ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ VISNYK LVIV UNIV.
Серія мех.-мат. 2008. Вип. 69. С. 136–142 Ser. Mech.-Mat. 2008. Vol. 69. P. 136–142

539.3

ПРУЖНОПЛАСТИЧНЕ ДЕФОРМУВАННЯ ТЕРМОЧУТЛИВИХ ТІЛ

Василь ЛАВРЕНЮК, **Микола ЛАВРЕНЮК**

Київський національній університет імені Тараса Шевченка,
вул. Володимирська, 64 01033 Київ, Україна

Розглянуто пружнопластичну рівновагу термочутливої скінченної платівки при дії на неї теплового джерела. Для розв'язання задачі використано розроблений авторами модифікований метод граничних елементів. Побудовано ітераційний процес, який зводиться до розв'язання послідовності пружних задач для однорідної платівки. Пластичну задачу розв'язано на підставі методу пружних розв'язків у рамках теорії малих пружнопластичних деформацій, що також приводить до побудови ітераційного процесу на кожному ітераційному кроці задачі термопружної рівноваги платівки. Проаналізовано розподіл полів напружень та інтенсивності дотичних напружень у платівці при нагріві її нерухомим джерелом тепла.

Ключові слова: метод граничних елементів, термопружнопластичність.

Актуальною є задача визначення напружено-деформованого стану елементів конструкцій при складних режимах навантаження, зокрема при високотемпературному навантаженні. Здебільшого початково однорідні тіла стають неоднорідними, оскільки фізико-механічні характеристики у цьому випадку залежать від температури. Крім того, при високотемпературних навантаженнях треба застосовувати пружно-пластичні моделі механіки. Розв'язанню крайових задач термомеханіки в пружному формулюванні присвячені, зокрема, праці [1]-[3].

Мета нашої праці – дослідити напружено-деформований стан термочутливої платівки під дією температурного джерела в пружно-пластичному формулюванні. Для розв'язання задачі використовують розроблений авторами [4], [5] модифікований метод граничних елементів.

Розглядають термочутливе тіло, пружно-пластичні властивості якого залежать від температури тіла, що вважається заданою функцією координат. Будемо вважати, що залежними від температури є модуль Юнга та коефіцієнт лінійного розширення розглядуваного тіла, коефіцієнт Пуассона є сталим: $\nu = \boldsymbol{const}$, $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{T})$, $\alpha = \alpha(\boldsymbol{T}), \boldsymbol{T} = \boldsymbol{T}(\boldsymbol{x,y})$. Нехай $\boldsymbol{E}_0, \lambda_0, \mu_0$ – пружні характеристики ненагрітого тіла. Для пружного випадку вважатимемо, що напруження та деформації в тілі пов'язані співвідношеннями Дюганеля-Неймана

$$\sigma_{\boldsymbol{ij}}(\boldsymbol{T}) = \lambda(\boldsymbol{T})\theta\delta_{\boldsymbol{ij}} + 2\mu(\boldsymbol{T})\varepsilon_{\boldsymbol{ij}} - 3\boldsymbol{K}(\boldsymbol{T})\alpha\boldsymbol{T}\delta_{\boldsymbol{ij}} \equiv \boldsymbol{s}_{\boldsymbol{ij}} - 3\boldsymbol{K}(\boldsymbol{T})\alpha\boldsymbol{T}\delta_{\boldsymbol{ij}}. \quad (1)$$

Рівняння рівноваги в переміщеннях для термочутливого тіла можна подати у вигляді:

$$(\lambda_0 + \mu_0)\boldsymbol{u}_{l,li}\delta_{ij} + \mu_0\Delta\boldsymbol{u}_i + \frac{1}{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{T})}\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial\boldsymbol{T}}\frac{\partial\boldsymbol{T}}{\partial\boldsymbol{x}_j}\tilde{\sigma}_{ij}^0 - 3\frac{\boldsymbol{E}_0}{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{T})}(\boldsymbol{K}(\boldsymbol{T})\alpha\boldsymbol{T})_{,\boldsymbol{i}} = 0\,, \quad (2)$$

де $\tilde{\sigma}_{ij}^0 = \lambda_0\boldsymbol{u}_{l,l}\delta_{ij} + \mu_0\left(\boldsymbol{u}_{i,j} + \boldsymbol{u}_{j,i}\right)$.

