

УДК 551.558,551.596,534.221,550. 388

РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА РАСЧЕТА ВЫСОТНО-ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК, ОПИСЫВАЮЩИХ ДИНАМИКУ ПАДЕНИЯ ЧЕЛЯБИНСКОГО МЕТЕОРОИДА

Ю. Б. Милованов, Л. Ф. Черногор

Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61022, Украина
E-mail: Leonid.F.Chernogor.@univer.kharkov.ua

Поступила в редакцию 21 апреля 2017 г.

Предложен самосогласованный подход к анализу данных наблюдений метеороидов в атмосфере Земли. Определены стабилизирующие функционалы для алгоритма регуляризации. Рассчитана траектория падения Челябинского метеороида. Определены временные зависимости массы и миделя космического тела. Временные зависимости параметров траектории, массы и миделя смоделированы цепочками кубических сплайнов. Учтена априорная информация в виде монотонно убывающих временных зависимостей массы и скорости, а также светимости в абсолютных звездных величинах и метеоритной нормировке. Определены параметры регуляризации.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: метеороид, функционал, регуляризация, самосогласованная задача, устойчивость, сплайн.

Запропоновано самоузгоджений підхід до аналізу даних спостережень метеороїдів в атмосфері Землі. Визначені стабілізуючі функціонали для алгоритма регуляризації. Розраховано траєкторію падіння Челябинського метеороїду. Визначено часові залежності маси та міделя космічного тіла. Часові залежності параметрів траєкторії, маси та міделя змодельовані рядами кубічних сплайнів. Враховано априорну інформацію у формі монотонно спадаючих часових залежностей маси та швидкості, а також світіння в абсолютних зоряних величинах і метеоритному нормуванні. Визначено параметри регуляризації.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: метеороїд, функціонал, регуляризація, самоузгоджена задача, стійкість, сплайн.

A self-consistent approach to analyzing observational data on meteoroids in Earth's atmosphere has been suggested. The functionals stabilizing the regularization algorithm are determined. The Chelyabinsk meteoroid passage path is estimated. The temporal dependences of celestial body mass and midsection are determined. Cubic splines are used for modeling the temporal dependences of the passage path, mass, and the midsection. A priori information on the elements of the passage path and the meteorite flare radiated energy is taken into account as monotonically descending temporal dependences. The regularization parameters are determined.

KEY WORDS: meteoroid, functional, regularization, self-consistent task, steadiness, spline.

ВВЕДЕНИЕ

Как известно, падение метеороида произошло в 03:20:26 UT 15 февраля 2013 г. вблизи г. Челябинск (Российская Федерация) [1 – 11]. Метеороид имел массу около 11 килотонн и скорость более 18 км/с [1]. При решении обратной задачи уравнения движения Челябинского метеороида встал вопрос о корректности методики расчета. В качестве исходных данных использовались результаты наблюдений из работы [1]. Методика расчета включала в себя различные уравнения и эмпирические соотношения. Сопоставление расчетной и экспериментальной траекторий движения позволит определить основные параметры метеороида. К ним относятся масса и мидель. Измерения координат траектории падения и величины светимости имеют определенную погрешность. Малые изменения траектории в пределах погрешности измерений благодаря большой кинетической энергии метеороида, предполагают значительную энергетику физических процессов, сопровождающих падение. Истинная траектория движения благодаря высокой инерционности будет максимально приближена к прямой. Формально увеличивается множество возможных решений, что является признаком некорректности задачи. С другой стороны, существует дополнительная априорная информация, позволяющая значительно сузить область возможных решений и получить разумное решение.

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ

Различные подходы к решению некорректных задач давно известны (см., например, [12, 13]). В частности, в основе одного из таких подходов лежит фундаментальное понятие регуляризирующего

оператора или алгоритма. Регуляризирующий алгоритм помогает выбрать решение или, по крайней мере, сузить область поиска. Описанные в [12, 13] примеры применения регуляризирующих операторов, обобщают хорошо известные правила практических вычислений. Описанный в [12, 13] метод регуляризации, основанный на использовании понятия регуляризирующего оператора, можно рассматривать как формализацию и обоснование используемой регуляризации по здравому смыслу.

Уравнение движения метеороида в атмосфере имеет вид (см., например, [2, 14])

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} \approx -C_d \frac{\rho v^2}{2} S_m \frac{\mathbf{v}}{v} \quad (1)$$

где $m=m(t)$ – масса метеороида, $S_m=S_m(t)$ – мидель, C_d – коэффициент сопротивления воздуха, ρ – плотность воздуха $\mathbf{v}(t) = d\mathbf{r}(t)/dt$, – скорость.

