ISSN 2078-3744. Вісник Львів. ун-ту. Серія мех.-мат. 2016. Випуск 82. С. 217–223
Visnyk of the Lviv Univ. Series Mech. Math. 2016. Issue 82. P. 217–223

УДК 517.53

ПРО МАТРИЧНІ ВІДОБРАЖЕННЯ ЦІЛИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ

Мирослав Шеремета

Львівський національний університет імені Івана Франка,
Університетська 1, м. Львів, 79000
e-mail: m_m_sheremeta@list.ru

Послідовність (x_n) комплексних чисел називається *цілою* стосовно зростаючої до $+\infty$ послідовності (λ_n) додатних чисел, якщо ряд Діріхле з коефіцієнтами x_n і показниками λ_n є цілим. Узагальненим порядком послідовності (x_n) будемо називати узагальнений порядок відповідного ряду Діріхле. Знайдено необхідну і достатню умову для того, щоб матриця (a_{nk}) відображала клас цілих послідовностей узагальненого порядку $\leq \varrho \in (0, +\infty)$ у клас цілих послідовностей узагальненого порядку $\leq \mu \in (0, +\infty)$.

Ключові слова: ряд Діріхле, матричне відображення, узагальнений порядок.

1. Вступ. Згідно з [1] послідовність $x = (x_n)$ комплексних чисел називається *цілою*, якщо такою є функція $f(z) = \sum_n x_n z^n$. Порядком ϱ послідовності $x = (x_n)$ називається порядок функції f, тобто за теоремою Адамара $\varrho = \overline{\lim\limits_{n\to\infty}} \dfrac{n \ln n}{-\ln |x_n|}$. Для фіксованого $\varrho \in (0, +\infty)$ через $\Omega(\varrho)$ позначимо клас всіх цілих послідовностей порядку $\leq \varrho$.

Нехай $\xi = (\xi_n)$ – послідовність ненульових комплексних чисел, а $s(\xi) = \{x : \xi_n x_n \to 0\,(n \to \infty)\}$. Якщо позначимо $||x||_\xi = \sup\{|\xi_n x_n| : n \geq 1\}$, то простір $(s(\xi), ||\cdot||_\xi)$ є [2] банаховим і компактним. В [1] досліджено умови, за яких матриця $A = (a_{nk})_{n,\,k\geq 1}$ відображає $s(\xi)$ в $s(\eta) = \{y : \eta_n y_n \to 0\,(n \to \infty)\}$.

Нехай $(\xi^{(j)})$ і $(\eta^{(i)})$ – послідовності послідовностей (тобто $\xi^{(j)} = (\xi_n^{(j)})$ і $\eta^{(i)} = (\eta_k^{(i)})$) такі, що $s(\xi^{(k)}) \subset s(\xi^{(j)})$ і $s(\eta^{(k)}) \subset s(\eta^{(j)})$ для $k > j$. Приймемо $S = \bigcap\limits_j s(\xi^{(j)})$, $T = \bigcap\limits_i s(\eta^{(i)})$ і припустимо, що для кожного j існує таке $k > j$, що $\sum\limits_n |\xi_n^{(j)}/\xi_n^{(k)}| < +\infty$, а для кожного i існує таке $l > i$, що $\left|\eta_n^{(i)}/\eta_n^{(l)}\right| \to 0$ $(n \to \infty)$. Нарешті, за

2010 Mathematics Subject Classification: 30B20 означенням матриця A відображає S в T, якщо для кожного i існує таке j, що A відображає $s(\xi^{(j)})$ в $s(\eta^{(i)})$. В [1] доведено таке твердження.

Лема 1. *Для того, щоб матриця A відображала S в T, необхідно і достатньо, щоб для кожного i існували такі j і $M \in (0, +\infty)$, що для всіх n і k*

$$\left|\eta_n^{(i)} a_{nk}/\xi_k^{(j)}\right| \le M. \tag{1}$$

Використовуючи цю лему, в [1] доведено, що для того, щоб матриця A відображала $\Omega(\varrho)$ в $\Omega(\mu)$, необхідно і достатньо, щоб для кожного $t > \mu$ існували такі $r > \varrho$ і $M \in (0, +\infty)$, що для всіх n і k

$$n^{n/t}|a_{nk}|k^{-k/r} \le M.$$

Цей результат буде узагальнено, з одного боку, на випадок цілих послідовностей, означених збіжністю рядів Діріхле зі зростаючими до $+\infty$ показниками, а з іншого – на узагальнені порядки зростання.

