ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ
Серія мех.-мат. 2010.
Вип. 72. С. 255–262

VISNYK LVIV UNIV.
Ser. Mech. Math. 2010.
Is. 72. P. 255–262

УДК 515.12

ФУНКТОРИ І РОЗМИТІ УЛЬТРАМЕТРИКИ

Олександр САВЧЕНКО

Херсонський державний аграрний університет,
73006 Херсон, вул. Рози Люксембург, 23
e-mail: savchenko1960@rambler.ru

Нехай F – нормальний функтор скінченного степеня на категорії компактів. Описано процедуру, яка дає змогу одержати ультраметризації продовження функтора F на категорію метризовних просторів. Формулюється проблема перенесення отриманих результатів на випадок інтуїціоністських розмитих ультраметричних просторів.

Ключові слова: нормальний функтор, розмитий ультраметричний простір.

1. Вступ. Властивості функторних конструкцій у категорії топологічних просторів та її підкатегоріях є предметом дослідження багатьох авторів. Зокрема, В.М. Басманов, В.В. Федорчук, М.В. Смуров, М.М. Зарічний та інші досліджували геометрію просторів вигляду $F(X)$, де F – коваріантний функтор у категорії компактних або тихоновських просторів.

Ми розглядаємо випадок, коли функтор F належить до класу нормальних функторів. Цей клас виділив Є.В. Щепін у зв'язку з дослідженнями неметризовних компактних просторів методами теорії обернених спектрів (систем). Оскільки спектральна теорема Щепіна стверджує, що гомеоморфізм границь двох регулярних спектрів індукує морфізм їхніх конфінальних підспектрів, при дослідженні різних конструкцій, означених на класі компактів, то виникає потреба також означити їх для морфізмів, тобто працювати з функторами в категорії компактів.

Спроби перенести спектральну теорему Щепіна на клас просторів, ширших, ніж компакти, мотивує розгляд функторів у інших категоріях, зокрема, у категоріях метризовних просторів. Для функторів у категорії метризовних просторів на перший план виникає вже згадана задача *метризації* функтора, тобто приписування кожній метриці d_X на простір X метрики $d_{F(X)}$ на просторі $F(X)$. Загальну проблему метризації просторів вигляду $F(X)$ сформулював також В.В. Федорчук у зв'язку з виділенням класів досконало метризовних і цілком метризовних функторів.

З огляду на широкі застосування ультраметрик особливе значення набуває порівняно нова задача *ультраметризації* просторів вигляду $F(X)$ для ультраметричних просторів X. Нагадаємо, що метрика d на множині X називається *ультраметрикою*, якщо для неї виконано сильну нерівність трикутника

$$d(x,y) \le \max\{d(x,z), \quad d(z,y)\}, \quad x,y,z \in X.$$

Ультраметрики природно виникають у різних областях математики та її застосувань, зокрема, в семантиці мов програмування та еволюційній біології. Ультраметризацію функторів гіперпростору, та ймовірнісних мір одержали в [16].

Наша мета – перенести деякі одержані результати на категорію розмитих (неархімедових) метричних просторів. Розмиті метричні простори запроваджені в математику в праці [1] (див. також [5]). Останнім часом поняття розмитого метричного простору інтенсивно досліджують. На клас розмитих метричних просторів переносяться різні результати і концепції теорії метричних просторів. Зокрема, багато праць присвячено перенесенню теореми Банаха про стискуючі відображення на клас відображень розмитих метричних просторів.

Зауважимо також, що останнім часом знайдено застосування розмитих метричних просторів до фільтрування кольорових образів [6]. Нещодавно, розмиті ультраметричні простори застосовані до області слів – це допомагає дослідити стабільність рекуренційних рівнянь, які виникають під час аналізу деяких алгоритмів [9].

Нашою метою є розмита ультраметризація просторів вигляду $F(X)$ для одного широкого класу функторів F у категорії компактних просторів, а саме класу нормальних функторів.

2. Вступні відомості.

2.1. Розмиті метричні простори. Нагадаємо, що неперервною t-нормою називають бінарну операцію $*\colon [0,1]\times[0,1]\to[0,1]$, яка задовольняє умови:

(i) $*$ асоціативна і комутативна;
(ii) $*$ неперервна;
(iii) $a*1=a$ для кожного $a\in[0,1]$;
(iv) $a*b\le c*d$, якщо $a\le c$ і $b\le d$, де $a,b,c,d\in[0,1]$.

