

УДК 621.574.4

## ДИФРАКЦИОННАЯ ТОМОГРАФИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ИМПЕДАНСНОЙ ПОВЕРХНОСТИ В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ

Д.О. Батраков

Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина,  
факультет радиофизики, биомедицинской электроники и компьютерных систем.

пл. Свободы 4, Харьков, 61077, Украина

Поступила в редакцию 16 ноября 2017 г.

Предложена схема объединения метода расчета эквивалентного поверхностного импеданса, учитывающего кривизну поверхности, и алгоритма решения обратной задачи восстановления распределения импеданса по данным регистрации поля на некотором замкнутом контуре вне объекта. Это позволяет отнести предлагаемый подход к направлению «дифракционная томография». Как и при других реализациях схемы Ньютона-Канторовича, в качестве информативных параметров могут выступать не только пространственное положение приемной антенны (дифракционная томография), но и частота зондирующего монохроматического сигнала или его поляризационное состояние. Еще одним преимуществом предложенного алгоритма, как и других алгоритмов в рамках схемы Ньютона - Канторовича, является возможность построения итерационной процедуры с помощью многократного повторения процесса нахождения поправки к стартовому значению распределения импеданса (начальному приближению).

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** эквивалентный поверхностный импеданс, обратная задача, томография.

Запропоновано схему об'єднання методу розрахунку еквівалентного поверхневого імпедансу, що враховує кривизну поверхні і алгоритму розв'язання оберненої задачі відновлення розподілу імпедансу за даними реєстрації поля на деякому замкнутому контурі поза об'єктом. Це дозволяє віднести пропонований підхід до напрямку «дифракційна томографія». Як і при інших реалізаціях схеми Ньютона-Канторовича, в якості інформативних параметрів можуть виступати не тільки просторове переміщення антени (дифракційна томографія), але й частота зондуючого монохроматичного сигналу або його поляризаційний стан. Ще однією перевагою запропонованого алгоритму, як і інших алгоритмів в рамках схеми Ньютона - Канторовича, є можливість побудови ітераційної процедури за допомогою багаторазового повторення процесу знаходження поправки до стартового значення розподілу імпедансу (початкового наближення).

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** еквівалентний поверхневий імпеданс, зворотна задача, томографія.

A scheme is proposed for combining the method of calculating an equivalent surface impedance, taking into account the curvature of the surface and the algorithm for solving the inverse problem of reconstructing the impedance distribution from the field registration data on a certain closed loop outside the object. This allows us to relate the proposed approach to the direction of "diffraction tomography." As with other implementations of the Newton-Kantorovich scheme, not only the spatial position of the receiving antenna (diffraction tomography), but also the frequency of the sensing monochromatic signal or its polarization state, can serve as informative parameters. Another advantage of the proposed algorithm, as well as other algorithms in the framework of the Newton-Kantorovich scheme, is the possibility of constructing an iterative procedure by repeating the process of evaluating the correction to the starting value of the impedance distribution (initial approximation).

**KEY WORDS:** equivalent surface impedance, inverse problem, tomography.

### ВВЕДЕНИЕ

Данная работа является обобщением и развитием методов, предложенных ранее в [1-3]. В частности, в [1] были предложены методы решения двумерных задач дифракции электромагнитных волн на бесконечном цилиндре эллиптического поперечного сечения, поверхность которого с электродинамической точки зрения может характеризоваться величиной эквивалентного поверхностного импеданса. Понятие поверхностного импеданса впервые введено в работах [4-6] и позднее в [7-9] изначально как прием описания рассеяния электромагнитных волн хорошо проводящими поверхностями. Понятно, что модели, используемые для описания процессов дифракции электромагнитных волн на реальных объектах, и возможные математические формулировки краевых задач тесно связаны. Соответственно, прогресс в одной из них невозможен без соответствующего продвижения в другой. С другой стороны, успехи в одной области часто служат фундаментом для развития смежных направлений. В данном случае сначала было предложено использовать импедансные граничные условия для анализа рассеяния электромагнитных волн на цилиндрических поверхностях [1]. Такие граничные условия могут быть вполне строго введены лишь для случая падения плоской волны на плоскую поверхность хорошего проводника [1, 4-6]. Но при выполнении определенных ограничений на параметры задачи [1,5], такие условия с достаточной точностью могут быть использованы и для криволинейных поверхностей, а также для волн с неплоским фазовым фронтом. Позднее оказалось, что