2. Основна частина. Отже, нехай $\lambda = (\lambda_n)$ – зростаюча до $+\infty$ послідовність додатних чисел. Послідовність $x = (x_n)$ комплексних чисел будемо називаєти цілою стосовно послідовності λ, якщо ряд Діріхле

$$F(z) = \sum_{n=1}^{\infty} x_n \exp\{z\lambda_n\}, \quad z = \sigma + it, \tag{2}$$

абсолютно збігається в усій комплексній площині. Для цього ряду приймемо $M(\sigma, F) = \sup\{|F(\sigma + i\tau)| : \tau \in \mathbb{R}\}$.

Через L позначимо клас додатних неперервних на $(-\infty, +\infty)$ функцій α таких, що $\alpha(x) = \alpha(x_0)$ для $-\infty < x \le x_0$ і $\alpha(x) \uparrow +\infty$ при $x_0 \le x \to +\infty$. Будемо говорити, що $\alpha \in L^0$, якщо $\alpha \in L$ і $\alpha((1 + o(1))x) = (1 + o(1))\alpha(x)$ при $x \to +\infty$. Нарешті, $\alpha \in L_{\text{пз}}$, якщо $\alpha \in L$ і $\alpha(cx) = (1 + o(1))\alpha(x)$ при $x \to +\infty$ для кожного $c \in (0, +\infty)$, тобто α – повільно зростаюча функція. Зрозуміло, що $L_{\text{пз}} \subset L^0$.

Для $\alpha \in L$ і $\beta \in L$ узагальненим порядком $\varrho_{\alpha,\beta}[F]$ цілого ряду Діріхле (2) називається [3] величина

$$\varrho_{\alpha,\beta}[F] = \varlimsup_{\sigma \to +\infty} \frac{\alpha(\ln M(\sigma, F))}{\beta(\sigma)},$$

а для її знаходження правильне [4, с. 26] таке твердження.

Лема 2. *Нехай $0 < p < +\infty$, $\alpha \in L$ і $\beta \in L$ – неперервно диференційовні функції і виконується одна з умов:*

а) $\alpha \in L^0$, $\beta(\ln x) \in L^0$, $\dfrac{d\beta^{-1}(c\alpha(x))}{d\ln x} \to \dfrac{1}{p}$ $(x \to +\infty)$ *для кожного* $c \in (0, +\infty)$ *і* $\ln n = o(\lambda_n)$ $(n \to \infty)$;

б) $\alpha \in L_{пз}$, $\beta(\ln x) \in L_{пз}$, $\dfrac{d\beta^{-1}(c\alpha(x))}{d\ln x} = O(1)$ $(x \to +\infty)$ *для кожного* $c \in (0, +\infty)$ *і* $\ln n = O(\lambda_n)$ $(n \to \infty)$.

Тоді $\varrho_{\alpha,\beta}[F] = \varrho_{\alpha,\beta}[x] = \varrho_{\alpha,\beta}[(x_n)]$, *де*

$$\varrho_{\alpha,\beta}[x] = \overline{\lim_{n\to\infty}} \frac{\alpha(\lambda_n/p)}{\beta\left(\dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{\lambda_n}\ln\dfrac{1}{|x_n|}\right)}. \tag{3}$$

Узагальненим порядком цілої стосовно $\lambda = (\lambda_n)$ послідовності $x = (x_n)$ будемо називати узагальнений порядок відповідного цілого ряду Діріхле (2), тобто величину (3).

Для фіксованого $\varrho \in (0, +\infty)$ через $\Omega_{\alpha,\beta}(\varrho)$ позначимо клас всіх цілих стосовно $\lambda = (\lambda_n)$ послідовностей $x = (x_n)$ узагальненого порядку $\varrho_{\alpha,\beta}[x] \le \varrho$ і доведемо наступну лему.

