УДК 621.396.67

ЩЕЛЕВАЯ СФЕРИЧЕСКАЯ АНТЕННА С МНОГОЭЛЕМЕНТНОЙ РЕЗОНАНСНОЙ ДИАФРАГМОЙ В ВОЛНОВОДЕ

С.Л. Бердник, В.С. Васильковский, В.А. Катрич, М.В. Нестеренко, Ю.М. Пенкин

Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, 61022, пл. Свободы, 4, Харьков, Украина E-mail: beserbox@gmail.com

Поступила в редакцию 27 марта 2014 г.

В строгой самосогласованной постановке обобщенным методом наведенных магнитодвижущих сил (МДС) решена задача об излучении электромагнитных волн из волноводной секции в пространство над идеально проводящей сферой. Излучение реализовано через апертуру узкой щели, прорезанной в торце полубесконечного прямоугольного волновода, в котором размещен проходной резонатор со щелями связи. Численно исследованы электродинамические характеристики щелевого сферического излучателя.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: щелевая сферическая антенна, резонансная диафрагма, проходной резонатор, обобщенный метод наведенных МДС.

У строгій самоузгодженій постановці узагальненим методом наведених магніторушійних сил (МРС) розв'язано задачу про випромінювання електромагнітних хвиль із хвилевідної секції в простір над ідеально провідною сферою. Випромінювання реалізоване через апертуру вузької щілини, прорізаної в торці напівнескінченного прямокутного хвилеводу, у якому розміщено прохідний резонатор із щілинами зв'язку. Чисельно досліджено електродинамічні характеристики щілинного сферичного випромінювача.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: щілинна сферична антена, резонансна діафрагма, прохідний резонатор, узагальнений метод наведених MPC.

The problem about radiation of electromagnetic waves from waveguide sections into a space outside a perfectly conducting sphere is solved by the generalized method of induced magnetomotive forces (MMF) using a rigorous self-consistent formulation. Radiation is implemented through the aperture of the narrow slot which has been cut through in an end-wall of a semi-infinite rectangular waveguide in which the transmission resonator with coupling slots has been located. The electrodynamic characteristics of a spherical slot radiator was investigated numerically. **KEY WORDS:** spherical slot radiator, resonant diaphragm, transmission resonator, generalized method of induced MMF.

В настоящее время невыступающим щелевым излучателям на практике отдают предпочтение при размещении антенн на мобильных объектах, поскольку щелевые антенны не вносят существенных изменений в их массогабаритные параметры и аэродинамические свойства [1]. Диапазон применения таких антенн очень широк: от космических летательных аппаратов [1] до автономных микроустройств [2]. Обычно при моделировании корпус мобильного объекта (или его конструктивную часть) аппроксимируют сферической поверхностью, радиус которой соизмерим с рабочей длиной волны антенны. Поэтому среди разработчиков антенн интерес к щелевым сферическим излучателям, имеющих резонансные размеры, не исчезает уже на протяжении нескольких десятилетий. Достаточно подробно в литературных источниках исследованы характеристики кольцевых и секториальных узких щелей, расположенных на сферических рассеивателях [3–11]. Не проводя здесь сравнительного анализа особенностей постановок задач и методов их решения, заметим, что наряду с идеально проводящими сферами в [9,11] рассмотрены сферические антенны с импедансными поверхностями. Дифракция плоской волны на полой проводящей оболочке, имеющей кольцевую щель или отверстие с круговой апертурой, изучалась соответственно в [12,13]. Характеристики сферических антенн со щелевыми излучателями прямоугольной формы исследовались в [5,14-16]. При этом в [5,16] были рассмотрены только внешние электродинамические характеристики щелевых антенн в предположении заданного косинусоидального распределения эквивалентного магнитного тока вдоль оси узкого щелевого излучателя полуволновой длины. В [14,15] с использованием метода моментов проанализированы характеристики узких прямоугольных щелей, прорезанных в проволяшей бесконечно тонкой сферической оболочке. Конструктивное объединение резонаторов, обладающих выраженными частотно-избирательными свойствами, со щелевыми излучателями дает возможность формирования требуемых частотно-энергетических и пространственных характеристик антенн подобного типа [17-20]. Следует однако отметить, что результаты, приведенные в данных публикациях, ограничены рассмотрением случаев возбуждения щели в резонаторе δ -генератором напряжения.