Крайові умови на границі розглядуваного тіла Γ_0 мають вигляд

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{T})\left(\lambda_0\boldsymbol{u}_{l,li}\delta_{ij} + \mu_0\left(\boldsymbol{u}_{i,j} + \boldsymbol{u}_{j,i}\right)\right)\boldsymbol{n}_j = 3\boldsymbol{K}(\boldsymbol{T})\alpha\boldsymbol{T}\boldsymbol{n}_i \quad (3)$$

Отже, треба знати функції $\boldsymbol{T} = \boldsymbol{T}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}),\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{T}),\dfrac{\partial\boldsymbol{E}(\boldsymbol{T})}{\partial\boldsymbol{T}},\alpha = \alpha(\boldsymbol{T}),\dfrac{\partial\alpha(\boldsymbol{T})}{\partial\boldsymbol{T}}$.

Задачу розв'язуємо методом послідовних наближень, який будуємо за такою схемою. На першому кроці маємо рівняння рівноваги

$$(\lambda_0 + \mu_0)\boldsymbol{u}_{l,li}\delta_{ij} + \mu_0\Delta\boldsymbol{u}_i - \frac{3\boldsymbol{E}_0}{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{T})}(\boldsymbol{K}(\boldsymbol{T})\alpha\boldsymbol{T})_{,\boldsymbol{i}} = 0 \quad (4)$$

та крайові умови (3). На наступному кроці до доданка $\dfrac{3\boldsymbol{E}_0}{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{T})}(\boldsymbol{K}(\boldsymbol{T})\alpha\boldsymbol{T})_{,\boldsymbol{i}}$ додають доданок $\dfrac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial\boldsymbol{T}}\dfrac{\partial\boldsymbol{T}}{\partial\boldsymbol{x}_j}\tilde{\sigma}_{ij}^0$, де $\tilde{\sigma}_{ij}^0$ – напруження, визначені на попередньому кроці. Крайова задача для цього кроку матиме вигляд

$$(\lambda_0 + \mu_0)\boldsymbol{u}_{l,li}\delta_{ij} + \mu_0\Delta\boldsymbol{u}_i + \frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial\boldsymbol{T}}\frac{\partial\boldsymbol{T}}{\partial\boldsymbol{x}_j}\tilde{\sigma}_{ij}^0 - \frac{3\boldsymbol{E}_0}{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{T})}(\boldsymbol{K}(\boldsymbol{T})\alpha\boldsymbol{T})_{,\boldsymbol{i}} = 0\,,$$

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{T})\left(\lambda_0\boldsymbol{u}_{l,li}\delta_{ij} + \mu_0\left(\boldsymbol{u}_{i,j} + \boldsymbol{u}_{j,i}\right)\right)\boldsymbol{n}_j = 3\boldsymbol{K}(\boldsymbol{T})\alpha\boldsymbol{T}\boldsymbol{n}_i\,.$$

Розв'язуючи одержану крайову задачу так само, як і на попередньому ітераційному кроці, одержимо значення напружень $\tilde{\sigma}_{ij}^1$. На $\boldsymbol{k}$-му ітераційному кроці матимемо таку крайову задачу:

$$(\lambda_0 + \mu_0)\boldsymbol{u}_{l,li}^{(\boldsymbol{k})}\delta_{ij} + \mu_0\Delta\boldsymbol{u}_i^{(\boldsymbol{k})} + \frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial\boldsymbol{T}}\frac{\partial\boldsymbol{T}}{\partial\boldsymbol{x}_j}\tilde{\sigma}_{ij}^{(\boldsymbol{k}-1)} - \frac{3\boldsymbol{E}_0}{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{T})}(\boldsymbol{K}(\boldsymbol{T})\alpha\boldsymbol{T})_{,\boldsymbol{i}} = 0\,,$$

$$\left(\lambda_0\boldsymbol{u}_{l,li}^{(\boldsymbol{k})}\delta_{ij} + \mu_0\left(\boldsymbol{u}_{i,j}^{(\boldsymbol{k})} + \boldsymbol{u}_{j,i}^{(\boldsymbol{k})}\right)\right)\boldsymbol{n}_j = \frac{\alpha\boldsymbol{T}\boldsymbol{n}_i}{(1-2\nu)}\,. \quad (5)$$