моделирование электрических свойств поверхностей различных материальных сред с помощью эквивалентного поверхностного импеданса позволяет весьма эффективно найти решение многих важных задач. Например, были получены условия импедансного типа для случая комплексной диэлектрической проницаемости, близкой к единице, но при определенных предположениях относительно вида падающего и рассеянного полей. Вопросы, связанные с пределами применимости импедансных граничных условий для криволинейных поверхностей были впоследствии рассмотрены в работе [2]. С другой стороны, обратные задачи, т.е. задачи восстановления распределения поверхностного импеданса криволинейных поверхностей представляют значительный практический интерес в различных областях науки и технических приложениях [3]. Отсутствие достаточно мощных ЭВМ, позволяющих быстро получать решение прямых задач, долгое время сдерживали продвижение исследований в этом направлении, несмотря на их актуальность. Появление современных персональных ЭВМ и одновременное развитие численно ориентированных методов решения обратных задач открывают новые перспективы для дальнейшего прогресса. Поэтому цель данной статьи – объединить идеи, предложенные в [1-3] в единый метод решения задач восстановления свойств криволинейных поверхностей. В соответствии с логикой исследования вначале рассмотрен метод расчета эквивалентного импеданса с учетом кривизны поверхности, а затем приведена соответствующая схема решения обратной задачи.

### ВЫВОД ИТОГОВЫХ СООТНОШЕНИЙ ДЛЯ ПОВЕРХНОСТНОГО ИМПЕДАНСА

Изначально понятие поверхностного импеданса  $z$  было введено как [4-6]:

$$z = \sqrt{\frac{\mu_\alpha}{\varepsilon_\alpha}} = z_0 z_s, \quad (1)$$

где  $z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$  – импеданс свободного пространства, а  $z_s = \sqrt{\mu/\varepsilon}$  – относительный поверхностный импеданс,  $\varepsilon$ ,  $\mu$  – относительные магнитная и диэлектрическая постоянные, или как граничное условие:

$$\mathbf{E} - (\mathbf{E} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n} = z_s z_0 [\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}] \quad (2)$$

где  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  – амплитуды полного электрического и магнитного полей на границе раздела.

Вывод соотношений (2) основан на анализе поведения простейших решений уравнений Максвелла – плоских волн [8], принимающих более простой вид, когда волны распространяются вдоль единичного вектора  $\mathbf{n}$  в направлении оси Oz. В таком случае, как показано в [2] между компонентами поля будет иметь место связь вида:

$$\mathbf{E} = - \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} [\mathbf{nH}]. \quad (3)$$

где величину  $z_0 = \sqrt{\mu/\varepsilon}$ , определяющую количественную связь между напряженностями полей, называют импедансом среды.

Далее, полагая  $\mathbf{n} = -\mathbf{n}_0$ , где  $\mathbf{n}_0$  – внешняя нормаль к границе раздела двух сред (направленная из среды 2 в среду 1), с помощью векторного умножения обеих частей (3) на  $\mathbf{n}_0$  получим следующее соотношение:

$$[\mathbf{n}_0 \mathbf{E}] = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} [\mathbf{n}_0 [\mathbf{n}_0 \mathbf{H}]]. \quad (4)$$

Последнее соотношение эквивалентно (2). Это можно показать, если подставить вместо  $\mathbf{H}$  его выражение через вектор напряженности электрического поля, аналогичное (3)  $\mathbf{H} = - \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} [\mathbf{n}_0 \mathbf{E}]$ , и учесть векторное тождество  $[\mathbf{a}[\mathbf{bc}]] = \mathbf{b}(\mathbf{ac}) - \mathbf{c}(\mathbf{ab})$ .