В [21] авторами представлено решение обобщенным методом наведенных МДС задачи об излучении электромагнитных волн в пространство над идеально проводящей сферой через щель в торце полубесконечного прямоугольного (магистрального) волновода (щелевая сферическая антенна (ЩСА)). Целью данной статьи является решение задачи и исследование электродинамических характеристик ЩСА в случае, когда в магистральном волноводе размещена одно- или двух-щелевая резонансная диафрагма, образующая вместе с торцом волноводной секции проходной резонатор.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И РЕШЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ТОКОВ

Рассматриваемая резонаторно-щелевая структура и принятые в задаче обозначения представлены на рис.1. Три электродинамических объема с идеально проводящими стенками, представляющие собой соответственно полубесконечный прямоугольный волновод сечением $a \times b$ (индекс области "Wg"), прямоугольный резонатор с размерами $a \times b \times H$ (индекс области "R") и пространство над идеально проводящей сферой с радиусом R (индекс области "Sp") связаны между собой прямолинейными щелями S_1, S_2, S_3 , прорезанными в общих стенках. В магистральном волноводе из области $z = \infty$ распространяется волна основного типа H_{10} (рис. 1). Декартова система координат, связанная с волноводом, представлена на рис. 1а. Сферическая система координат, связанная с волноводом, представлена на рис. 1а. Сферический центр внутренней апертуры щелевого излучателя в декартовой системе координат определяется координатами $a/2, y_{03}, 0$, центр внешней апертуры в сферической системе координат – координатами $R, \pi/2, 0$. Длина внешней апертуры щели по дуге в сферической системе координат составляет $2L_2^e$.



Рис. 1. Геометрия щелевой сферической антенны и принятые обозначения.

Геометрические размеры всех щелей удовлетворяют следующим условиям

$$\frac{d_m}{2L_m} \ll 1, \quad \frac{d_m}{\lambda} \ll 1, \quad m = 1, 2, 3, \tag{1}$$

где $2L_m$ и d_m – соответственно длина и ширина щелей, λ – длина волны в свободном пространстве. Тогда эквивалентные магнитные токи в щелях можно представить в виде (\vec{e}_{s_m} – единичные орты, s_m и ξ_m – локальные координаты, связанные со щелями (оси $\{0\xi_m\}$ расположены в плоскости x = a/2), J_{0m} – амплитуды токов):

$$\vec{J}_{m}(s_{m}) = \vec{e}_{s_{m}} J_{0m} f_{m}(s_{m}) \chi_{m}(\xi_{m}),$$
⁽²⁾

при этом функции $f_m(s_m)$ должны удовлетворять краевым условиям $f_m(\pm L_m) = 0$, а функции $\chi_m(\xi_m)$ – условиям на ребрах щелей и условиям нормировки: $\int_{\xi} \chi_m(\xi_m) d\xi_m = 1$.

В качестве функциональных зависимостей $f_m(s_m)$ от продольных координат магнитных токов в щелях выберем функции, получающиеся в результате приближенного решения интегрального уравнения для тока в щелевой резонансной диафрагме в прямоугольном волноводе [22], возбуждаемой волной типа

 $H_{10} - \{ f_{1,2}(s_{1,2}) \}$, и для тока в щели в идеально проводящей сфере при падении на нее плоской электромагнитной волны, вектор \vec{H} которой параллелен вектору $\vec{e}_{s_3} - \{ f_3^e(\varphi) \}$:

$$f_{1,2}(s_{1,2}) = \cos k s_{1,2} \cos \frac{\pi L_{1,2}}{a} - \cos k L_{1,2} \cos \frac{\pi s_{1,2}}{a},$$

$$f_3(s_3) = \cos k s_3 - \cos k L_3, \quad f_3^e(\varphi) = \cos k R \varphi - \cos k L_3^e.$$
(3)

Исходя из граничных условий непрерывности тангенциальных составляющих магнитного поля на поверхностях щелей и следуя методу наведенных МДС для многощелевой структуры, получаем систему алгебраических уравнений относительно неизвестных амплитуд токов J_{0m} (при временной зависимости $e^{i\omega t}$):

