

УДК 537.874.6

ДИФРАКЦИЯ ВОЛНЫ НА ПЛОСКОЙ ГРАФЕНОВОЙ РЕШЕТКЕ, РАСПОЛОЖЕННОЙ НАД ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕЙ ПЛОСКОСТЬЮ

М.Е. Калиберда, С.А. Погарский, М.П. Роюк, Т.А. Ильина

*Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина,
факультет радиофизики, биомедицинской электроники и компьютерных систем,
пл. Свободы 4, Харьков, 61077, Украина*

Поступила в редакцию 30 ноября 2017 г.

Рассмотрена задача дифракции H -поляризованной электромагнитной волны на плоской графеновой ленточной решетке, расположенной над идеально проводящей плоскостью. В основе математической модели лежит метод сингулярных интегральных уравнений. Использован псевдодифференциальный оператор Гильберта. Рассеянное поле выражается через неизвестные спектральные функции. Проводимость графеновых лент определена по формуле Кубо. Численное решение получено методом дискретных особенностей. Представлены зависимости поверхности рассеяния и поглощения от частоты.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: графеновая лента, формула Кубо, сингулярное интегральное уравнение.

Розглянуто задачу дифракції H -поляризованої хвилі на плоскій графеновій решітці зі стрічок, яка розташована над ідеальною провідною площиною. В основі математичної моделі лежить метод сингулярних інтегральних рівнянь. Використано псевдодиференціальний оператор Гільберта. Розсіяне поле виражається через невідомі спектральні функції. Провідність графенових стрічок визначена по формулі Кубо. Числовий розв'язок отримано методом дискретних особливостей. Наведено залежності поверхні розсіювання і поглинання від частоти.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: графенова стрічка, формула Кубо, сингулярне інтегральне рівняння.

Wave diffraction of the H -polarized electromagnetic wave by the graphene strip grating placed above perfectly electric conducting plane is considered. The mathematical model is based on the method of singular integral equations. Pseudodifferential Hilbert operator is used. Scattered field is expressed via unknown spectral functions. The conductivity of graphene strips is determined from Kubo formalism. The numerical solution is obtained by the method of discrete singularities. Dependences of scattering and absorption cross sections are represented.

KEY WORDS: graphene strip, Kubo formalism, singular integral equation.

ВВЕДЕНИЕ

Графеновые ленточные решетки могут быть использованы при создании частотно-селективных поверхностей, антенн, сенсоров и поглотителей [1-4]. За счет приложения электростатического поля, удастся изменять характеристики одиночной графеновой ленты, такие как химический потенциал, а значит и характеристики решетки в целом. Это создает предпосылки для создания на основе графена перестраиваемых устройств.

Графеновую ленту можно рассматривать как поверхность нулевой толщины с конечной проводимостью при условии, что ее ширина больше 100 нм. В этом случае пренебрегают влиянием краев на проводимость и используют модель, разработанную для бесконечных поверхностей [5]. Частотно зависимую проводимость графена можно определить по формуле Кубо [6]. После чего применимы различные численные или численно-аналитические методы, такие как метод сеток, метод конечных элементов или метод моментов. При исследовании многослойных графеновых структур часто применяют модель, в которой графен заменяется эквивалентным диэлектриком. Обзор данных методов, а также погрешность модели эквивалентного диэлектрика обсуждается, например, в [7].

В работах [8, 9] рассмотрены многослойные графеновые структуры. При анализе используется эквивалентная диэлектрическая проницаемость, полученная при помощи формулы Кубо. В [9] численный метод основан на каналах Флоке. В работах [10, 11] рассмотрены плоские графеновые решетки. Рассеянное поле представлено при помощи потенциалов с неизвестной плотностью тока на лентах. Плотность тока найдена из гиперсингулярных интегральных уравнений. В работе [12] схожие структуры рассматривались при помощи метода сингулярных интегральных уравнений.

В данной работе задача дифракции на графеновой решетке над идеально проводящей плоскостью решается с использованием метода сингулярных интегральных уравнений. В основе схемы численного решения лежит метод дискретных особенностей. Данный метод позволяет аналитически учесть условие излучения и условие на ребре. Сходимость метода подтверждается соответствующими теоремами [13, 14].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Расположим графеновую решетку в плоскости $z = 0$. Ленты находятся на одинаковом расстоянии друг от друга. Ширина каждой ленты равна $2d$, период решетки – l . Идеально проводящая плоскость описывается уравнением $z = -h$. Обозначим следы лент на плоскости xOy как $L = \bigcup_{n=1}^N (-d + l \cdot n; d + l \cdot n)$,

где N – число лент. Геометрия структуры представлена на рис.1. Графеновые ленты характеризуются следующими параметрами: химическим потенциалом μ_c , временем релаксации τ , температурой T .