Наиболее часто условие (2) употребляется в первом приближении. В таком случае, если предположить, что плоская бесконечная граница разделяет две среды - вакуум и металл, который характеризуется (в пренебрежении токами смещения) диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_\alpha = i\sigma_0/\omega$  ( $\sigma_0$  – проводимость на постоянном токе) то выражение для поверхностного импеданса примет вид:

$$z_s = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma_0}}(1-i) \quad (5)$$

Кроме того, в [2] показано, что применение условия (2) возможно и в случае неоднородных криволинейных поверхностей, разделяющих вакуум и хорошо поглощающую среду, а также в случае падения волн с неплоским фазовым фронтом. Важно, что и в этом случае связь между компонентами полей по-прежнему определяется локальным граничным условием (2), однако фигурирующий там относительный поверхностный импеданс будет уже анизотропным, зависящим от значений электрических параметров среды и геометрии поверхности раздела в каждой точке

$$z_{s\gamma\beta} = \sqrt{\frac{\mu(\alpha, \beta, \gamma)}{\varepsilon(\alpha, \beta, \gamma)}} \left\{ 1 + \frac{1}{2ik(\alpha, \beta, \gamma)d} \left[ \frac{1}{\rho_\beta} - \frac{1}{\rho_\gamma} + \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{g_\alpha}} \ln'_\alpha \frac{\mu(\alpha, \beta, \gamma)}{\varepsilon(\alpha, \beta, \gamma)} \right] \right\} \quad (6)$$

а  $z_{s\beta\gamma}$  получается из (6) перестановкой  $\rho_\beta$  и  $\rho_\gamma$ . В этом случае удобно ввести тензор импеданса  $\hat{z}_s$ , компонентами которого для двумерных задач будут:

$$\hat{z}_s = \begin{pmatrix} 0 & z_{s\beta\gamma} \\ z_{s\gamma\beta} & 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

Наиболее важный результат состоит в том, что электрические параметры среды и геометрические характеристики поверхности входят в (6) лишь в виде отношения их к  $d$  - малому параметру, характеризующему глубину проникновения поля в металл и называемому толщиной скин-слоя. Более точные приближения к граничному условию (2) могут быть получены на основе интегральных представлений полей внутри рассеивателя. Однако в [9] показано, что в такой постановке задача существенно усложняется из-за наличия интегрального оператора в правой части граничного условия.

Как уже говорилось выше, существенным вопросом является точность условий (2),(4). Из соотношения (6) следует, что точность граничного условия (2) можно оценить лишь конкретизировав физико-геометрические параметры объекта. Точные оценки при этом могут быть получены путем сравнения результатов вычислений, полученных сначала с помощью точных граничных условий, а затем с помощью (2). В работе [7] представлены результаты соответствующих вычислительных экспериментов для кругового цилиндра и рассчитаны относительные погрешности, вносимые применением условия (2) но без учета поправки на кривизну поверхности.

На основании полученных результатов и работы [5] авторы также установили, что применение эквивалентного граничного условия (2) эффективно и в случае эллиптического цилиндра с поверхностью, обладающей импедансными свойствами, а погрешность может быть определена из приведенных там диаграмм.

Особый практический интерес представляют цилиндрические поверхности с кусочно-неоднородным азимутальным распределением импеданса [7]. Применение импедансного условия (2) возможно и в этом случае при условии, что параметры среды плавно изменяются на расстояниях, сравнимых с глубиной проникновения поля во вторую среду. Это объясняет результаты соответствующих вычислительных экспериментов, приведенные в [7]. Кроме того, необходимо отметить, что с помощью метода возмущений можно получить аналогичные соотношения для определения компонент тензора импеданса и в некоторых других практически важных случаях. Соотношение (2) действительно будет граничным условием при выполнении требования локальной независимости поля внутри объекта от поля во внешней среде [8]. Импеданс, таким образом, должен определяться только параметрами внутренней среды, при этом важно, что поле внутри объекта должно изменяться в направлении нормали к границе, как и плоская волна, безотносительно к структуре поля вне тела.