$$\begin{cases} J_{01}(Y_{11}^{Wg} + Y_{11}^{R}) + J_{02}(Y_{12}^{Wg} + Y_{12}^{R}) + J_{03}Y_{13}^{R} = -\frac{i\omega}{2k} \int_{-L_{1}}^{L_{1}} f_{1}(s_{1})H_{0s_{1}}(s_{1}) \,\mathrm{d}s_{1}, \\ J_{02}(Y_{22}^{Wg} + Y_{22}^{R}) + J_{01}(Y_{21}^{Wg} + Y_{21}^{R}) + J_{03}Y_{23}^{R} = -\frac{i\omega}{2k} \int_{-L}^{L_{2}} f_{2}(s_{2})H_{0s_{2}}(s_{2}) \,\mathrm{d}s_{2}, \\ J_{03}(Y_{33}^{R} + Y_{33}^{Sp}) + J_{01}Y_{31}^{R} + J_{02}Y_{32}^{R} = 0. \end{cases}$$

$$(4)$$

В системе уравнений (4) введены обозначения

$$Y_{mm}^{W_{g,R}} = \frac{1}{2k} \int_{-L_m}^{L_m} f_m(s_m) \left[\left(\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}s_m^2} + k^2 \right) \int_{-L_m}^{L_m} f_m(s'_m) G_{s_m}^{W_{g,R}}(s_m, s'_m) \mathrm{d}s'_m \right] \mathrm{d}s_m \tag{5}$$

- собственные проводимости щелей;

$$Y_{mn}^{Wg,R} = \frac{1}{2k} \int_{-L_{m,n}}^{L_{m,n}} f_{m,n}(s_{m,n}) \left[\left(\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}s_{m,n}^2} + k^2 \right) \int_{-L_{n,m}}^{L_{n,m}} f_{n,m}(s_{n,m}') G_{s_{m,n}}^{Wg,R}(s_{m,n},s_{n,m}') \mathrm{d}s_{n,m}' \right] \mathrm{d}s_{m,n}$$
(6)

— взаимные проводимости щелей;

 $G_{s}^{W_{g,R,S_{p}}} - s$ -компоненты квазиодномерных ($|\xi_{m} - \xi'_{m}| \approx d_{m} / 4$) функций Грина для векторного потенциала соответствующих объемов, $H_{0s_{1,2}}(s_{1,2})$ – проекции поля сторонних источников на оси первой и второй щелей, $k = 2\pi / \lambda$.

Используя выражения для магнитных функций Грина полубесконечного прямоугольного волновода, прямоугольного резонатора и полупространства над бесконечной идеально проводящей плоскостью, находим согласно (3) ,(5), (6) выражения для собственных и взаимных проводимостей щелей:

$$\begin{split} Y_{mn}^{Wg}(kL_{m},kL_{n}) &= \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1,3...}^{\infty} \sum_{n=0}^{\varepsilon} \frac{\varepsilon_{n}(k^{2}-k_{x}^{2})}{kk_{z}} \cos k_{y}y_{0m} \cos k_{y}(y_{0n}+\frac{d_{n}^{e}}{4})I_{1}(kL_{m})I_{1}(kL_{n}), \\ Y_{mn}^{R}(kL_{m},kL_{n}) &= \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1,3...}^{\infty} \sum_{n=0}^{\varepsilon} \frac{\varepsilon_{n}(k^{2}-k_{x}^{2})}{kk_{z}} \coth k_{z}H \cos k_{y}y_{0m} \cos k_{y}(y_{0n}+\frac{d_{n}^{e}}{4})I_{1}(kL_{m})I_{1}(kL_{n}), \\ Y_{m3}^{R}(kL_{m},kL_{3}) &= Y_{3m}^{R}(kL_{3},kL_{m}) = \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1,3...}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_{n}}{k_{z}} \cosh k_{z}H \cos k_{y}y_{0m} \cos k_{y}(y_{03}+\frac{d_{n}^{e}}{4})I_{1}(kL_{m})I_{1}(kL_{m}), \\ m = 1, 2, \quad n = 1, 2; \end{split}$$

$$Y_{33}^{R}(kL_{3}) = \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1,3...}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_{n}k}{k_{z}(k^{2} - k_{x}^{2})} \coth k_{z}H \cos k_{y}y_{03} \cos k_{y}(y_{03} + \frac{d_{3}^{e}}{4})I_{2}^{2}(kL_{3}), \qquad (6)$$

$$\begin{split} Y^{S_{p}}_{33}(kL^{e}_{3},kR) &= \frac{4R}{k(d^{e}_{3})^{2}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \times \frac{1}{(n+1) - kR h^{(2)}_{n+1}(kR) / h^{(2)}_{n}(kR)} \times \\ & \times \bigg\{ kR^{-2} C^{2}_{0} \left| A^{0}_{n} \right|^{2} - 2\sum_{m=1}^{n} C^{2}_{m} \bigg[m^{2} \bigg(n(n+1) - \left| kR \right|^{2} \bigg) \left| B^{m-2}_{n} - \left| kR \right|^{2} \left| A^{m-2}_{n} \right| \bigg] \bigg\}, \end{split}$$