Предположим, что на исследуемую структуру из области $z > 0$ падает плоская H -поляризованная

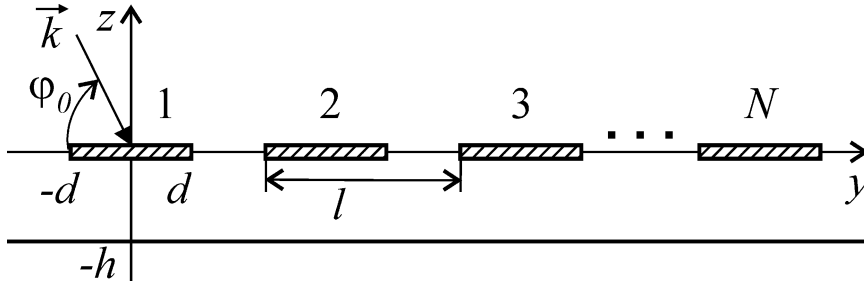


Рис. 1. Геометрия исследуемой структуры.

монохроматическая волна под углом φ_0 , который отсчитывается от отрицательного направления оси Oy

$$H_x^i(y, z) = \exp(ik(y \cos \varphi_0 - z \sin \varphi_0)).$$

Полное поле будем искать в виде суперпозиции трех полей: падающего поля, поля, отраженного от идеально проводящей плоскости (в отсутствие решетки) и поля, рассеянного решеткой $H_x^{sc}(y, z)$:

$$H_x(y, z) = \exp(ik(y \cos \varphi_0 - z \sin \varphi_0)) + \exp(ik(y \cos \varphi_0 + z \sin \varphi_0)) + H_x^{sc}(y, z). \quad (1)$$

Полное поле должно удовлетворять уравнению Гельмгольца при $z > -h$ вне лент, граничному условию на идеально проводящей плоскости и на графеновых лентах, условию непрерывности, условию излучения и условию на ребре. Рассеянное решеткой поле ищем в виде

$$H_x^{sc}(y, z) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} C(\xi) \exp(ik\xi y + ik\gamma(\xi)z) d\xi, & z > 0, \\ - \int_{-\infty}^{\infty} C(\xi) \frac{\cos(k\gamma(\xi)(z+h))}{\cos(\gamma(\xi)kh)} d\xi, & 0 > z > -h, \end{cases} \quad (2)$$

где $C(\xi)$ – неизвестная спектральная функция, $\gamma(\xi) = \sqrt{1 - \xi^2}$, $\text{Re} \gamma(\xi) \geq 0$, $\text{Im} \gamma(\xi) \geq 0$, k – волновое число. Заметим, что полное поле (1) при условии (2) удовлетворяет уравнению Гельмгольца, условию излучения и граничному условию на идеально проводящей плоскости. Из граничных условий на графеновых лентах и условия непрерывности можем получить парные интегральные уравнения

$$\int_{-\infty}^{\infty} C(\xi) (1 + i \text{ctg}(\gamma(\xi)kh)) \exp(ik\xi y) d\xi = 0, \quad y \notin L, \quad (3)$$

$$\frac{i}{\sigma Z_0} \int_{-\infty}^{\infty} C(\xi) (1 + i \text{ctg}(\gamma(\xi)kh)) \exp(ik\xi y) d\xi + i \int_{-\infty}^{\infty} C(\xi) \gamma(\xi) \exp(ik\xi y) d\xi = 2k \sin \varphi_0 \sin(kh \sin \varphi_0), \quad y \in L, \quad (4)$$

где σ – проводимость графена, Z_0 – характеристическое сопротивление вакуума.

СИНГУЛЯРНОЕ ИНТЕГРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ

Сведем парные интегральные уравнения (3), (4) к сингулярному интегральному уравнению с дополнительными условиями, как это сделано в работах [13, 14]. Введем функции

$$D(\xi) = C(\xi) (1 + i \text{ctg}(\gamma(\xi)kh)),$$

$$U(y) = \int_{-\infty}^{\infty} D(\xi) \exp(ik\xi y) d\xi.$$

Функция $U(y)$ с точностью до константы равна плотности тока на графеновых лентах. Из (3) следует, что $U(y) = 0$ при $y \notin L$. Рассмотрим производную функции $U(y)$, которую обозначим

$$F(y) = U'(y) = \int_{-\infty}^{\infty} ik\xi D(\xi) \exp(iky\xi) d\xi. \quad (5)$$

Из (5) и свойств функции $U(y)$ следует, что $F(y) = 0$ при $y \notin L$. Тогда

$$D(\xi) = \frac{1}{2\pi i\xi} \int_L F(y) (\exp(iky\xi) - 1) dy. \quad (6)$$

Введем оператор Гильберта по формуле

$$PG(y) = \frac{1}{\pi} PV \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G(\xi)}{\xi - y} d\xi. \quad (7)$$