В частности, когда границей тела является идеально проводящая координатная поверхность, покрытая слоем диэлектрика, то преломленное поле будет иметь вид плоской волны, движущейся внутрь тела при условии [8]:

$$\varepsilon_{\alpha 2} \mu_{\alpha 2} \gg \varepsilon_{\alpha 1} \mu_{\alpha 1} \quad (8)$$

В таком случае внутри диэлектрика, помимо прошедшей, будет распространяться также и волна, отраженная от идеально проводящей плоскости. При условии малой волновой толщины слоя

$$k_0 \sqrt{\varepsilon \mu} d \ll 1 \quad (9)$$

отклонения распространения волн от нормали будут незначительными. Векторы напряженности электрического и магнитного полей  $\mathbf{E}, \mathbf{H}$  внутри слоя должны удовлетворять уравнениям Максвелла. Однако теперь, для построения решения в случае криволинейной координатной границы методом возмущений следует положить, что поля изменяются по закону:

$$\vec{E} = \frac{\vec{A}}{\sqrt{\varepsilon}} \left( e^{-ik_0 \sqrt{\varepsilon \mu} \alpha/d} - e^{ik_0 \sqrt{\varepsilon \mu} (\alpha+2d)/d} \right); \quad \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\sqrt{\mu}} \left( e^{-ik_0 \sqrt{\varepsilon \mu} \alpha/d} + e^{ik_0 \sqrt{\varepsilon \mu} (\alpha+2d)/d} \right), \quad (10)$$

где  $k_0$  – волновое число свободного пространства;

$\varepsilon, \mu$  – относительная диэлектрическая и магнитная проницаемости;

$d$  – толщина слоя;

$\alpha$  – нормальная к поверхности слоя координата.

Если теперь частично проделать выкладки, аналогичные проведенным в [2], то мы придем к так называемому уравнению эйконала [8]. Учет кривизны поверхности диэлектрического слоя на идеально проводящей подложке и соотношений из [8] приведет в координатах эллиптического цилиндра к следующим выражениям для компонент тензора эквивалентного импеданса [1]:

$$z_{sz\eta} = z_{s\eta z} = i \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \operatorname{tg}(L_\xi) \quad (11)$$

где

$$L_\xi = 2\pi \int_{\xi_c}^{\xi_c-d} a_l \left( \sqrt{ch^2 \xi_c - \cos^2 \eta} / ch \xi_c \right) d\xi \quad (12)$$

$a_l$  – отношение большей полуоси эллипса поперечного сечения к длине волны.

Еще одно направление применения эквивалентных граничных условий – гребенчатые или ребристые периодические структуры, применяющиеся в микроволновой технике. Если, следуя [8] обозначить поперечную толщину ребра через  $\theta$ , а период через  $L$ , глубину канавки между двумя соседними ребрами –  $d$ , то ширина канавки будет равна  $L - \theta$ . Для такой структуры также можно использовать аппарат эквивалентных граничных условий, причем выполняться эти условия должны на воображаемой поверхности, содержащей торцы ребер. В случае канавок малой волновой ширины, т.е. при условии  $L - \theta \ll \lambda$  в них будут распространяться только волны Т – типа [1,8]. За счет отражения от дна канавки в пространствах между ребрами возникнут стоячие волны, и поля внутри канавок будут представлять суперпозицию плоских волн. Если предположить, что ребра имеет малую толщину, т.е. что  $\theta \ll \lambda$ , и усреднить поля в воображаемой плоскости торцов ребер по периоду, то окажется, что соотношения (22) применимы и в этом случае. Однако поверхностный импеданс уже в нулевом порядке относительно  $d$ , т.е. для плоской поверхности, будет анизотропным. Если падающее поле имеет отличные от нуля и параллельные ребрам компоненты вектора  $\mathbf{H}$  для  $z_S^H$  получается соотношение [1]:

$$z_S^H = \frac{E_\beta}{H_z} = i \frac{L - \theta}{L} z_0 \operatorname{tg} kd, \quad (13)$$

а для  $z_S^E$  имеем:  $z_S^E = 0$  (в предположении, что ребра параллельны образующим цилиндра). На этом заканчивается формально первая часть, связанная с расширением круга объектов, допускающим применение эквивалентных граничных условий.

### РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

Следующий этап - решение собственно обратной задачи. Для этого рассмотрим две задачи (14) и (15) – относительно полных полей  $u$  и  $u^{aux}$ , подчиняющихся уравнениям и условиям:

$$\begin{aligned} (\Delta + k^2)u &= 0, \quad \mathbf{r} \in D. \\ \frac{\partial u}{\partial n_s} + z_s u &= 0, \quad \mathbf{r} \in L_s \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
 (\Delta + k^2)u^{aux} &= 0, \quad \mathbf{r} \in D. \\
 \frac{\partial u^{aux}}{\partial n_s} + z_s^{aux} u^{aux} &= 0, \quad \mathbf{r} \in L_s;
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

Здесь  $\mathbf{r} = (x, y, 0)$  ;

$L_s$  – контур в плоскости  $xOy$ , отвечающий поверхности рассеивателя;

$S$  – область пространства, внешняя к линии  $L_s$  (рис. 1);

$k^2$  – волновое число во внешней области  $S$ .

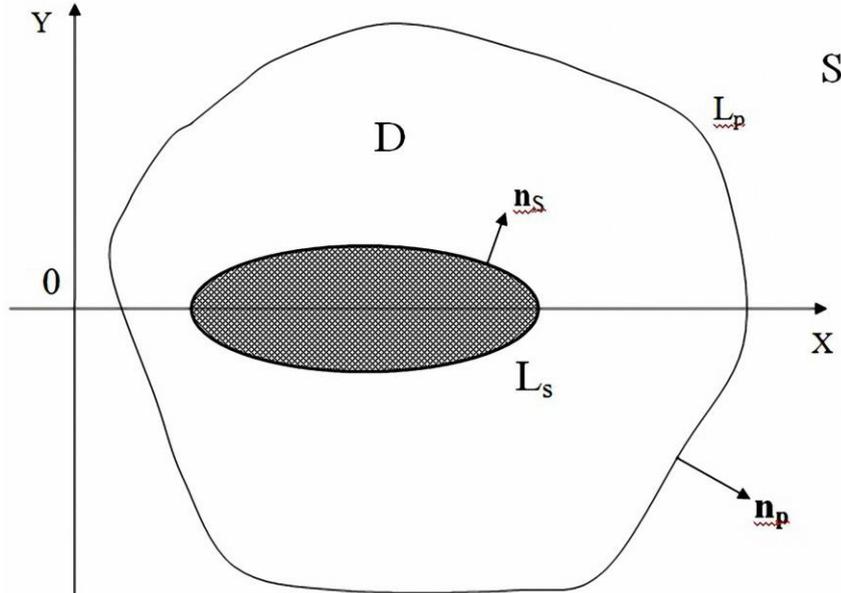


Рис. 1. Геометрия вспомогательной задачи.

$z_s$  и  $z_s^{aux}$  – импедансы двух объектов одной и той же формы поперечного сечения – реального и виртуального (пробного) соответственно. В общем случае импедансы являются функциями координат  $(x, y)$  точек поверхности  $L_s$ :  $\mathbf{n}_s$  нормаль к  $L_s$  направлена в сторону области  $S$ , а  $u, u^{aux}$  – полные поля, возникающие при дифракции первичного поля на телах с поверхностными импедансами  $z_s$  и  $z_s^{aux}$  соответственно, а  $u_{sc}, u_{sc}^{aux}$  – рассеянные поля в соответствующих случаях:

$$u = u_{in} + u_{sc} \quad u^{aux} = u_{in}^{aux} + u_{sc}^{aux}.
 \tag{16}$$

Предполагается, что  $u_{sc}, u_{sc}^{aux}$  удовлетворяют условию излучения на бесконечности.