Лема 3. *Нехай* (ϱ_j) *– послідовність додатних чисел і* $\varrho_j \downarrow \varrho$ $(j \to \infty)$. *Припустимо, що виконується одна з умов а) чи б) леми 2, і приймемо*

$$\xi_n^{(j)} = \exp\left\{\lambda_n\left(\beta^{-1}\left(\frac{1}{\varrho_j}\alpha\left(\frac{\lambda_n}{p}\right)\right) - \frac{1}{p}\right)\right\}.$$

Тоді

$$\Omega_{\alpha,\beta}(\varrho) = \bigcap_j s(\xi^{(j)}).$$

Доведення. Спочатку доведемо, що $\bigcap\limits_j s(\xi^{(j)}) \subset \Omega_{\alpha,\beta}(\varrho)$. Оскільки

$$s(\xi^{(j)}) = \{(x_n) : \xi_n^{(j)} x_n \to 0\,(n\to\infty)\},$$

то для всіх досить великих n

$$|x_n| \le \frac{1}{\xi_n^{(j)}} = \exp\left\{-\lambda_n\left(\beta^{-1}\left(\frac{1}{\varrho_j}\alpha\left(\frac{\lambda_n}{p}\right)\right) - \frac{1}{p}\right)\right\}, \tag{4}$$

звідки випливає, що

$$\frac{1}{\lambda_n}\ln\frac{1}{|x_n|} \to +\infty \quad (n\to\infty),$$

і з огляду на умову $\ln n = O(\lambda_n)$ $(n \to \infty)$ абсциса збіжності ряду Діріхле (2) з такими коефіцієнтами дорівнює $+\infty$ (див. [5]). Отже, послідовність $x = (x_n)$ є цілою стосовно послідовності $\lambda = (\lambda_n)$. З нерівності (4) випливає також,
що для будь-якого j

$$\overline{\lim_{n\to\infty}} \frac{\alpha(\lambda_n/p)}{\beta\left(\dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{\lambda_n}\ln\dfrac{1}{|x_n|}\right)} \le \varrho_j$$

і оскільки $\varrho_j \downarrow \varrho$ $(j \to \infty)$, то $\varrho_{\alpha,\beta}[x] \le \varrho$, тобто $s(\xi^{(j)}) \subset \Omega_{\alpha,\beta}(\varrho)$, і отже, $\bigcap\limits_j s(\xi^{(j)}) \subset \Omega_{\alpha,\beta}(\varrho)$.

Навпаки, якщо $(x_n) \in \Omega_{\alpha,\beta}(\varrho)$, то для будь-якого $\varepsilon > 0$

$$|x_n| \le \exp\left\{-\lambda_n\left(\beta^{-1}\left(\frac{1}{\varrho+\varepsilon}\alpha\left(\frac{\lambda_n}{p}\right)\right) - \frac{1}{p}\right)\right\}, \quad n \geqslant n_0(\varepsilon),$$

і

$$|x_n\xi_n^{(j)}| \le \exp\left\{-\lambda_n\left(\beta^{-1}\left(\frac{1}{\varrho+\varepsilon}\alpha\left(\frac{\lambda_n}{p}\right)\right)-\beta^{-1}\left(\frac{1}{\varrho_j}\alpha\left(\frac{\lambda_n}{p}\right)\right)\right)\right\},\ n\geqslant n_0(\varepsilon). \quad (5)$$

Зауважимо таке: якщо $\beta(\ln x)\in L^0$ і $\delta>0$, то

$$t\{\beta^{-1}((1+\delta)\alpha(t))-\beta^{-1}(\alpha(t))\}\to+\infty,\quad t\to+\infty. \quad (6)$$

Справді, якщо для деякої прямуючої до $+\infty$ послідовності (t_k) правильна нерівність

$$t_k\{\beta^{-1}((1+\delta)\alpha(t_k))-\beta^{-1}(\alpha(t_k))\}\le K<+\infty,$$

то

$$(1+\delta)\alpha(t_k)\le\beta(\beta^{-1}(\alpha(t_k))+K/t_k)=\beta\left(\ln\left(e^{\beta^{-1}(\alpha(t_k))}e^{K/t_k}\right)\right)=$$
$$=\beta\left(\ln\left\{(1+o(1))e^{\beta^{-1}(\alpha(t_k))}\right\}\right)=(1+o(1))\alpha(t_k),\quad k\to\infty,$$

що неможливо.

З огляду на (6) і нерівність $\varrho_j>\varrho$ з (5) випливає, що $|x_n\xi_n^j|\to0$ $(n\to\infty)$, тобто $(x_n)\in s(\xi^{(j)})$ для кожного j, і отже, $\Omega_{\alpha,\beta}(\varrho)\subset\bigcap_j s(\xi^{(j)})$. Лему 3 доведено. □

Використовуючи леми 1 і 3, доведемо таку теорему.