(Коротко кажучи, неперервна t-норма – це бінарна операція $*\colon [0,1]\times[0,1]\to[0,1]$ така, що трійка $([0,1],\le,*)$ є впорядкованим абелевим топологічним моноїдом з одиницею 1.) Прикладами t-норм є функції $a*b=ab$ та $a*b=\min\{a,b\}$.

Означення 1. *(А. Джордж, П. Віірамані* [1, Definition 1]*). Розмитим метричним простором називають упорядковану трійку $(X,M,*)$ таку, що X – непорожня множина, $*$ – неперервна t-норма і M – розмита множина на $X\times X\times(0,+\infty)$, що задовольняє умови для всіх $x,y,z\in X$, $s,t>0$:*

(i) $M(x,y,t)>0$;
(ii) $M(x,y,t)=1$ *тоді і лише тоді, коли* $x=y$;
(iii) $M(x,y,t)=M(y,x,t)$;
(iv) $M(x,y,t)*M(y,z,s)\le M(x,z,t+s)$;
(v) *функція* $M(x,y,-)\colon (0,+\infty)\to(0,1]$ *неперервна.*

Функцію M називають *розмитою метрикою* на X (стосовно $*$). Зауважимо, що для кожного метричного простору (X,d) функція

$$M_d(x,y,t) = \frac{t}{t+d(x,y)}$$

є розмитою метрикою на X для t-норми $* = \min$.

Нескладно показати, що функція $M(x,y,-)$ неспадна для кожних $x,y \in X$ (див., наприклад, [2]).

Якщо замінити умову (iv) в означенні 1 на умову

(iv$'$) : $M(x,y,t) * M(y,z,t) \le M(x,z,t)$,

то ми одержимо означення *розмитої ультраметрики* на множині X, якщо в умові (v) вимагати, щоби функція $M(x,y,-)\colon (0,+\infty) \to (0,1]$ була неперервною зліва, то одержимо поняття *розмитого (ультра)метричного простору* в сенсі [5].

Нехай $(X,M,*)$, $(X',M',*)$ – розмиті метричні простори. Відображення $f\colon X \to X'$ називають *нерозтягуючим*, якщо $M'(f(x),f(y),t) \ge M(x,y,t)$ для кожних $x,y \in X$, $t>0$. Очевидно, що розмиті метричні простори (стосовно однієї і тієї ж t-норми $*$) та нерозтягуючі відображення утворюють категорію (позначається $\mathcal{FMS}(*)$).

2.2. Функтори в категорії компактних просторів. Нехай $n \in \mathbb{N}$ і $\mathcal{K}_n$ означає категорію дискретних просторів потужності $\le n$. Позначимо через **Comp** категорію компактних гаусдорфових просторів і неперервних відображень. Нехай також $\mathbf{Comp}_f$ – її підкатегорія скінченних просторів (=скінченних множин). Розглянемо такі властивості коваріантного функтора $F\colon \mathcal{K}_n \to \mathbf{Comp}$:

1) F мономорфний (тобто зберігає вкладення);
2) F епіморфний (тобто зберігає відображення на);
3) F зберізає перетини;
4) F зберігає точку і порожню множину.

Ці властивості взято з означення нормального функтора в категорії компактних топологічних просторів (див. [11]). Якщо функтор F зберігає вкладення, то для кожного $A \subset B$ природно ототожнити множину $F(A)$ з відповідною підмножиною в $F(B)$. Властивість перетинів означає, що $F(\cap_\alpha A_\alpha) = \cap_\alpha F(A_\alpha)$ для кожної сім'ї $\{A_\alpha\}$ підмножин в X. Для кожного $a \in F(X)$ множину

$$\mathrm{supp}(a) = \cap\{A \subset X \mid a \in F(A) \subset F(X)\}$$

називають *носієм* точки a.

Функтор називають *фінітним*, якщо він переводить об'єкти категорії $\mathcal{K}_n$ в скінченні простори.