Очевидно, что воспользоваться предложенной ранее [10, 11] схемой решения обратной задачи в такой постановке невозможно. Поэтому введем в рассмотрение некоторый контур  $L_p$  в плоскости  $XOY$ , содержащий внутри рассеиватель (иначе говоря, охватывающий контур  $L_s$ ). Обозначим через  $n_p$  внешнюю нормаль к нему,  $D$  – участок плоскости  $XOY$  между контурами  $L_s$  и  $L_p$ . Применим вторую формулу Грина к области  $D$  с учетом, что это многосвязная область, ограниченная двумя контурами –  $L_s$  и  $L_p$  и в ней нет сторонних источников. Из уравнений (14), (15) для  $u, u^{aux}$  следует:

$$\begin{aligned}
 0 &= \int_D (u^{aux} \Delta u - u \Delta u^{aux}) dS = \\
 &= \oint_{L_s} \left( u^{aux} \frac{\partial u}{\partial n_s} - u \frac{\partial u^{aux}}{\partial n_s} \right) dl_s - \oint_{L_p} \left( u^{aux} \frac{\partial u}{\partial n_p} - u \frac{\partial u^{aux}}{\partial n_p} \right) dl_p.
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

Здесь  $dl_s$  и  $dl_p$  - элементы длины контуров  $L_s$  и  $L_p$  соответственно. Знак « $\leftarrow$ » перед вторым интегралом в правой части отражает тот факт, что нормаль  $\mathbf{n}_p$  к контуру  $L_p$  направлена наружу, а не внутрь области  $D$  (Рис.1).

Из граничных условий на  $L_s$  (14, 15 – нижние строки) получаем:

$$\oint_{L_s} \left( u^{aux} \frac{\partial u}{\partial n_s} - u \frac{\partial u^{aux}}{\partial n_s} \right) dl_s = \int_{L_s} (z_s^{aux} - z_s) \cdot u u^{aux} dl_s \quad (18)$$

Теперь предположим, что оба рассеивателя – реальный и виртуальный облучаются одинаковыми источниками, расположенными вне области  $D$  и преобразуем второй интеграл в (17), чтобы разделить поля, рассеянные разными объектами с учетом (16):

$$\begin{aligned} & \oint_{L_p} \left( u^{aux} \frac{\partial u}{\partial n_p} - u \frac{\partial u^{aux}}{\partial n_p} \right) dl_p = \\ & = \oint_{L_p} \left( u_{sc}^{aux} \frac{\partial u_{in}}{\partial n_p} - u_{in} \frac{\partial u_{sc}^{aux}}{\partial n_p} \right) dl_p + \oint_{L_p} \left( u_{in}^{aux} \frac{\partial u_{sc}}{\partial n_p} - u_{sc} \frac{\partial u_{in}^{aux}}{\partial n_p} \right) dl_p \end{aligned} \quad (19)$$

В (19) отсутствует ряд слагаемых, что следует из представлений (16) и соотношений, вытекающих из уравнений для  $u_{in}$ ,  $u_{in}^{aux}$  и  $u_{sc}$ ,  $u_{sc}^{aux}$ . Например, справедливо:

$$\oint_{L_p} \left( u_{sc}^{aux} \frac{\partial u_{sc}}{\partial n_p} - u_{sc} \frac{\partial u_{sc}^{aux}}{\partial n_p} \right) dl_p = \iint_D (u_{sc}^{aux} \Delta u_{sc} - u_{sc} \Delta u_{sc}^{aux}) = 0. \quad (20)$$

поскольку в области  $D$  нет источников и все компоненты падающего и рассеянного полей  $u_{in}$ ,  $u_{in}^{aux}$  и  $u_{sc}$ ,  $u_{sc}^{aux}$  удовлетворяют уравнениям Гельмгольца (14) либо (15).

В итоге, объединив (17–19), мы приходим к следующему соотношению:

$$\begin{aligned} & \oint_{L_p} \left( u_{in}^{aux} \frac{\partial u_{sc}}{\partial n_p} - u_{sc} \frac{\partial u_{in}^{aux}}{\partial n_p} \right) dl_p + \oint_{L_p} \left( u_{sc}^{aux} \frac{\partial u_{in}}{\partial n_p} - u_{in} \frac{\partial u_{sc}^{aux}}{\partial n_p} \right) dl_p \\ & = \oint_{L_s} (z_s^{aux} - z_s) \cdot u u^{aux} dl_s \end{aligned} \quad (21)$$