Если плотность воздуха и коэффициент сопротивления известны, то масса и мидель являются неизвестными параметрами. Решение уравнения (1) сравниваем с исходными данными, приведенными на рис. 1. Траектория падения является следствием инерционных свойств метеороида и, следовательно, согласно уравнению (1), имеет непрерывную производную до второго порядка. Используем это свойство и представим траекторию падения как цепочку кубических сплайнов. В этом случае мы не только получаем аналитические зависимости скорости и ускорения от времени, но также имеем возможность оценить другие параметры уникального метеороида. Будем искать решение уравнения методом подбора.

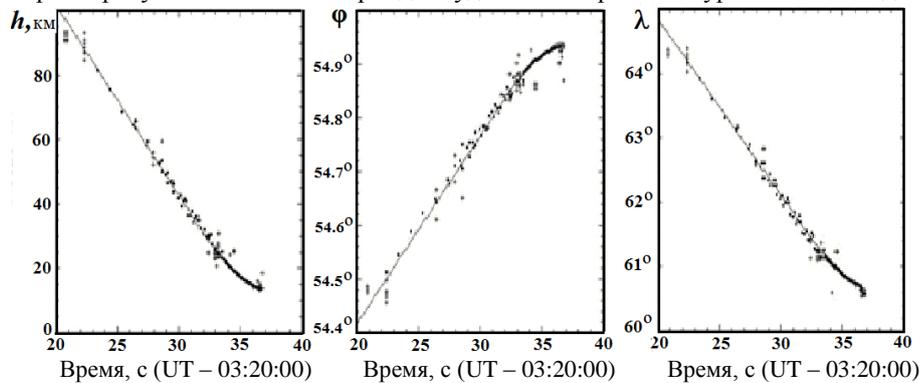


Рис.1. Траектория падения метеороида – высота, широта и долгота по материалам работы [1]

Для сужения области возможных решений воспользуемся стабилизирующими функционалами. Дополнительные сведения получаем из эмпирических соотношений для интенсивности излучения [14]

$$I_1 = 10^{2.72-0.4M} \quad (2)$$

и моделью интенсивности излучения движущихся космических тел в атмосфере Земли

$$I_2 = -\tau_i \frac{d m v^2}{dt} \quad (3)$$

где τ_i – коэффициент светимости, определяется из работы [15], $M(t)$ – светимость в абсолютных звездных величинах [1].

Сравнивая интенсивности в (2) и (3), определим стабилизирующий функционал для согласования массы метеороида и интенсивности излучения.

$$\Omega_1[\mathbf{q}] = \sum_{k=1}^N (I_1 - I_2)^2 \quad (4)$$

Переменная $\mathbf{q} = \{\mathbf{v}; m, S_m\}$ – решение задачи. Сумма ведется по всем расчетным точкам. Для определения значения миделя используем уравнение (1). Пусть \mathbf{r}_0 – пробная траектория, а \mathbf{r} – результат расчета по уравнению (1). Так как пробную траекторию мы выбираем из доверительной области наблюдений, эту траекторию можно назвать также экспериментальной. Предварительное требование согласовывать выбор траектории с результатом решения уравнения движения является регуляризирующим фактором.

Для оценки величины миделя введем стабилизирующий функционал, используя пробную (экспериментальную) траекторию и расчетную. Для удобства возьмем не координаты, а абсолютные значения скоростей

$$v_0 = \left\| \frac{d}{dt} \mathbf{r}_0 \right\|, \quad v = \left\| \frac{d}{dt} \mathbf{r} \right\|, \quad \Omega_2[\mathbf{q}] = \sum_{k=1}^N (v - v_0)^2 \quad (5)$$

Двойные вертикальные линии обозначают норму вектора. Если первый функционал дает оценку погрешности в инерции движения, т.е. $m(t)$, то второй дает оценку миделя, S_m . Величина миделя S_m выбирается в зависимости от задачи. Если метеороид слабо разрушается при полете в плотных слоях атмосферы, например, состоит из железа и никеля, то при известной плотности вещества метеороида и массе легко рассчитывается мидель для шара по известным формулам:

$$S_m = \pi r_m^2, \quad r_m = \left(\frac{3m}{4\pi\rho}\right)^{1/3}.$$

Напротив, каменный метеороид, испытывая предельные нагрузки, непрерывно разрушается, что приводит к образованию облака осколков. В отличие от железно-никелевого метеороида, мидель увеличивается. В этом случае мидель является неизвестным параметром и участвует в минимизации функционала. Челябинский метеороид был каменным [1].