В (6) приняты обозначения:

$$\begin{split} I_1(kL_m) &= 2 \Biggl\{ \frac{k \sin kL_m \cos k_x L_m - k_x \cos kL_m \sin k_x L_m}{k^2 - k_x^2} \cos \frac{\pi L_m}{a} - \\ &- \frac{\left(\frac{\pi}{a}\right) \sin \frac{\pi L_m}{a} \cos k_x L_m - k_x \cos \frac{\pi L_m}{a} \sin k_x L_m}{(\pi / a)^2 - k_x^2} \cos kL_m} \Biggr\} \\ I_2(kL_3) &= 2 \frac{k_x \sin kL_3 \cos k_x L_3 - k \cos kL_3 \sin k_x L_3}{k_z} \,, \end{split}$$

 $k_x = \frac{m\pi}{a}, \quad k_y = \frac{n\pi}{b}, \quad k_z = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2}, m$ и п — целые числа; $\varepsilon_n = (2 - \delta_{0n})$ — множитель Неймана; y_{0m} – координаты осевых линий щелей;

$$\begin{split} A_{n}^{m} &\approx \sin \theta \left[\bar{P}_{n}^{m} \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} + \frac{d_{3}^{e}}{2R} \right) \right) - \bar{P}_{n}^{m} \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{d_{3}^{e}}{2R} \right) \right) \right]; \quad B_{n}^{m} &= \int_{-\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{2R}}^{\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{2R}} \bar{P}_{n}^{m} (\cos \theta) \, d\theta \, ; \\ C_{m} &= \frac{1}{m^{2} - (kR)^{2}} \left[m \sin \frac{mL_{3}^{e}}{R} \cos kL_{3}^{e} - kR \cos \frac{mL_{3}^{e}}{R} \sin kL_{3}^{e} \right] - \frac{\cos kL_{3}^{e}}{m} \sin \frac{mL_{3}^{e}}{R} = C_{m}^{I} - C_{m}^{II}, \\ C_{m}^{I} \Big|_{m \to kR} &= \frac{L_{3}^{e}}{2R} + \frac{\sin(2kL_{3}^{e})}{4kR}; \quad \bar{P}_{n}^{m} \cos \theta \, = \sqrt{\frac{2n + 1 - n - m + 1}{2 - n + m + 1}} P_{n}^{m} \cos \theta \, - \text{ нормированные присоединен-$$

ные функции Лежандра первого рода; $h_n^2 kr = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} H_{n+1/2}^2 kr$ – сферические функции Ханкеля второго рода; $H_{n+1/2}^2 kr$ – функции Ханкеля второго рода с полуцелым индексом.

Решая систему уравнений (4) с учетом того, что для волны типа H_{10} в полубесконечном прямоугольном волноводе $H_{0s_{1,2}}(s_{1,2}) = 2H_0 \cos \frac{\pi s_{1,2}}{a}$, (H_0 – амплитуда волны), находим токи в каждой из щелей и коэффициенты отражения по полю S_{11} и излучения по мощности $|S_{\Sigma}|^2$:

$$S_{11} = \left\{ 1 - \frac{8\pi\gamma}{iabk^3} \left[\tilde{J}_{01}F(kL_1) + \tilde{J}_{02}F(kL_2) \right] \right\} e^{-i2\gamma z},$$

$$|S_1|^2 = 1 - |S_1|^2$$
(7)

 $|S_{\Sigma}|^{2} = 1 - |S_{11}|^{2}.$ (8) Здесь $\tilde{J}_{0m} = J_{0m} / \left(-\frac{i\omega}{k^{2}} H_{0} \right)$ – нормированные амплитуды токов в щелях, $\gamma = \sqrt{k^{2} - (\pi / a)^{2}}$ – постоянная распространения,

$$F(kL_m) = 2\cos\frac{\pi L_m}{a} \frac{\sin kL_m \cos\frac{\pi L_m}{a} - \frac{\pi}{ka}\cos kL_m \sin\frac{\pi L_m}{a}}{1 - (\pi / ka)^2} - \cos kL_m \frac{\sin\frac{2\pi L_m}{a} + \frac{2\pi L_m}{a}}{(2\pi / ka)}.$$