На кожному кроці ітерації систему диференційних рівнянь у частинних похідних зводимо до системи граничних інтегральних рівнянь, скориставшись співвідношеннями Сомільяно. Остаточно одержимо таку систему граничних інтегральних рівнянь для $\boldsymbol{k}$-го ітераційного кроку

$$\frac{1}{2}\delta_{lj}\boldsymbol{u}_j^{(\boldsymbol{k})}(\boldsymbol{x}) = \int_{\boldsymbol{S}_0}\left(\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial\boldsymbol{T}}\frac{\partial\boldsymbol{T}}{\partial\boldsymbol{x}_j}\tilde{\sigma}_{ij}^{(\boldsymbol{k}-1)} - 3\frac{\boldsymbol{E}_0}{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{T})}(\boldsymbol{K}(\boldsymbol{T})\alpha\boldsymbol{T})_{,\boldsymbol{i}}\right)\boldsymbol{U}_i^{\boldsymbol{l}}(\boldsymbol{x},\xi)\boldsymbol{d}\boldsymbol{S}_0 +$$

$$+\int_{\Gamma_0}\boldsymbol{U}_i^{\boldsymbol{l}}(\boldsymbol{x},\xi)\boldsymbol{s}_{ij}^{(\boldsymbol{k})}\boldsymbol{n}_j\boldsymbol{d}\Gamma_0 - \int_{\Gamma_0}\boldsymbol{g}_j^{\boldsymbol{l}}(\boldsymbol{x},\xi)\boldsymbol{u}_j^{(\boldsymbol{k})}(\xi)\boldsymbol{d}\Gamma_0$$

$$\left(\lambda_0\boldsymbol{u}_{l,li}^{(\boldsymbol{k})}\delta_{ij} + \mu_0\left(\boldsymbol{u}_{i,j}^{(\boldsymbol{k})} + \boldsymbol{u}_{j,i}^{(\boldsymbol{k})}\right)\right)\boldsymbol{n}_j\Big|_{\Gamma_0} = \frac{\alpha\boldsymbol{T}\boldsymbol{n}_i}{(1-2\nu)}\Big|_{\Gamma_0}\,. \quad (6)$$

Отож, на кожному кроці маємо задачу для однорідної платівки, де неоднорідність матеріалу платівки та температурний вплив враховані в об'ємному потенціалі та в граничних умовах. Густину такого потенціалу визначають з попереднього кроку. Розв'язуючи цю систему за допомогою модифікованого методу граничних елементів [4], [5], одержимо систему лінійних алгебричних рівнянь, розв'язання якої дає змогу визначити всі складові вектора переміщень і тензора напружень на границі розглядуваного тіла

$$
\begin{aligned}
\sigma_{11}^{i(k)}(x') &= (\lambda_0 + 2\mu_0) a_{1i}^{(k)} + \lambda_0 a_{5i}^{(k)} - 3K\alpha T \\
\sigma_{22}^{i(k)}(x') &= (\lambda_0 + 2\mu_0) a_{5i}^{(k)} + \lambda_0 a_{1i}^{(k)} - 3K\alpha T \\
\tau_{12}^{i(k)}(x') &= \mu_0 \left(a_{2i}^{(k)} + a_{4i}^{(k)} \right), k = 1,\dots,N_{iter}, i = 1,\dots,M
\end{aligned}
\tag{7}
$$

та, використовуючи зображення Сомільяно, у внутрішніх точках розглядуваного тіла для k -го кроку

$$
\tilde{\sigma}_{ij}^{(k)}(\xi) = \int_{\Gamma_0} u_{ijl}^*(\xi, x) p_l^{(k)}(x) d\Gamma_0(x) - \int_{\Gamma_0} p_{ijl}^*(\xi, x) u_l^{(k)}(x) d\Gamma_0 + \int_S u_{ijl}^*(\xi, x) X_l^{(k)}(x) dS_0 ,
$$

де

$$
X_i^{(k)}(x) = \tilde{\sigma}_{ij}^{(k-1)} - \frac{E_0}{(1-2\nu)} \frac{\partial T}{\partial x_i} \left(\frac{\alpha(T) T}{E(T)} \frac{\partial E(T)}{\partial T} + \frac{\partial \alpha(T)}{\partial T} + \alpha(T) \right), \tag{8}
$$

$\tilde{\sigma}_{ij}^{(k-1)}$ – напруження, визначені на попередньому кроці ітерації, а u_{ijl}^* та p_{ijl}^* – оператори напружень від U_i^l та g_j^l відповідно.