Общая погрешность в определении координат

$$\delta^2 = \sum_{k=1}^N \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0\|^2 = \sum_{k=1}^N \|A\mathbf{q} - \mathbf{r}_0\|^2,$$

где A – оператор, соответствующий уравнению (1).

Решение находим минимизацией функционала

$$F(\mathbf{q}) = \sum_{k=1}^N \|A\mathbf{q} - \mathbf{r}_0\|^2 + \alpha_1 \Omega_1[\mathbf{q}] + \alpha_2 \Omega_2[\mathbf{q}]. \quad (6)$$

Выбор согласующих параметров регуляризации α_1 и α_2 зависит от качества априорных данных, а также от различной ценности моделей интенсивности излучения и торможения. Если таких сведений нет, то параметры α_1 и α_2 становятся независимыми и рассчитываются совместно с другими параметрами, такими как масса и мидель. Считаем параметры регуляризации независимыми и расчетными.

РЕЗУЛЬТАТЫ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ

На рис. 2-4 приведены результаты нахождения оптимальных координат траектории падения. Это широта, долгота и высота соответственно. Штриховыми линиями отмечена область погрешности наблюдений. Тонкой линией с отметками узловых точек показана начальная траектория для процесса минимизации \mathbf{r}_0 . Толстой линией отмечен конечный результат – траектория \mathbf{r} , на которой был достигнут минимум функционала (6).

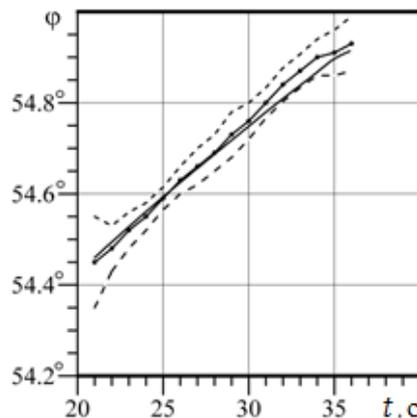


Рис.2. Зависимость широты от времени

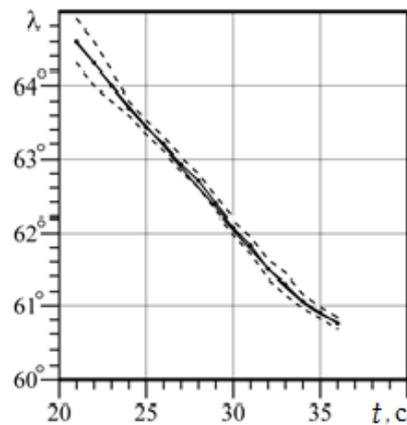


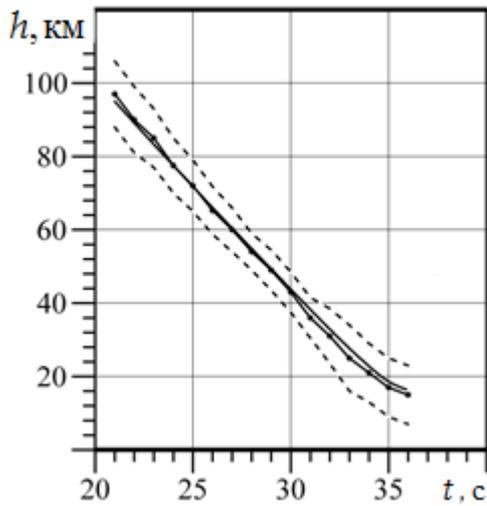
Рис.3. Зависимость долготы от времени

На рис. 5 приведены результаты минимизации функционала (6) – временные зависимости интенсивности экспериментальной I_1 по (2) и согласно модели I_2 по (3). Экспериментальная кривая выделяется узловыми точками.

