температура теплоносителя равняется 1078 К, а затем (с уменьшением поперечного радиуса твэла) температура монотонно растёт до 1224 К при радиусе равном  $R_0$  (на рис. 3 это в окрестности точки  $A$ ).

## 5. Выводы

В статье проводится численное моделирование быстро протекающих процессов термодинамики, возникающих в активной зоне и примыкающих к ней коллекторах ядерного реактора на быстрых нейтронах. В частности, предлагается алгоритм решения возникающей начально-краевой задачи, а также составлена и отлажена программа ПЭВМ и проведены вычислительные эксперименты. Вычислительные эксперименты показали большую зависимость распределения давления, а с ним и коэффициентов сопротивления от степени завихрённости газового потока в коллекторах. Особенно велика эта завихрённость, то есть турбулентность потока на выходе, из сборного коллектора, где образуется наибольшая скорость нагретого теплоносителя и куда устремляются все свободные вихри возникшие в коллекторе. Именно из-за турбулентности потока, прежде всего в этой зоне, случайным образом меняется сопротивление потоку. В результате расход теплоносителя меняется не регулярно, а иногда возникают и обратные течения, которые в крайних случаях могут являться причинами аварийных ситуаций. Отсюда главной задачей, возникающей при проектировании таких конструкций, является минимизация скорости потока теплоносителя в выходной зоне сборного коллектора. Это требование подтверждается результатами вычислительных экспериментов. Проведенные вычислительные эксперименты также показали большое влияние геометрических размеров твэлов на регулярность моделируемых процессов.

## REFERENCES

1. S. V. Zhuchenko. Numerical Simulation of Gas Dynamics and Heat Exchange Tasks in Fuel Assemblies of the Nuclear Reactors, Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences AIP Conf. Proc. 1629, — P. 135–145 (2014).
2. S. V. Zhuchenko. Numerical model of an axisymmetric current of the heat carrier in collectors for fuel elements of an axial blowing. Visnyk of V.N.Karazin University. Ser. Mathematical modeling. Information technology. Automated control systems, 2016. — Vol. 32, — P. 35–49.

3. S. V. Zhuchenko, The calculable program PEVM designing the flow of coolant gas in a nuclear reactor fast-neutron. Collected Works of XVIII the International symposium of Methods of discrete features are in the tasks of mathematical physics, 2017. — Kharkiv, — P. 119–123.
4. S. V. Zhuchenko, The first calculable experiments designing thermodynamics of active zone of nuclear reactor fast-neutron. Collected Works of the International scientific and technical conference the "Computer design in the science capacious technologies 2018. — Kharkiv, — P. 114–117.
5. O. M. Belotserkovskii, L. I. Severinov, The conservative "flow" method and the calculation of the flow of a viscous heat-conducting gas past a body of finite size, U.S.S.R. Comput. Math. Math. Phys., 1973. — **13**: 2, — P. 141–156.
6. S. M. Belotserkovsky, M. I. Nisht. Excavate and steady airflow around the thin wings by ideal fluid. — Moscow: Nauka, 1978. — 352 p.
7. G. Schlichting, Theory of the boundary layer. 1974. Moscow: Nauka, 712 p.
8. P. Roach, Computational Fluid Dynamics. 1980. M.: Mir, 618 p.

Жученко С. В. **Чисельне моделювання термодинаміки ядерного реактора на швидких нейтронах.** У статті проводиться чисельне моделювання термодинаміки ядерних реакторів на швидких нейтронах з гелієвим теплоносієм і замкнутим паливним циклом (GFR). У рамках Міжнародного форуму реактори подібного типу відносяться до 4-го покоління GIF - IV (Generation IV International Forum). Використання гелію як теплоносія в реакторах подібного типу дуже перспективно, але зв'язано з великими труднощами, які виникають при реалізації такого проекту, і тому нині на практиці створені лише дослідні зразки подібних реакторів. Автором розглядаються реактори однієї конструкції, для яких видається спосіб чисельного моделювання швидко протікаючих процесів термодинаміки, що виникають в касеті з декількох тепловиділяючих елементів, а також в колекторах, що примикають до неї. У статті пропонується алгоритм рішення виникаючої початково-крайової задачі, а також наводяться результати обчислювальних експериментів, які отримані за допомогою програми ПЕВМ складеною і відлагодженою автором для вирішення цього завдання. Уточнюються деякі особливості програми, обговорюються обчислювальні труднощі програми, що виникають при відладці, і пропонується методи їх подолання.

*Ключові слова:* касета тепловиділяючих елементів; розподільний і збірний колектора; гелієвий теплоносіє; турбулентні течії; поворотні потоки; аварійна ситуація; траєкторії вільних вихорів.

S. V. Zhuchenko. **Numerical simulation of the thermodynamics of a fast neutron reactor.** The article deals with one reactors design, which, under the International Forum, are attributed to the 4th generation of the GIF-IV (Generation IV International Forum) of fast neutron reactors with a helium coolant and a closed fuel cycle (GFR). Although the use of helium as a coolant in reactors of this type and has great advantages in comparison with other coolants, for example, CO<sub>2</sub> gas, however, due to the great difficulties encountered in the implementation of such a project, only prototypes of similar

reactors are currently implemented. Due to the complexity of gas flow in the collectors and backfill, the averaged flow of the coolant is considered throughout the proposed mathematical model. It is assumed that the averaged flow is symmetric everywhere relative to the common axis of the cylinders forming the annular domain, and, consequently, is axisymmetric, that is, two-dimensional. One such annular cylindrical cavity will be called a fuel element. The mathematical model of a cassette of several such fuel elements connected by common distributed and gathering collectors is considered in the article. The algorithm for solving the arising non-stationary initial-boundary value problem is proposed in the article, as well as the results of some computational experiments that are obtained using the PC program, compiled and debugged by the author of the article. The experiments were carried out both for one fuel element, and for cassettes of 2, 3 and 4 fuel elements. The algorithm for solving the arising non-stationary initial-boundary value problem is proposed in the article, as well as the results of some computational experiments that are obtained using the PC program, compiled and debugged by the author of the article.

*Keywords:* cassette of fuel elements; distributive and collapsible collector; helium coolant-moderator; turbulent flows; recurrent streams; emergency situation; trajectories of free whirlwinds.

Article history: Received: 7 November 2018; Final form: 13 December 2018;  
Accepted: 15 December 2018.