Теорема 1. *Нехай функції $\alpha\in L$ та $\beta\in L$ і послідовність $\lambda=(\lambda_n)$ задовольняють умови леми 2, $\varrho\in(0,+\infty)$ і $\mu\in(0,+\infty$. Для того, щоб матриця $A=(a_{nk})$ відображала $\Omega_{\alpha,\beta}(\varrho)$ в $\Omega_{\alpha,\beta}(\mu)$, необхідно і достатньо, щоб для кожного $t>\mu$ існували такі $r>\varrho$ і $M\in(0,+\infty)$, що для всіх n і k*

$$|a_{nk}|\exp\left\{\lambda_n\left(\beta^{-1}\left(\frac{1}{t}\alpha\left(\frac{\lambda_n}{p}\right)\right)-\frac{1}{p}\right)-\lambda_k\left(\beta^{-1}\left(\frac{1}{r}\alpha\left(\frac{\lambda_k}{p}\right)\right)-\frac{1}{p}\right)\right\}\le M.$$

Доведення. Нехай (μ_i) – така послідовність додатних чисел, що $\mu_i\downarrow\mu$, а

$$\eta_n^{(i)}=\exp\left\{\lambda_n\left(\beta^{-1}\left(\frac{1}{\mu_i}\alpha\left(\frac{\lambda_n}{p}\right)\right)-\frac{1}{p}\right)\right\}.$$

За лемою 3 $\Omega_{\alpha,\beta}(\mu)=\bigcap_i s(\eta^{(i)})$ і $\Omega_{\alpha,\beta}(\varrho)=\bigcap_j s(\xi^{(j)})$. Легко перевірити таке: якщо $\varrho_k<\varrho_j$ для $k>j$, то $\xi_n^{(j)}\le\xi_n^{(k)}$ для $k>j$, звідки згідно з означенням випливає, що $s(\xi^{(k)})\subset s(\xi^{(j)})$ для $k>j$. Подібно, $s(\eta^{(k)})\subset s(\eta^{(j)})$ для $k>j$.

Для $l>i$, як у доведенні співвідношення $\left|\xi_n^{(j)}x_n\right|\to0$ $(n\to\infty)$ в лемі 3, використовуючи умову $\beta(\ln x)\in L^0$, отримуємо

$$\frac{\eta_n^{(i)}}{\eta_n^{(l)}}=\exp\left\{-\lambda_n\left(\beta^{-1}\left(\frac{1}{\mu_l}\alpha\left(\frac{\lambda_n}{p}\right)\right)-\beta^{-1}\left(\frac{1}{\mu_i}\alpha\left(\frac{\lambda_n}{p}\right)\right)\right)\right\}\to0,\quad n\to\infty.$$

Нарешті, для $k>j$

$$\sum_n\frac{\xi_n^{(j)}}{\xi_n^{(k)}}=\sum_n\exp\left\{-\lambda_n\left(\beta^{-1}\left(\frac{1}{\varrho_k}\alpha\left(\frac{\lambda_n}{p}\right)\right)-\beta^{-1}\left(\frac{1}{\varrho_j}\alpha\left(\frac{\lambda_n}{p}\right)\right)\right)\right\}. \quad (7)$$

Припустимо, що виконується умова а) леми 2. Тоді $\beta(\ln x)\in L^0$ і, як раніше,

$$\beta(x+o(1))=\beta(\ln\{(1+o(1))e^x\})=(1+o(1))\beta(x)$$

при $x \to +\infty$. Звідси випливає, що $\beta^{-1}(t/\varrho_k) - \beta^{-1}(t/\varrho_j) \ge h_{kj} > 0$ для всіх $t \ge t_0$, бо якщо $\beta^{-1}(t_n/\varrho_k) - \beta^{-1}(t_n/\varrho_j) \to 0$ для деякої послідовності $(t_n) \uparrow +\infty$, то

$$t_n/\varrho_k \le \beta(\beta^{-1}(t_n/\varrho_j) + \varepsilon) = (1+\varepsilon)t_n/\varrho_j$$