В (21) слева стоят два интеграла по внешнему контуру  $L_p$ , причем в подынтегральном выражении в первом случае стоит  $u_{sc}$  – рассеянное реальным объектом поле, которое можно измерить, а во втором стоит  $u_{sc}^{aux}$  – виртуальное рассеянное поле, которое можно рассчитать с помощью численного моделирования. Далее, при малом различии между  $z_n^{aux}$  и  $z_n$  можно приближенно положить справа под знаком интеграла в (21)  $u^{aux} \cong u$ , и обозначить

$$\begin{aligned} & \oint_{L_p} \left( u_{in}^{aux} \frac{\partial u_{sc}}{\partial n_p} - u_{sc} \frac{\partial u_{in}^{aux}}{\partial n_p} \right) dl_p = S, \\ & \oint_{L_p} \left( u_{sc}^{aux} \frac{\partial u_{in}}{\partial n_p} - u_{in} \frac{\partial u_{sc}^{aux}}{\partial n_p} \right) dl_p = S^{aux}. \end{aligned} \quad (22)$$

Тогда получим:

$$S + S^{aux} = \oint_{L_s} (z_s^{aux} - z_s) \cdot u u dl_s \quad (23)$$

Очевидно, что  $S$  и  $S^{aux}$  зависят от выбора контура  $D$ , от частоты ( $k^2$ ) и от других параметров первичного поля, например от поляризации. Все эти величины могут варьироваться в качестве информативных параметров при определении  $z_s$ .

Соотношение (23) составляет, таким образом, основу для построения вычислительного алгоритма решения обратной задачи с помощью схемы, рассмотренной в [10] и основанной на использовании алгоритма Ньютона-Канторовича. Для этого обозначим  $\delta z_s = z_s^{aux} - z_s$  и перепишем (23) в виде:

$$\oint_{L_s} \delta z_s \cdot u^2 dl_s = S + S^{aux}. \quad (24)$$

Далее, обозначим  $\oint_{L_s} \delta z_s \cdot u^2 dl_s \equiv \hat{L}(\delta z_s)$  и введем в рассмотрение, как и в [10] сглаживающий функционал  $F$  по формуле:

$$F[\delta z_s] = \sum_{j=1}^J w_j \cdot \left| S + S^{aux} - \hat{L}(\delta z_s) \right|^2 + \alpha \oint_{L_s} w(r_s) \cdot (z_s^{aux} - z_s) \cdot u^2 dl_s. \quad (25)$$

В (25) знак суммы в первом слагаемом отражает возможность постановки и решения задачи оптимизации с помощью варьирования различных информативных параметров. Мы можем свести исходную задачу к проблеме отыскания минимума сглаживающего функционала

$$F[\delta z_s] \rightarrow \min \quad (26)$$

При этом множество значений информативного параметра  $j: \{j=1, J\}$  обеспечивает возможность использования в качестве информативного параметра не только интегралов (22), что будет соответствовать принципам дифракционной томографии, но и частотных либо поляризационных параметров.

Наконец, отметим еще одно преимущество предложенного алгоритма, как и других алгоритмов в рамках схемы Ньютона-Канторовича, состоящее в возможности построения итерационной процедуры. В итоге, вводя в рассмотрение нелинейный, вообще говоря, оператор  $\hat{A}$ , мы можем переписать полученную итерационную схему в следующей компактной форме:

$$z_s^{(0)} = z_s^{aux}; \quad (27)$$

$$z_s^{(n+1)} = z_s^{(n)} + \hat{A}^{(n)} \delta z_s^{(n)}; \quad (n = 0, 1, 2, 3 \dots)$$

где  $n$  – номер итерации и  $z_s^{(0)}$  – начальное приближение для функции, описывающей распределение эквивалентного поверхностного импеданса зондируемого объекта.