Здесь $G(\xi)$ – произвольная функция, для которой интеграл (7) сходится, PV означает главное значение по Коши. Используя асимптотику функции $\gamma(\xi)$, при $\xi \rightarrow \infty$, представим ее во втором интеграле в уравнении (4) виде $\gamma(\xi) = (\gamma(\xi) - i|\xi|) + i|\xi|$. Тогда, с учетом выражения (6), применяя оператор Гильберта

(7) и формулу (5) к слагаемому $\int_{-\infty}^{\infty} |\xi| C(\xi) \exp(ik\xi y) d\xi$ в уравнении (4), получим сингулярный интеграл.

Применяя к оставшимся слагаемым в уравнении (4) выражение (6) и группируя их, окончательно получим сингулярное интегральное уравнение

$$\frac{1}{\pi} PV \int_L \frac{F(\xi)}{\xi - y} d\xi + \frac{1}{\pi} \int_L K(y, \xi) F(\xi) d\xi = 4k \sin \varphi_0 \sin(kh \sin \varphi_0), \quad (8)$$

ядро которого имеет вид

$$K(y, \xi) = k \int_0^{\infty} \frac{\sin(k\zeta(y - \xi))}{\zeta} \left(\zeta + i \frac{2\gamma(\xi)}{1 + i \operatorname{ctg}(\gamma(\xi)kh)} \right) d\zeta + q(y, \xi),$$

$$q(y, \xi) = \begin{cases} \frac{2ik\pi}{\sigma Z}, & \xi \leq y, \\ 0, & \xi > y. \end{cases}$$

Из уравнения (3) следуют дополнительные условия

$$\frac{1}{\pi} \int_{-d+lm}^{d+lm} F(\xi) d\xi = 0, \quad m = 1, 2, \dots, N. \quad (9)$$

Численное решение сингулярного интегрального уравнения (8) с дополнительными условиями (9) может быть получено методом дискретных особенностей [13, 14].

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

С использованием решение сингулярного интегрального уравнения с дополнительными условиями (8), (9), исследованы зависимости полной поверхности рассеяния ($TSCS$) и поверхности поглощения (ACS), которые можно вычислить по формуле

$$TSCS = \frac{2\pi}{k} \int_0^{\pi} |C(-\cos \varphi) \sin \varphi|^2 d\varphi,$$

$$ACS = \operatorname{Re} \frac{1}{\sigma Z_0} \sum_{m=1}^N \int_{-d+lm}^{d+lm} |U(y)|^2 dy.$$

На рис.2 представлены зависимости $TSCS$ и ACS от h для различных значений химического потенциала при $\varphi_0 = 90^0$. Кривые построены для значения частоты $f = 1.3$ ТГц, которая близка к частоте первого плазмонного резонанса при $\mu_c = 0.1$ эВ. Для сравнения горизонтальной линией указаны значения $TSCS$ и ACS для одиночной решетки без идеально проводящей плоскости, $\mu_c = 0.1$ эВ [12]. Зависимости носят практически периодический характер с периодом $kh \approx \pi$. На графиках присутствуют ярко выраженные зоны, в которых наблюдается значительный рост поглощения падающей волны. Величиной поглощения удастся управлять за счет изменения химического потенциала. Данный факт указывает на возможное применение решетки при создании перестраиваемых поглотителей. На

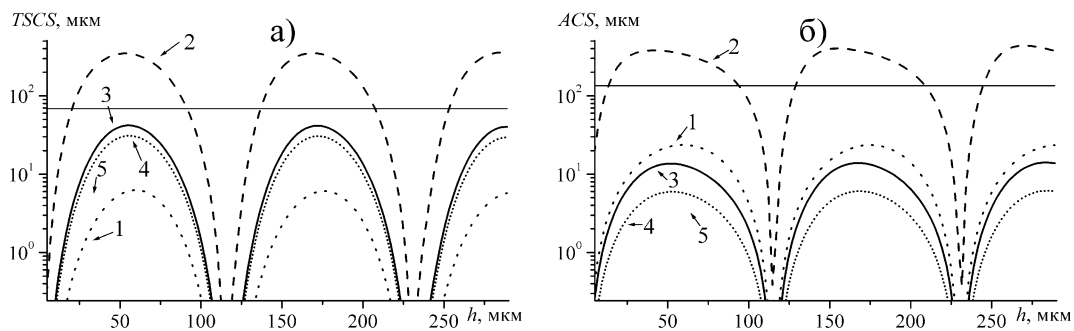


Рис. 2. Зависимости а) $TSCS$ и б) ACS от h при $f=1.3$ ТГц, $N=5$, $d=10$ мкм, $l=70$ мкм, $\tau=1$ пс, $T=300$ К. 1- $\mu_c=0$ эВ, 2- $\mu_c=0.1$ эВ, 3- $\mu_c=0.3$ эВ, 4- $\mu_c=0.5$ эВ, 5- одиночная решетка, $\mu_c=0.1$ эВ.