Отже, одержимо значення всіх компонент напружень. Ітераційний процес триває доти, доки виконується умова $\max\limits_{x \in S} \left\| \sigma_{ij}^{(k)} - \sigma_{ij}^{(k-1)} \right\| > \varepsilon$.

Розглянемо тепер задачу визначення напружено-деформованого стану в термочутливій платівці за умови пружнопластичного деформування. В цьому випадку вважаємо, що напруження та деформації в кожній точці розглядуваного тіла пов'язані такими співвідношеннями:

1) в тих точках, де умова пластичності $T_\sigma > T_y$ не справджується, правильний закон Дюганеля-Неймана

$$
\sigma_{ij}(T) = \frac{E(T)}{E_0} \left(\lambda_0 \theta \delta_{ij} + 2\mu_0 \varepsilon_{ij} \right) - 3K(T) \alpha T \delta_{ij} ;
$$

2) в тих точках, де виконується умова пластичності $T_\sigma > T_y$, залежність між інтенсивністю напружень і деформацій приймають у вигляді $T_\sigma - T_y = E'(\Gamma - \Gamma_y)$. Тут $E'(T)$ – модуль Юнга, що відповідає ділянці діаграми навантаження $T_\sigma - \Gamma$, яка відповідає пластичному стану, $T_\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(\sigma_{ij} - \sigma_{ll} \delta_{ij}/3 \right) \left(\sigma_{ij} - \sigma_{ll} \delta_{ij}/3 \right)}$, а $\Gamma = \sqrt{2} \sqrt{\left(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ll} \delta_{ij}/3 \right) \left(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ll} \delta_{ij}/3 \right)}$.

При розв'язанні задачі функції $E(T)$, $E'(T)$ вважаємо заданими. Залежність між напруженнями та деформаціями у пластичній зоні виразимо за допомогою такої залежності:

$$\sigma_{ij} = \frac{\mathrm{T}_y}{\mathrm{T}_\sigma}\sigma_{ij}^{e} + \frac{E'(T)}{E(T)}\left(\lambda_0\theta\delta_{ij} + 2\mu_0\varepsilon_{ij}\right) - \frac{E'(T)}{E(T)}\frac{\Gamma_y}{\Gamma}\left(\lambda_0\theta^{e}\delta_{ij} + 2\mu_0\varepsilon_{ij}^{e}\right) - 3K\alpha T\delta_{ij}, \tag{9}$$

де індекс e відповідає пружній ділянці діаграми навантаження $\mathrm{T}_\sigma - \Gamma$.

Отже, для пластичних зон залежність між напруженнями і деформаціями на m-му кроці ітерації виражають формулою

$$\begin{gathered}\sigma_{ij}^{(m)} = \frac{\mathrm{T}_y}{\mathrm{T}_\sigma^{m-1}}\sigma_{ij}^{(m-1)} - \\ -\frac{E'(T)}{E_0}\left(\frac{\Gamma_y}{\Gamma_{n-1}}\left(\lambda_0\theta^{(m-1)}\delta_{ij} + 2\mu_0\varepsilon_{ij}^{(m-1)}\right) - 3K\alpha T\delta_{ij} - \lambda_0\theta^{(m)}\delta_{ij} - 2\mu_0\varepsilon_{ij}^{(m)}\right).\end{gathered} \tag{10}$$

Тут $\mathrm{T}_1, \Gamma_1, \tilde{\sigma}_{ij}^{1}$ –значення першого ітераційного кроку; E_{pl} – заданий модуль пружності для пластичної ділянки діаграми навантаження; $\mathrm{T}_y = \mathrm{T}_y(T)$ – задана функція температури, що визначається експериментально.