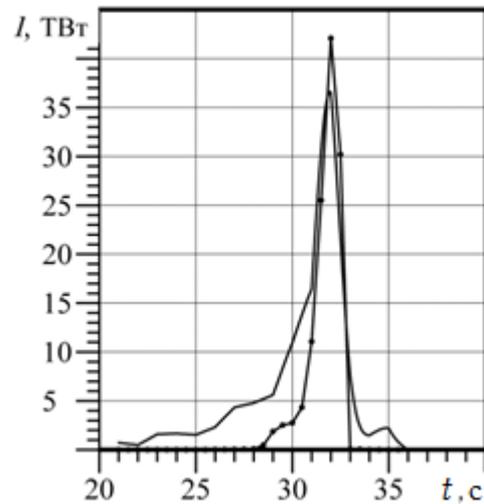
На рис. 6 приведена высотная зависимость скорости метеороида для пробной и расчетной траектории. Штриховой линией выделена пробная, экспериментальная, скорость. Расчетная скорость показана сплошной линией.

По достижению минимального значения функционала (6) параметры регуляризации установились на следующих значениях

$$\alpha_1 \approx 1.08 \text{ км}^2/\text{ТВт}^2, \quad \alpha_2 \approx 0.056 \text{ с}^2.$$



Время, с (UT – 03:20:00)
Рис.4. Зависимость высоты от времени



Время, с (UT – 03:20:00)
Рис.5. Зависимость интенсивности излучения от времени

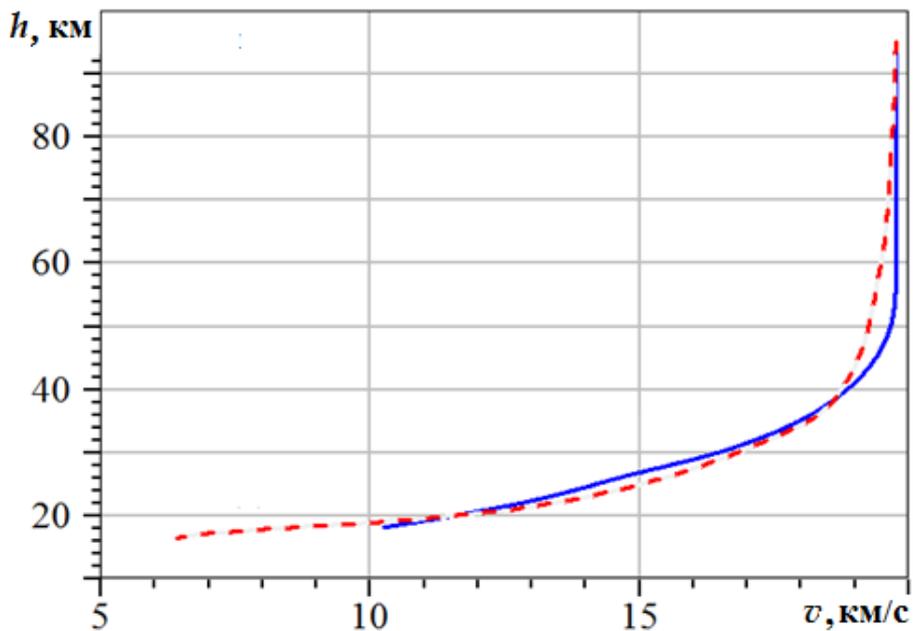


Рис.6. Зависимость скорости от высоты

ОБСУЖДЕНИЕ

Приведение некорректной задачи к корректной обычно происходит привнесением априорных данных о решении в различной форме, часто в виде регуляризирующего оператора. При этом область допустимых значений должна оставаться достаточно широкой для содержательного поиска неизвестного решения. «Перегруженность» априорными данными о решении может сделать процедуру поиска бессмысленной, так как мы заранее опишем результат. Признаки корректной задачи по Ж. Адамару следующие: решение существует, решение единственно и задача поиска устойчива.

Так как в нашем случае используемые ограничения довольно «мягкие», то легко можно подобрать параметры уравнения движения (1) такие, чтобы согласовать решение с наблюдениями. Тем самым обеспечить гарантированность решения. С учетом стабилизирующих функционалов и дополнительных требований в виде монотонности временных зависимостей скорости и массы, данная задача решается как самосогласованная.

Отметим, что решений, получаемых минимизацией функционала (5), может быть множество. И все они в какой-то мере удовлетворяют предъявляемым требованиям. В нашем случае этот факт не принципиален. Ведь наша задача состояла не только в оценивании параметров метеороида и процессов, сопровождающих падение, но и в оценке качества различных методик. Возможности получения нового знания о физике процессов, сопровождающих падения крупных космических тел.