Прикладами функторів, що задовольняють наведені вище умови, є:

1) функтор G-симетричного степеня SP^n_G. Нагадаємо, що підгрупа G групи S_n групи перестановок множини $\{1,\dots,n\}$ (симетричної групи) діє на n-й степінь X^n простору X перестановками координат: якщо $\sigma \in G$ і $x=(x_1,\dots,x_n) \in X^n$, то $\sigma x = (x_{\sigma(1)},\dots,x_{\sigma(n)})$. Простір орбіт цієї дії позначається $SP^n_G(X)$. Для кожного $x=(x_1,\dots,x_n) \in X^n$ через $[x_1,\dots,x_n]$ позначається орбіта, що містить x. Для кожного відображення $f\colon X \to Y$ через $SP^n_G(f)\colon SP^n_G(X) \to SP^n_G(Y)$ позначаємо

відображення, що діє за формулою

$$SP^n_G(f)([x_1,\dots,x_n]) = [f(x_1),\dots,f(x_n)];$$

2) функтор n-го гіперсиметричного степеня $\exp_n$. Для кожного простору X нехай $\exp X$ означає множину всіх непорожніх компактних підмножин у X. Для кожного натурального n нехай $\exp_n X$ означає підпростір в $\exp X$, утворений компактами потужності $\le n$;

3) функтор P_n ймовірнісних мір з носіями потужності $\le n$. Нехай $X \in \mathcal{K}_n$. Тоді множина $P_n(X)$ – це множина формальних комбінацій вигляду

$$\sum \left\{ \alpha_x\delta_x \ \mid \ x\in X,\ \ \alpha_x \ge 0,\ \ \sum_{x\in X}\alpha_x = 1 \right\}.$$

Відомо, що для кожного нормального функтора F існує природне перетворення $\eta\colon 1 \to F$, де 1 означає тотожний функтор.

3. Основний результат. Нехай $(X, M, *)$ – розмитий ультраметричний простір. Для кожних $r \in (0,1)$ і $t > 0$ нехай $\mathcal{B}_{r,t}(x) = \{B(x,r,t) \mid x \in X\}$. Множина $\mathcal{B}_{r,t}(x)$ називається *кулею з центром в x радіуса r для параметра t.*

Лема 1. *Сім'я $\mathcal{B}_{r,t}$ диз'юнктна.*

Доведення можна знайти в [13].

Для кожних $r \in (0,1)$ і $t > 0$ нехай $q_{r,t}\colon X \to X/\mathcal{B}_{r,t} = \{B(x,r,t) \mid x \in X\}$ – фактор-відображення. Означимо функцію $M_F\colon F(X)\times F(X)\times(0,\infty)\to[0,1]$ формулою

$$M_F(a,b,t) = \inf\{r>0 \ \mid \ F(q_{r,t})(a) = F(q_{r,t})(b)\}.$$

Теорема 1. *Функція M_F є розмитою ультраметрикою на множині X.*

Доведення. Доведемо спочатку, що функція M_F коректно означена. Нехай $t > 0$. Існує $x_0 \in X$ та $r \in (0,1)$ таке, що

$$\mathrm{supp}(a)\cup\mathrm{supp}(a) \subset B(x_0,r,t).$$

Тоді $F(q_{r,t})(a) = F(q_{r,t})(b) = \eta_X(q_{r,t}(x_0))$.

Очевидно, що $M_F(a,b,t) = M_F(b,a,t)$ для кожних $a,b\in F(X)$ і кожного $t>0$.

Нехай $a,b,c \in F(X)$. Нехай $M_F(a,b,t) = r_1$, $M_F(b,c,t) = r_2$. Не зменшуючи загальності, можемо вважати, що $r_1 \le r_2$. Тоді існує $h\colon X/\mathcal{B}_{r_1,t} \to X/\mathcal{B}_{r_2,t}$ таке, що $hq_{r_1,t} = q_{r_2,t}$. Тоді одержуємо

$$F(q_{r_2,t})(c) = F(q_{r_2,t})(b) = F(h)F(q_{r_1,t})(b) = F(h)F(q_{r_1,t})(a) = F(q_{r_2,t})(a),$$

тому

$$M_F(a,c,t) \ge M_F(a,b,t) = \min\{M_F(a,b,t), M_F(b,c,t)\} = M_F(a,b,t) * M_F(b,c,t)$$

(оскільки, як легко бачити, min є найбільшою з усіх t-норм). Це доводить умову (iv) з означення розмитої метрики.