при $n \geqslant n_0(\varepsilon)$, що неможливо. Отже, з (7) з огляду на умову $\ln n = o(\lambda_n)$ $(n \to \infty)$ отримуємо

$$\sum_n \xi_n^{(j)}/\xi_n^{(k)} \le \sum_n \exp\{-\lambda_n h_{kj}\} < +\infty, \tag{8}$$

За умови б) $\beta(\ln x) \in L_{\text{пз}}$ і $\beta(x + O(1)) = (1+o(1))\beta(x)$ при $x \to +\infty$. Тому тепер

$$\beta^{-1}\left(\frac{1}{\varrho_k}\alpha\left(\frac{\lambda_n}{p}\right)\right) - \beta^{-1}\left(\frac{1}{\varrho_j}\alpha\left(\frac{\lambda_n}{p}\right)\right) \to +\infty, \quad n \to \infty,$$

і з огляду на умову $\ln n = O(\lambda_n)$ $(n \to \infty)$ знову отримуємо (8).

Отже, можемо застосувати лему 1 до $S = \Omega_{\alpha,\beta}(\varrho)$ і $T = \Omega_{\alpha,\beta}(\mu)$, за якою для того, щоб матриця $A = (a_{nk})$ відображала $\Omega_{\alpha,\beta}(\varrho)$ в $\Omega_{\alpha,\beta}(\mu)$, необхідно і достатньо, щоб для кожного i існували такі j і $M \in (0, +\infty)$, що для всіх n і k

$$\frac{\exp\left\{\lambda_n\left(\beta^{-1}\left(\frac{1}{\mu_i}\alpha\left(\frac{\lambda_n}{p}\right)\right) - \frac{1}{p}\right)\right\}}{\exp\left\{\lambda_k\left(\beta^{-1}\left(\frac{1}{\varrho_j}\alpha\left(\frac{\lambda_k}{p}\right)\right) - \frac{1}{p}\right)\right\}}|a_{nk}| \le M.$$

Звідси легко отримати висновок теореми. □

Наведемо два прості наслідки. Якщо в означенні узагальненого порядку цілого ряду Діріхле виберемо $\alpha(t) = \ln t$ і $\beta(t) = t$ для $t \ge t_0$, то отримаємо означення R-порядку ϱ_R, а якщо за умови $\varrho_R = p \in (0, +\infty)$ виберемо $\alpha(t) = t$ і $\beta(t) = e^{pt}$, то отримаємо означення R-типу T_R цього ряду. З доведеної теореми легко випливають такі два твердження.

Наслідок 1. *Нехай $\Omega_R(\varrho)$ – клас всіх цілих стосовно $\lambda = (\lambda_n)$ послідовностей $x = (x_n)$ R-порядку $\le \varrho$. Припустимо, що $\ln n = O(\lambda_n)$ $(n \to \infty)$, а $0 < \varrho$, $\mu < +\infty$. Для того, щоб матриця $A = (a_{nk})$ відображала $\Omega_R(\varrho)$ в $\Omega_R(\mu)$, необхідно і достатньо, щоб для кожного $t > \mu$ існували такі $r > \varrho$ і $M \in (0, +\infty)$, що для всіх n і k*

$$|a_{nk}| \exp\left\{\frac{\lambda_n \ln \lambda_n}{t} - \frac{\lambda_k \ln \lambda_k}{r}\right\} \le M.$$

Наслідок 2. *Нехай $\Omega_R(p, T)$ – клас всіх цілих стосовно $\lambda = (\lambda_n)$ послідовностей $x = (x_n)$, зростання яких не перевищує R-порядку p і R-типу T. Припустимо, що $\ln n = o(\lambda_n)$ $(n \to \infty)$, а $0 < T_1, T_2 < +\infty$. Для того, щоб матриця $A = (a_{nk})$ відображала $\Omega_R(p, T_1)$ в $\Omega_R(p, T_2)$, необхідно і достатньо, щоб для кожного $t > T_2$ існували такі $r > T_1$ і $M \in (0, +\infty)$, що для всіх n і k*

$$|a_{nk}| \exp\left\{\frac{\lambda_n}{p} \ln \frac{\lambda_n}{etp} - \frac{\lambda_k}{p} \ln \frac{\lambda_k}{erp}\right\} \le M.$$

Зауважимо таке: якщо у степеневому розвиненні цілої функції $f(z) = \sum_n x_n z^n$ зробимо заміну z на e^z, то отримаємо цілий ряд Діріхле (2) з показниками $\lambda_n = n$. Тому з наслідку 1 випливає наведений вище результат з [1] для цілих послідовностей скінченного порядку.