Величину эквивалентной ширины щели d_3^e для торца волноводной секции, согласно [21] рассчитываем по формуле $d_3^e \approx d_3 \exp\left(-\frac{\pi h_e}{2d_3}\right)$, где $h_e = V^v / S_3$, V^v – объем полости щели, S_3 – площадь внутренней апертуры щели, при выполнении условия $(\tilde{h}d_3 / \lambda^2) <<1$, где \tilde{h} – максимальный размер тун-

реннеи апертуры щели, при выполнении условия $(ha_3 / \lambda^2) << 1$, где h - максимальный размер туннельной полости щели в радиальном направлении. Учет толщины h металлических стенок диафрагмы производится по аналогичной формуле при условии $h_e = h$.

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 2–4 представлены зависимости коэффициента излучения по мощности $|S_{\Sigma}|^2$ от длины вол-

ны в одномодовом диапазоне стандартного прямоугольного волновода сечением $23 \times 10 \text{ мм}^2$ для трех вариантов волноводно-резонаторно-щелевой структуры: «1 щель» – излучающая щель S_3 в торце полубесконечного прямоугольного волновода, «2 щели» – щель S_1 в диафрагме и излучающая щель S_3 , «3 щели» – щели S_1 и S_2 в диафрагме и щель S_3 . При этом $2L_1 = 2L_3 = 16 \text{ мм},$ $d_1 = d_2 = d_3 = 0.8 \text{ мм}, \quad y_{01} = b / 8, \quad y_{03} = b / 2,$ толщина диафрагмы h = 1.0 мм, радиус сферы $R = 80 / \pi$ мм.



Рис. 2. Диапазонные зависимости коэффициента излучения щелевой сферической антенны.



Рис. 3. Зависимости коэффициента излучения щелевой сферической антенны с проходным резонатором длиной H = a / 2 от длины волны при изменении длины щели $2L_2$ (а) и ее положения y_{02} (б) в стенке диафрагмы.

Размещение в волноводном тракте проходного резонатора (H = a / 2) существенно повышает добротность системы, при этом резонансная кривая обладает большой крутизной, а ее форма приближается к прямоугольной (рис. 2). Наличие в диафрагме второй щели приводит к тому, что на определенной длине волны λ_{sc} , зависящей от длины щели $2L_2$ и ее положения y_{02} , в системе происходит полное от-

ражение ($|S_{11}|=1.0, |S_{\Sigma}|^2=0$) падающей на диафрагму волны типа H_{10} (рис. 3). При этом полоса пропускания по уровню $0.5 |S_{\Sigma}|^2_{max}$ существенно сужается по сравнению со случаями одно- и двухщелевых структур, а в области более коротких длин волн имеет место возрастание коэффициента излучения, положение максимума которого также зависит от геометрических размеров и положения щели S_2 в стенке диафрагмы.

Варьированием длины H проходного резонатора можно добиться максимального излучения на одной или нескольких длинах волн (рис. 4: $2L_2 = 14.0 \text{ мм}, y_{02} = 7b/8$), при этом значение λ_{sc} практически не зависит от размеров проходного резонатора.