Неперервність функції $t\mapsto M_F(a,b,t)\colon(0,\infty)\to(0,1]$ випливає зі скінченності носіїв функтора F і неперервності функції $t\mapsto M(x,y,t)\colon(0,\infty)\to(0,1]$. $\square$

Теорема 2. *Нехай $f\colon X \to Y$ – нерозтягуюче відображення розмитих метричних просторів $(X, M, *)$ та $(Y, N, *)$. Тоді відображення $F(f)\colon F(X) \to F(Y)$ нерозтягуюче стосовно розмитих метрик M_F та N_F.*

Ці дві теореми свідчать про те, що F є коваріантним функтором на категорії $\mathcal{FMS}(*)$).

Теорема 3. *Нехай X – компактний простір. Топологія на $F(X)$, породжена розмитою ультраметрикою M_F, дорівнює вихідній топології на $F(X)$ тоді і лише тоді, коли F – фінітний функтор.*

Доведення. Нехай $F(n)$ – нескінченна множина. Не зменшуючи загальності, можна вважати, що існує скінченна множина $A \subset X$ така, що множина $K = \{a \in F(X) \mid \operatorname{supp}(a) = A\}$ нескінченна. Нехай $t > 0$. Приймемо $r_0 = \max\{M(x, y, t) \mid x, y \in A, x \neq y\}$. Тоді для кожного $r \in (0, r_0)$ і для кожних $a, b \in K$, $a \neq b$ маємо $F(q_{r,t})(a) \neq \neq F(q_{r,t})(b)$. Звідси безпосередньо випливає, що $M_F(a, b, t) \geq r_0$ для кожних $a, b \in K$, $a \neq b$. З характеризації компактності в розмитих метричних просторах випливає, що простір $F(X)$ некомпактний. □

Нехай $B \in \exp X$. Для кожних $a \in X$ і $t \in (0, \infty)$, нехай

$$M(a, B, t) = \sup\{M(a, b, t) \mid b \in B\}$$

(див. [15]).

Розмита метрика Гаусдорфа M_H на гіперпросторі $\exp X$ означена формулою:

$$M_H(A, B, t) = \min\left\{\inf_{a \in A} M(a, B, t), \quad \inf_{b \in B} M(A, b, t)\right\}$$

(див. [8]).

Твердження 1. *$M_{\exp_n}$ дорівнює звуженню метрики Гаусдорфа M_H на $\exp_n X$.*

Якщо $(X, M, *)$ – розмитий метричний простір, то функція $\tilde{M}\colon SP^n_G X \times SP^n_G X \times (0, \infty) \to [0, 1]$, означена формулою

$$\tilde{M}([x_1, \ldots, x_n], [y_1, \ldots, y_n], t) = \max_{\sigma \in G} \min_{i=1,\ldots,n} M(x_i, y_{\sigma(i)}, t),$$

є розмитою метрикою на множині $SP^n_G X$.

Твердження 2. *Маємо $\tilde{M} = M_{SP^n_G}$.*

3.1. Природні перетворення. Нехай F_1, F_2 – нормальні функтори в категорії компактних просторів і $\varphi\colon F_1 \to F_2$ – їхнє природне перетворення.

Твердження 3. *Якщо $(X, M, *)$ – розмитий метричний простір, то відображення φ_X є нерозтягуючим відображенням розмитих метричних просторів $(F_1(X), M_{F_1}, *)$ і $(F_2(X), M_{F_2}, *)$.*

Доведення. Доведення одержуємо безпосередньою перевіркою.

□

4. Зауваження і відкриті проблеми.

4.1. Інші категорії розмитих метричних просторів. Розмитий метричний простір $(X, M, *)$ називають *основним*, якщо сім'я $\{B(x,r,t) \mid r \in (0,1)\}$ є базою в точці $x \in X$ для кожного $x \in X$ і кожного $t > 0$.

Нехай $(X, M, *)$ – розмитий метричний простір. Розмиту метрику M називають *сильною* (див. [3]), якщо вона задовольняє нерівність

$$M(x,z,t) \geq M(x,y,t) * M(y,z,t)$$

для кожних $x, y, z \in X$ і $t > 0$.

Залишаємо відкритою проблему перенесення доведених вище результатів на класи основних і сильних розмитих метричних просторів.