Отож, система рівнянь для m-ї ітерації по пластиці (та n-ї ітерації по пружній задачі) запишемо у вигляді:

$$\begin{cases} (\lambda_0 + \mu_0)u_{l,li}^{(n)(m)}\delta_{ij} + \mu_0\Delta u_i^{(n)(m)} + \dfrac{1}{E}\dfrac{\partial E}{\partial T}\dfrac{\partial T}{\partial x_j}S_{ij}^{e(n-1)(m-1)} - \\ \qquad - \dfrac{3E_0}{E}(K\alpha T)_{,i} = 0, x \in S_e \\ (\lambda_0 + \mu_0)u_{l,li}^{(n)(m)}\delta_{ij} + \mu_0\Delta u_i^{(n)(m)} + \dfrac{1}{E_{pl}}\dfrac{\partial E_{pl}}{\partial T}\dfrac{\partial T}{\partial x_j}S_{ij}^{pl(n-1)(m-1)} + \\ \qquad + E_0A_{m-1} - \dfrac{3E_0}{E_{pl}}(K_{pl}\alpha T)_{,i} = 0, x \in S_{pl} \end{cases}$$

плюс граничні умови:

$$E(T)\left(\lambda_0 u_{l,l}^{(n)(m)}\delta_{ij} + \mu_0\left(u_{i,j}^{(n)(m)} + u_{j,i}^{(n)(m)}\right)\right)n_j = 3K(T)\alpha T n_i. \tag{11}$$

Одержану систему диференційних рівнянь у частинних похідних зведемо до системи гранично-контактних рівнянь. Остаточно одержимо таку систему граничних інтегральних рівнянь для m-ї ітерації по пластиці:

$$\begin{gathered}\frac{1}{2}u_i^{(n)(m)}\delta_{ij} = \int_{\Gamma_0} U_i^k \sigma_{kj}^{(n)(m)} n_j d\Gamma_0 - \int_{\Gamma_0} g_i^k u_k^{(n)(m)} d\Gamma_0 - \int_{S_{pl}} U_i^k A_{ij,j}^{(m-1)} dS_{pl} \\ -3\int_{S_{pl}} U_i^k (K_{pl}\alpha T)_{,i} dS_{pl} + + \int_{S_e}\left(U_i^k \frac{1}{E_e}\frac{\partial E_e}{\partial T}\frac{\partial T}{\partial x_j}\tilde{S}_{ij}^{e(n-1)(m-1)}\right) dS_e\end{gathered}$$

$$+\int_{S_{pl}} \left(U_i^k \frac{1}{E_{pl}} \frac{\partial E_{pl}}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x_j} \tilde{s}_{ij}^{pl(n-1)(m-1)} \right) dS_{pl} - -3\int_{S_e} U_i^k \left(K_e \alpha T \right)_{,i} dS_e . \qquad (12)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (12), одержимо значення переміщень і напружень на границі платівки. Отож, на кожному кроці маємо задачу для однорідної платівки, де термочутливість матеріалу платівки та температурний вплив враховані у вигляді псевдомасових сил і додаткових навантаженнях на границі.

Система (11), (12) за допомогою модифікованого методу граничних елементів зводиться до системи лінійних алгебричних рівнянь, після розв'язання якої знайдемо як розв'язки коефіцієнти апроксимації на границі розглядуваного тіла. На підставі формул апроксимації напружень для m-го кроку пластичної ітерації знайдемо значення напружень на границі тіла

$$\sigma_{11}^{(n)(m)} = \frac{\tilde{E}}{E_0}\left\{ (\lambda_0 + 2\mu_0) a_1^{(n)(m)} + \lambda_0 a_5^{(n)(m)} \right\} - 3\tilde{K}\alpha T + \frac{p\mathrm{T}_y}{\mathrm{T}_\sigma^{m-1}}\left(\tilde{\sigma}_{11}^{(m-1)} - \frac{E_{pl}}{E_0}\left(s_{11}^{(m-1)} \right) \right)$$

$$\sigma_{22}^{(n)(m)} = \frac{\tilde{E}}{E_0}\left\{ (\lambda_0 + 2\mu_0) a_5^{(n)(m)} + \lambda_0 a_1^{(n)(m)} \right\} - 3\tilde{K}\alpha T + \frac{p\mathrm{T}_y}{\mathrm{T}_\sigma^{m-1}}\left(\tilde{\sigma}_{22}^{(m-1)} - \frac{E_{pl}}{E_0}\left(s_{22}^{(m-1)} \right) \right)$$