Рис. 4. Диапазонные зависимости коэффициента излучения щелевой сферической антенны с проходным резонатором.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе обобщенным методом наведенных МДС решена задача об излучении электромагнитных волн в пространство вне идеально проводящей сферы через узкую щель, прорезанную в торце полубесконечного прямоугольного волновода, в котором размещен проходной резонатор со щелевыми отверстиями связи. Особенностью решения задачи является применение в качестве базисных функций в методе наведенных МДС функциональных зависимостей аналитических решений интегральных уравнения для токов в щелях, предварительно полученных асимптотическим методом усреднения. Использование понятия эквивалентной ширины щели позволяет исключить необходимость определения полей во внутренних полостях щелей. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании и разработке щелевых сферических антенн с заданными диапазонными характеристиками.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Резников Г. Б. Антенны летательных аппаратов / Г. Б. Резников М.: Сов. радио, 1967. 416 с.
- Schantz H. Nanoantennas: a concept for efficient electrically small UWB devices // IEEE International Conference ICU 2005. – 2005. – P. 264-268.
- 3. Ramo S. Fields and Waves in Communication Electronics, 3rd edition / Ramo S., Whinnery J. R., Van Duzer T. Wiley, 1994. 864 p.
- 4. Karr P. R. Radiation properties of spherical antennas as a function of the location of the driving force / Karr P. R. // J. Res. Nat. Bur. Stand. 1951. Vol. 46. P. 422–436.
- 5. Mushiake Y. Radiation characteristics with power gain for slots on a sphere / Mushiake Y., Webster R. F. // IRE Trans. Antennas and Propagat. 1957. Vol. AP-5 P. 47–55.
- Liepa V. V. Modification to the scattering behavior of a sphere by reactive loading / Liepa V. V., Senior T. B. A. // Proc. IEEE. – 1965. – P. 1004–1011.
- 7. Lin C. C. Radiation from a spherical antenna covered by a layer of lossy hot plasma / Lin C. C., Chen K. M. // Proc. IEEE. 1971. Vol. 118. P. 36-42.
- 8. Towaij S. J. Diffraction by a multilayered dielectric-coated sphere with an azimuthal slot / Towaij S. J., Hamid M. A. K. // Proc. IEEE. 1971. Vol. 119. P. 1209–1214.
- 9. Пенкин Ю. М. Исследование проводимости импедансной сферической щелевой антенны / Пенкин Ю. М. // Радиофизика и радиоастрономия. – 1998. – Т. 3, № 3. – С. 341–347.
- 10. Jang S. O. Radiation of a hertzian dipole in a slotted conducting sphere / Jang S. O., Hyo J. E. // IEEE Trans. Antennas and Propagat. 2009. Vol. AP-57. P. 3847–3851.
- 11. Пенкин Ю. М. Возбуждение электромагнитных волн в объемах с координатными границами / Пенкин Ю. М., Катрич В. А. Харьков: Факт, 2003. 231 с.
- 12. Gavris B. Plane wave diffraction by a sphere loaded with a circular slot / Gavris B. // Radiophys. Quant. Electron. 1992. Vol. 35. P. 126–130.
- Rothwell E. Natural frequencies of a conducting sphere with a circular aperture / Rothwell E., Cloud M. // J. of Electromagn Waves and Applicat. – 1999. – Vol. 13. – P. 729–755.
- 14. Leung K. W. Theory and experiment of a rectangular slot on a sphere / Leung K. W. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1998. Vol. MTT-46. P. 2117–2123.
- 15. Kwok W. L. Rectangular and zonal slots on a sphere with a backing shell: theory and experiment / Kwok W. L. // IEEE Trans. Antennas and Propagat. 2003. Vol. AP-51. P. 1434–1442.
- 16. Пенкин Ю. М. Собственные и взаимные проводимости щелевых излучателей на идеально проводящей сфере / Пенкин Ю. М., Климович Р. И. // Радиотехника : Всеукр. межвед. научн.-техн. сб. – 2000. – Вып. 115. – С. 75–80.
- 17. Гринев А. Ю. Машинный метод анализа и частичного параметрического синтеза резонаторно-щелевых структур / Гринев А. Ю., Котов А. Ю. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1978. Т. 21, № 2. С. 30–35.
- Lee J. Y. Analysis of cavity-backed aperture antennas with a dielectric overlay / Lee J. Y., Horng T. Sh., Alexopoulos N. G. // IEEE Trans. Antennas and Propag. 1994. Vol. AP-42, No. 11. P. 1556–1562.
- 19. Электродинамический синтез и анализ широкополосных волноводных фильтров на резонансных диафрагмах / Кириленко А. А., Рудь Л. А., Сенкевич С. Л., Ткаченко В. И. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1997. Т. 40, № 11. С. 54–62.
- 20. Нестеренко М. В. Метод наведенных магнитодвижущих сил для резонаторно-щелевых излучателей и ответстий связи / Нестеренко М. В., Катрич В. А. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2004. Т. 47, № 1. С. 12–20.
- Electromagnetic waves radiation into the space over a sphere by a slot in the end-wall of a semi-infinite rectangular waveguide / S.L. Berdnik, Y.M. Penkin, V.A. Katrich, M.V. Nesterenko and V.I. Kijko // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research B, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA. – 2013. – Vol 46. – P. 139– 158.
- 22. Analytical and Hybrid Methods in Theory of Slot-Hole Coupling of Electrodynamic Volumes / Nesterenko M. V, Penkin Yuriy M., Katrich V. A., Berdnik S. L – New York: Springer Science+Business Media, 2008. – 146 p.