4.2. Інтуїціоністські розмиті ультраметрики. Щоби сформулювати таке означення інтуїціоністського метричного простору, нам додатково до означення t-норми буде потрібне означення t-конорми [12].

Бінарна операція $\diamond\colon [0,1] \times [0,1] \to [0,1]$ називається неперервною t-конормою, якщо $\diamond$ задовольняє умови:

(i) $\diamond$ комутитивна й асоціативна;
(ii) $\diamond$ неперервна;
(iii) $a \diamond 0 = a$ для всіх $a \in [0,1]$;
(iv) $a \diamond b \leq c \diamond d$, як тільки $a \leq c$ and $b \leq d$ для всіх $a, b, c, d \in [0,1]$.

Означення 2. *П'ятірка $(X, M, N, *, \diamond)$ називається інтуїціоністським розмитим метричним простором, якщо X – довільна множина, $*$ – неперервна t-норма, $\diamond$ – неперервна t-конорма, $M, N\colon X^2 \times (0,\infty) \to [0,1]$ задовольняють умови:*

(i) $M(x,y,t) + N(x,y,t) \leq 1$ *для всіх* $x, y \in X$ *і* $t > 0$;
(ii) $M(x,y,0) = 0$ *для всіх* $x, y \in X$;
(iii) $M(x,y,t) = 1$ *для всіх* $x, y \in X$ *і* $t > 0$ *тоді і лише тоді, коли* $x = y$;
(iv) $M(x,y,t) = M(y,x,t)$ *для всіх* $x, y \in X$, $t > 0$;
(v) $M(x,y,t) * M(y,z,s) \leq M(x,z,t+s)$ *для всіх* $x, y, z \in X$ *і* $s, t > 0$;
(vi) *для всіх* $x, y \in X$ *функція* $M(x,y,-)\colon (0,\infty) \to [0,1]$ *неперервна;*
(vii) $\lim_{t\to\infty} M(x,y,t) = 1$ *для всіх* $x, y \in X$ *і* $t > 0$;
(viii) $N(x,y,0) = 1$ *для всіх* $x, y \in X$;
(ix) $N(x,y,t) = 0$ *для всіх* $x, y \in X$ *і* $t > 0$ *тоді і лише тоді, коли* $x = y$;
(x) $N(x,y,t) = N(y,x,t)$ *для всіх* $x, y \in X$ *і* $t > 0$;
(xi) $N(x,y,t) \diamond N(y,z,s) \leq N(x,z,t+s)$ *для всіх* $x, y, z \in X$ *і* $s, t > 0$;
(xii) *для всіх* $x, y \in X$, *функція* $N(x,y,-)\colon (0,\infty) \to [0,1]$ *неперервна;*
(xiii) $\lim_{t\to\infty} N(x,y,t) = 0$ *для всіх* $x, y \in X$.

Тоді пара (M, N) називається інтуїціоністською розмитою метрикою на X.

Природно назвати пару (M, N) *інтуїціоністською розмитою ультраметрикою* на X, якщо додатково задовольняються умови

(v') $M(x,y,t) * M(y,z,s) \leq M(x,z,t+s)$ для всіх $x, y, z \in X$ і $s, t > 0$;
(xi') $N(x,y,t) \diamond N(y,z,s) \leq N(x,z,t+s)$ для всіх $x, y, z \in X$ і $s, t > 0$.

Сформулюємо проблему: чи можна перенести отримані вище результати на випадок інтуїціоністських розмитих ультраметричних просторів?

4.3. Інші проблеми. Відомо, що кожен нормальний функтор має продовження на категорію тихоновських просторів і це продовження зберігає клас метризовних просторів. Оскільки клас розмитих метризовних просторів збігається з класом метризовних просторів, то ми можемо розглядати проблему розмитої метризації нормальних функторів на категорії метризовних просторів. Результати статті можна узагальнити на цей випадок.

Природно виникає проблема збереження повноти розмитих метричних просторів одержаними функторами.

Однією з основних проблем також залишається проблема перенесення результатів цієї статті на випадок функторів нескінченного степеня. Зауважимо, що це вже зроблено для функторів гіперпростору exp та ймовірнісних мір P (див. [16]).