$$\tau_{12}^{(n)(m)} = \frac{\tilde{E}(T)}{E_0}\mu_0\left(a_2^{(n)(m)} + a_4^{(n)(m)} \right) + \frac{p\mathrm{T}_y}{\mathrm{T}_\sigma^{m-1}}\left(\tilde{\tau}_{12}^{(m-1)} - \frac{E_{pl}}{E_0}\left(s_{12}^{(m-1)} \right) \right), \qquad (13)$$

де

$$\tilde{E} = \begin{cases} E_e, \mathrm{T}_\sigma < \mathrm{T}_y, \\ E_{pl}, \mathrm{T}_\sigma \geq \mathrm{T}_y \end{cases}, \quad p = \begin{cases} 0, \mathrm{T}_\sigma < \mathrm{T}_y \\ 1, \mathrm{T}_\sigma \geq \mathrm{T}_y \end{cases}, s_{ij}^{(m-1)} = \lambda_0 \theta^{(m-1)} \delta_{ij} + 2\mu_0 \varepsilon_{ij}^{(m-1)}$$

та всередині платівки для m-го кроку пластичної ітерації:

$$\hat{s}_{ij}^{(n)(m)}(\xi) = \int_{\Gamma_0} u_{ijl}^*(\xi, x) p_l^{(n)(m)}(x) d\Gamma_0(x) - \int_{\Gamma_0} p_{ijl}^*(\xi, x) u_l^{(n)(m)}(x) d\Gamma_0$$

$$-3\int_{S_{pl}} u_{ijl}^* \left(K_{pl} \alpha T \right)_{,i} dS_{pl}$$

$$+\int_{S_{pl}} u_{ijl}^*(\xi, x)\left(\frac{1}{E_{pl}} \frac{\partial E_{pl}}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x_j} \tilde{s}_{ij}^{pl(m-1)} \right) dS_{pl} + \int_{S_e} u_{ijl}^*(\xi, x)\left(\frac{1}{E_e} \frac{\partial E_e}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x_j} \tilde{s}_{ij}^{e(m-1)} \right) dS_e + \qquad (14)$$

$$+3\int_{S_e} u_{ijl}^* \left(K_e \alpha T \right)_{,i} dS_e$$

$$+\int_{S_{pl}} u_{ijl}^*(\xi, x)\left(\frac{\mathrm{T}_y}{\mathrm{T}_\sigma^{m-1}} \tilde{\sigma}_{ij}^{(m-1)} - \frac{E_{pl}}{E_0} \frac{\mathrm{T}_y}{\mathrm{T}_\sigma^{m-1}} \left(\lambda_0 \theta^{(m-1)} \delta_{ij} + 2\mu_0 \varepsilon_{ij}^{(m-1)} \right) \right) dS_{pl} .$$

Ітераційний процес по пластиці триває доти, доки пластичні зони на двох послідовних кроках не відрізнятимуться, тобто $S_p^m \cong S_p^{m-1}$.

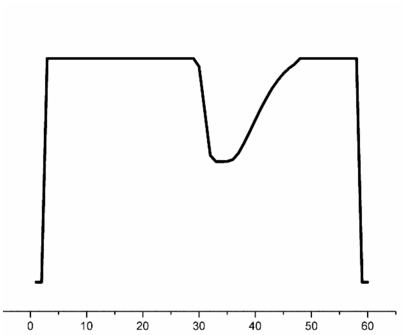

Рис. 1. Зміна модуля Юнга платівки при нагріванні її джерелом тепла

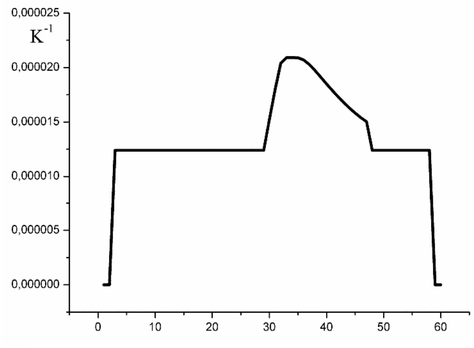

Рис. 2. Зміна коефіцієнта лінійного розширення платівки при нагріванні її джерелом тепла