Как известно, устойчивость по Адамару предполагает, что сколь угодно малые изменения в экспериментальных данных приводят ко сколь угодно большим изменениям в решениях. В нашем случае задача была сведена к корректной благодаря подбору необходимого и достаточного количества «стабилизаторов», сужающих область возможных решений.

ВЫВОДЫ

1. В результате решения самосогласованной задачи, уравнения движения со стабилизаторами и ограничениями, рассчитана траектория падения, а также определены временные зависимости массы и миделя. Начальная масса метеороида оценена в 10 кило тонн.
2. Относительно большая погрешность в согласовании интенсивностей излучения предполагает дальнейшее развитие модели интенсивности излучения при движении метеороидов в атмосфере Земли.
3. Минимизация функционала позволила определить параметры регуляризации α_1 и α_2 .
4. Предложенный алгоритм расчета траектории движения с учетом приведенных априорных данных регуляризирует поиск решения и делает задачу корректной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Chelyabinsk Airburst, Damage Assessment, Meteorite Recovery, and Characterization / O. P. Popova, P. Jenniskens, V. Emel'yanenko [et al.] // *Science*. – 2013. – V. 342. No 6162. – P. 1069 – 1073.
2. Черногор Л. Ф. Плазменные, электромагнитные и акустические эффекты метеорита "Челябинск" / Л. Ф. Черногор // *Инженерная физика*. – 2013. – № 8. – С. 23 – 40.
3. Chernogor L. F. The physical effects associated with Chelyabinsk meteorite's passage / L. F. Chernogor, V. T. Rozumenko // *Problems of Atomic Science and Technology*. – 2013. – Vol. 86, No 4. – P. 136 – 139.
4. Chernogor L. F. Ionosphere disturbances accompanying the flight of the Chelyabinsk body / L. F. Chernogor, V. V. Barabash // *Kinematics and Physics of Celestial Bodies*. – 2014. – V. 30, N. 3. – P. 126–136.
5. Chernogor L. F. Geomagnetic field effects of the Chelyabinsk meteoroid / L. F. Chernogor // *Geomagnetism and Aeronomy*. – 2014. – V. 54, N. 5. – P. 613 – 624.
6. Chernogor L. F. Ionospheric effects of the Chelyabinsk meteoroid / L. F. Chernogor // *Geomagnetism and Aeronomy*. – 2015. – Vol. 55, No. 3 – P. 353–368.
7. Chernogor L. F. Disturbance in the Lower Ionosphere That Accompanied the Reentry of the Chelyabinsk Cosmic Body / L. F. Chernogor // *Cosmic Research*. – 2017. – Vol. 55. – No. 5. – P. 323–332.
8. Chernogor L. F. Parameters of Infrasonic Waves Generated by the Chelyabinsk Meteoroid on February 15, 2013 / L. F. Chernogor, O. I. Liashchuk // *Kinematics and Physics of Celestial Bodies*. – 2017. – Vol. 33, No. 2. – Pp. 79 – 87.
9. Милованов Ю. Б. Численное моделирование эффектов пролета Челябинского космического тела / Ю. Б. Милованов, Л. Ф. Черногор // *Ukrainian conference on space research. Uzhhorod, Ukraine. 8 – 12 September 2014. Abstracts*. – Kyiv, 2014. – P. 36.
10. Chernogor L. F. The system spectral analysis method: a case study of acoustic effects from the Chelyabinsk meteoroid / L. F. Chernogor, N. B. Shevelev // *Proceedings of the XVII International Young Scientists' Conference on Applied Physics. May, 23-27, 2017, Kyiv, Ukraine* – P. 178 – 179.
11. Черногор Л.Ф. Высотно-временные характеристики, описывающие динамику падения Челябинского метеороида / Л. Ф. Черногор, Ю. Б. Милованов // *17 Украинская конференция по космическим исследованиям: [21–25 августа 2017 г.], Одесса, Украина. – Киев. – 2017. – С. 163.*
12. Тихонов А. Н. Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин // М.: Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 284 с.
13. Лаврентьев М. М. Теория операторов и некорректные задачи / М. М. Лаврентьев, Л. Я. Савельев. – Новосибирск: Издательство института математики, 2010. – 912 с.
14. Кручиненко В. Г. Математико-фізичний аналіз метеороного явища / В. Г. Кручиненко. – К.: Наукова думка, 2012. – 294 с.
15. The flux of small near-Earth objects colliding with the Earth / P. Brown, D. Pack., W.N. Edwards, E. Tagliaferri // *Nature*. – 2002. – V. 420. – P. 294 – 296.