---

1. *George A.* On some results in fuzzy metric spaces / *George A., Veeramani P.V.* // Fuzzy Sets and Systems. – 1994. – Vol. 64. – P. 395-399.
2. *Grabiec M.* Fixed points in fuzzy metric spaces / *Grabiec M.* // Fuzzy Sets and Systems. – 1989. – Vol. 27. – P. 385-389.
3. *Gregori V., Morillas, Sapena A.* On a class of completable fuzzy metrics, (подано до друку).
4. *Gregory V.* A note on intuitionistic fuzzy metric spaces / *Gregory V., Romaguera S., Veeramani P.* // Chaos, Solitions and Fractals. – 2006. – Vol. 28. – P. 902-905.
5. *Kramosil O.* Fuzzy metric and statistical metric spaces / *Kramosil O., Michalek J.* // Kybernetika. – 1975. – Vol. 11. – P. 326-334.
6. *Morillas S.* A fast impulsive noise color image filter using fuzzy metrics *Morillas S., Gregori V., Peris-Fajarnes G., Latorre P.* // Real-Time Imaging. – 2005. – Vol. 11, №5-6. – P. 417-428.
7. *Park J.H.* Intuitionistic fuzzy metric spaces / *Park J.H.* // Chaos, Solitions and Fractals. – 2004. – Vol. 22. – P. 1039-1046.
8. *Rodríguez-López J.* The Hausdorff fuzzy metric on compact sets / *Rodríguez-López J., Romaguera S.* // Fuzzy Sets and Systems. – Vol. 147, № 2. – P. 273-283.
9. *Romaguera S.* The Banach fixed point theorem in fuzzy quasi-metric spaces with application to the domain of words / *Romaguera S., Sapena A., Tirado P.* // Topology and its Applications. – 2007. – Vol. 154, № 10. – P. 2196-2203.
10. *Sapena A.* A contribution to the study of fuzzy metric spaces / *Sapena A.* // Applied General Topology. – 2001. – Vol. 2, № 1. – P. 63-75.
11. *Щепин Е.В.* Функторы и несчетные степени компактов / *Щепин Е.В.* // Успехи матем. наук. – 1981. – Т. 36, № 3. – С. 3-62.
12. *Schweizer B.* Probabilistic Metric Spaces / *Schweizer B., Sklar A.* – Elsevier Science Publishing Company, 1983.
13. *Savchenko A.* Fuzzy ultrametrics on the set of probability measures / *Savchenko A., Zarichnyi M.* // Topology. – 2009. – Vol. 48, № 2-4. – P. 130-136.
14. *Teleiko A.* Categorical topology of compact Hausdorff spaces / *Teleiko A., Zarichnyi M.* – Mathematical Studies: Monograph Series, Volume 5.
15. *Veeramani P.* Best approximation in fuzzy metric spaces / *Veeramani P.* // J. Fuzzy Math. – 2001. – Vol. 9. – P. 75-80.
16. *Breugel F.* A Note on Hyperspaces and Terminal Coalgebras / *Breugel F., Watson S.* // Coalgebraic Methods in Computer Science. Electronic Notes in Theoretical Computer Science. – 1999. – Vol. 19. – P. 201-208.

FUNCTORS AND FUZZY ULTRAMETRICS

Aleksandr SAVCHENKO

Kherson state agricultural university,
73006 Kherson, Rozy Lyuksemburg Str., 23
e-mail: savchenko1960@rambler.ru

Let F be a normal functor of finite degree on the category of compacta. We describe a procedure that allows for obtaining ultrametrizations of extensions of the functor F onto the category of metrizable spaces. We formulate a problem of extension of the obtained results onto the category of intuitionistic fuzzy ultrametric spaces.

Key words: normal functor, fuzzy ultrametric space.

ФУНКТОРЫ И НЕЧЁТКИЕ УЛЬТРАМЕТРИКИ

Александр САВЧЕНКО

Херсонский государственный аграрный университет,
73006 Херсон, ул. Розы Люксембург, 23
e-mail: savchenko1960@rambler.ru

Пусть F – нормальный функтор конечного степеня на категории компактов. Описана процедура, которая позволяет получить ультраметризации продолжения функтора F на категорию метризированных пространств. Сформулировано проблему использования полученных результатов в случае интуиционистских нечётких ультраметрических пространств.

Ключевые слова: функтор, нечёткое ультраметрическое пространство.

Стаття надійшла до редколегії 27.08.2010

Прийнята до друку 22.12.2010