Таким образом, предложенная выше схема решения обратных задач, основанная на использовании метода Ньютона-Канторовича, может быть с успехом использована и для восстановления распределений эквивалентного импеданса криволинейных поверхностей.

$$F[\delta z_s] = \int_{L_n} dl_n w_j | R^*(\lambda) - R(\lambda) - L(\lambda) \delta z_s | + \quad (28)$$

$$+ \int_{L_n} dl_n v_m(l_n) | \delta z_n(\lambda) |^2$$

## ВЫВОДЫ

Предложена схема объединения метода расчета эквивалентного поверхностного импеданса, учитывающая кривизну поверхности и алгоритм решения обратной задачи восстановления неизвестного распределения импеданса по данным регистрации поля на некотором замкнутом контуре вне объекта. Такая схема позволяет отнести предлагаемый подход к направлению дифракционная томография. Как и в других реализациях схемы Ньютона-Канторовича, в качестве информативных параметров может выступать не только пространственное положение приемной антенны (дифракционная томография), но и частота зондирующего монохроматического сигнала или его поляризационное состояние.

Еще одним преимуществом предложенного алгоритма, как и других алгоритмов в рамках схемы Ньютона – Канторовича, является возможность построения итерационной процедуры с помощью многократного повторения процесса нахождения поправки к стартовому значению распределения импеданса (начальному приближению). Это придает предложенному алгоритму особую важность, поскольку данная задача, как и все реальные постановки обратных задач, относятся к задачам с существенно неполными данными. Иными словами, отсутствие полноты (нехватка) данных и некорректность (неединственность и неустойчивость решения) задачи не позволяют гарантировать, что получено верное и единственное решение. И лишь итерационная процедура дает возможность с помощью многократной коррекции как начального приближения, так и каждый раз заново рассчитываемой поправки к нему, получать более точные результаты.

В плане дальнейшего развития данного подхода можно указать как совершенствование определения и точности расчета эквивалентного поверхностного импеданса, так и развитие схемы решения собственно обратной задачи с привлечением, например, принципа максимума Понтрягина.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Батраков Д.О. Рассеяние электромагнитных волн эллиптическим цилиндром, поверхность которого обладает разнородными электрическими свойствами: Дисс. канд. физ.-мат. наук: 01.04.03 /Батраков Дмитрий Олегович. – Харьков, 1985, 216 с.
2. Батраков Д.О. Применение эквивалентных граничных условий в задачах дифракции электромагнитных волн на криволинейных поверхностях. / Вісник харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна. // 2002. - №514. - С. 83-88.
3. Батраков Д. О. Разработка радиофизических моделей применительно к проблеме зондирования неоднородных сред: дис. ... доктора физ.-мат. наук: 01.04.03 /Батраков Дмитрий Олегович. – Харьков, 1995. – 293 с.
4. Щукин А.Н. Распространение радиоволн. М.: Гос. Изд-во лит. По вопросам связи и радио, 1940, 399с.
5. Леонтович М.А. О приближенных пограничных условиях для электромагнитного поля на поверхности хорошо проводящих тел. В сб.: Исследования по распространению радиоволн (под ред. Б.А. Введенского). М., Л.: Изд-во АН СССР, 1948, с.5 - 12.
6. Рытов С.М. Расчет скин-эффекта методом возмущений. ЖЭТФ, 1940, т.10, в.2,с.180-189.
7. Alexopoulos N.G., Tadler G.A. Accuracy of the Leontovich boundary condition for continuous and discontinuous surface impedances. J. Appl. Phys., 1975, v. 46, N. 8, pp. 3326-3332.
8. Марков Г.Т., Чаплин А.Ф. Возбуждение электромагнитных волн. М.: Энергия, 1967.- 376 с.
9. Mitcher K.M. An integral equation approach to scattering from body of finite conductivity. Radio Sci., 1967, 2, N 12, pp. 1459-1470.
10. Batrakov D.O. Solution of a General Inverse Scattering Problem Using the Distorted Born Approximation and Iterative Technique./ D.O. Batrakov, N.P. Zhuck // Inverse Problems. – Feb., 1994. - vol.10, № 1. - P.39-54.
11. Батраков Д.О. Алгоритм решения обратных задач рассеяния на основе принципа максимума Понтрягина. / Д.О.Батраков, М.М. Тарасов // Радиотехника и электроника РАН. – 1999. – Т.44, №2. - С.137-142.