определенных интервалах значений параметра kh , величина $TSCS$ и ACS исследуемой структуры в несколько раз превышает соответствующие значения для решетки без идеально проводящей плоскости.

ВЫВОДЫ

В данной работе с использованием метода сингулярных интегральных уравнений решена задача дифракции плоской H -поляризованной волны на графеновой ленточной решетке, расположенной над идеально проводящей плоскостью. Исследованы зависимости поверхности рассеяния и поглощения от расстояния между решеткой и плоскостью. Для определенных интервалов значений параметров, наблюдается значительный рост поглощения по сравнению со случаем одиночной графеновой решетки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Geim K. The rise of graphene/ K. Geim, K. S. Novoselov // *Nature Mater.* – 2007. – Vol. 6. – P. 183-191.
2. Otsuji T. Graphene-based devices in terahertz science and technology/ T. Otsuji, S. A. Boubanga Tombet, A. Satou, H. Fukidome, M. Suemitsu, E. Sano, V. Popov, M. Ryzhii, V. Ryzhii // *J. Phys. D: Appl. Phys.* – 2012. – Vol. 45, P. 303001.
3. Tamagnone M. Reconfigurable THz plasmonic antenna concept using a graphene stack/ M. Tamagnone, J. S. Gomez-Diaz, J. R. Mosig, J. Perruisseau-Carrier // *Appl. Phys. Lett.* – 2012. – Vol. 101. – P. 214102.
4. Francescato Y. Graphene sandwiches as a platform for broadband molecular spectroscopy/ Y. Francescato, V. Giannini, J. Yang, M. Huang, and S. A. Maier // *ACS Photonics.* – 2014. – Vol. 1, no. 5. – P. 437-443.
5. Han M. Y. Energy band gap engineering of graphene nanoribbons/ M. Y. Han, B. Oezylmaz, Y. Zhang, P. Kim // *Phys. Rev. Lett.* – 2017, Vol. 98, no. 20. – P. 206805.
6. Hanson G. W. Dyadic Green's functions and guided surface waves for a surface conductivity model of graphene/ G. W. Hanson // *J. of Appl. Phys.* – 2008. – Vol. 103. – P. 064302.
7. Shao Y. A review of computational electromagnetic methods for graphene modeling/ Y. Shao, J. J. Yang, M. Huang // *Int. J. of Antennas Propag.* – 2016. – P. 7478621.
8. Huidobro P. A. Graphene, plasmons and transformation optics/ P. A. Huidobro, M. Kraft, R. Kun, S. A. Maier, J. B. Pendry // *J. of Optics.* – 2016. – Vol. 18. – P. 044024.
9. Голованов О. А. Электродинамический расчет коэффициентов прохождения тем-волны через многослойные периодические структуры графен-диэлектрик в терагерцовом диапазоне/ О. А. Голованов, Г. С. Макеева, В. В. Вареница, Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2014. – Т. 32, №. 4. – С. 108-122.
10. Shapoval O. V. Bulk refractive-index sensitivities of the THz-range plasmon resonances on a micro-size graphene strip / O. V. Shapoval, A. I. Nosich // *IOP J. of Physics D: Applied Physics.* – 2016. – Vol. 49, no. 5. – P. 055105/8.
11. Balaban M. V. THz wave scattering by a graphene strip and a disk in the free space: integral equation analysis and surface plasmon resonances / M. V. Balaban, O. V. Shapoval, A. I. Nosich // *J. Opt.* – 2013. – Vol. 15. – P. 1-9.
12. Kaliberda M. E. Modeling of Graphene Planar Grating in the THz Range by the Method of Singular Integral Equations/ M. E. Kaliberda, L. M. Lytvynenko, S. A. Pogarsky // *Frequenz.* – 2018. – DOI: 10.1515/freq-2017-0059.
13. Гандель Ю. В. Метод дискретных особенностей в задачах электродинамики / Ю. В. Гандель // *Вопросы кибернетики.* М: Издательство АН СССР. – 1986. – Вып. 124. – С. 166-183.
14. Гандель Ю. В. Метод парных и сингулярных интегральных уравнений в задачах дифракции на ограниченных решетках / Ю. В. Гандель // *Электромагнитные явления.* – 1998. – Т.1.– №2. – С.220-232.