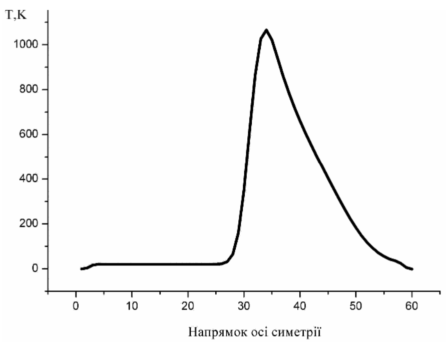

Рис. 3. Розподіл температури при нагріванні платівки джерелом тепла

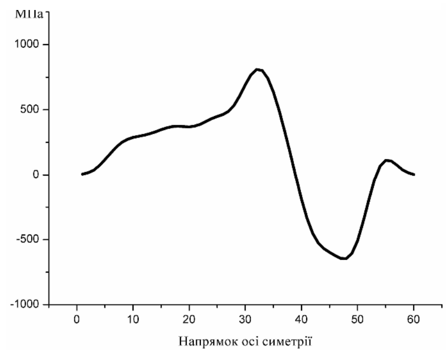

Рис. 4. Розподіл інтенсивності напружень при нагріванні і подальшому охолодженні

Отже, для розв’язання задачі застосовують дві вкладені ітераційні схеми. Перша схема дає змогу одержати розв’язок термопружної задачі з залежними від температури механічними характеристиками. Друга схема дає змогу розглядати термопружнопластичну задачу як послідовність термопружних задач.

Було розглянуто сталеву платівку розміром 16x16 см, завтовшки d =0.3 см. На графіках показано залежність термомеханічних параметрів платівки від температури, розподіл полів температури та напруженого стану платівки при її нагріванні та подальшому охолодженні тепловим джерелом. На рис. 1-4 зображено зміну зазначених характеристик вздовж осі симетрії платівки.

1. *Кушнір Р.М., Попович В.С, Токовий Ю.В.* Про визначення напружень в термочутливих тілах за теплових та силових навантажень // Интегральные уравнения и их применения: Тезисы докладов международной конференции. Одесса. – 2005. – С. 82.
2. *Попович В.С, Махоркін І.М.* Про розв'язок задач теплопровідності термочутливих тіл з теплообміном // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1997. – 40, № 1. – С. 36–44.
3. *Попович В.С.* Моделирование тепловых полей в тонких термочувствительных пластинках //Моделирование и оптимизация сложных механических систем. Сб. научных трудов. – К., – 1990. – С. 70–75
4. *Лавренюк В.І.* Про визначення напружено-деформованого стану матриці з включеням методом граничних елементів // Вісн. Київ. ун.-ту. Серія: фіз.-мат. науки. – 1993. – №2.
5. *Лавренюк В.І., Лавренюк М.В.* – Про застосування методу граничних елементів в задачах термопружності кусково-однорідних тіл. Крайові задачі термомеханіки, Міжнародна конференція, присвячена пам'яті професора Ю.М. Коляно. – Львів, 1996. – Тези доп. – С. 176–180.

ELASTOPLASTIC DEFORMATION OF THERMOSENSITIVE BODIES

Vasyl Lavrenyuk, Mykola Lavrenyuk

National Taras Shevchenko University of Kyiv
Volodymyrs'ka Str., 64 01033 Kyiv, Ukraine

The elastoplastic equilibrium of thermosensitive finite plate at action of heat source is considered. For solving this problem the developed by authors modified boundary elements method is used.. It was constructed the iterative process, which comes to solving the sequence of elastic problems for homogeneous plate. The plastic problem is solved on the base of elastic solutions method in the framework of the theory of small elastoplastic strains, which also leads to constructing the iterative process on each iterative step of the problem of thermoelastic equilibrium of the plate. It was analysed the obtained distribution of stresses and intensities fields in the plate at heating it with static heat source.

Key words: boundary elements method, thermoelastoplasticity.

Стаття надійшла до редколегії 28.03.2007
Прийнята до друку 19.11.2008