3. Доповнення. Для $\alpha \in L$ і $\beta \in L$ модифікованим узагальненим порядком цілого ряду Діріхле (2) називається величина

$$\overline{\varrho_{\alpha,\beta}}[F] = \varlimsup_{\sigma\to+\infty} \frac{1}{\beta(\sigma)}\alpha\left(\frac{\ln M(\sigma,F)}{\sigma}\right).$$

В [6] доведено таке: якщо $\alpha \in L_{пз}$ і $\beta \in L^0$, або $\beta \in L_{пз}$ і $\alpha \in L^0$, а показники λ_n задовольняють умову $\ln n = o(\lambda_n \beta^{-1}(c\alpha(\lambda_n)))$ при $n \to +\infty$
для будь-якого $c \in (0, +\infty)$, то

$$\overline{\varrho_{\alpha,\beta}}[F] = \overline{\varrho_{\alpha,\beta}}[x] := \varlimsup_{n\to+\infty} \frac{\alpha(\lambda_n)}{\beta\left(\frac{1}{\lambda_n}\ln\frac{1}{|x_n|}\right)}.$$

Тому, якщо через $\overline{\Omega}_{\alpha,\beta}(\varrho)$ позначимо клас всіх цілих стосовно $\lambda = (\lambda_n)$ послідовностей $x = (x_n)$ модифікованого узагальненого порядку $\overline{\varrho}_{\alpha\beta}[x] \leqslant \rho$, то, повторюючи доведення теореми 1, перейдемо до теореми 2, формулювання якої значно простіше, ніж теореми 1.

Теорема 2. *Нехай або* $\alpha \in L_{пз}$ *і* $\beta \in L^0$, *або* $\beta \in L_{пз}$ *і* $\alpha \in L^0$, $\ln n = o(\lambda_n \beta^{-1}(c\alpha(\lambda_n)))$ *при* $n \to +\infty$ *для кожного* $c \in (0, +\infty)$, $\varrho \in (0, +\infty)$ *і* $\mu \in (0, +\infty)$. *Для того, щоб матриця* $A = (a_{nh})$ *відображала* $\overline{\Omega}_{\alpha\beta}(\varrho)$ *в* $\overline{\Omega}_{\alpha\beta}(\mu)$, *необхідно і достатньо, щоб для кожного* $t > \mu$ *існували* $r > \varrho$ *і* $M \in (0, +\infty)$ *такі, що для всіх* n *і* h

$$|a_{nh}| \exp\left\{\lambda_n \beta^{-1}\left(\frac{1}{t}\alpha(\lambda_n)\right) - \lambda_h \beta^{-1}\left(\frac{1}{r}\alpha(\lambda_h)\right)\right\} \leqslant M.$$

Список використаної літератури

1. *Skerry H.B.* On matrix maps of entire sequences // Pacif. J. Math. — 1974. — **51**, №2. — P. 563–570.
2. *Zeller K.* Allgemeine Eigenschaften von Limitierungsverfahren // Math. Z. — 1951. — **53**. — S. 463–487.
3. *Пьяныло Я.Д., Шеремета М.М.* О росте целых функций, представленных рядами Дирихле // Изв. вузов. Матем. — 1975. — №10. — С. 91–93.
4. *Шеремета М.М.* Цілі ряди Діріхле. — Київ: ІСДО, — 1993. — 168 с.
5. *Мулява О.М.* Про абсцису збіжності ряду Діріхле // Мат. Студ. — 1998. — **9**, №2 — С. 171–176
6. *Кулявець Л., Шеремета М.* Про модифіковані узагальнені порядки цілих рядів Діріхле та характерестичні функції ймовірнісних законів // Вісник Львів. ун-ту. Серія мех.-мат. — 2012. — **77**. — С. 124–131.

ON MATRIX MAPS OF ENTIRE SEQUENCES

Myroslav Sheremeta

Ivan Franko National University of Lviv,
str. Universytetska,1, Lviv, 79000
e-mail: m_ m_ sheremeta@list.ru

A sequence (x_n) of complex numbers is called entire with respect to a sequence (λ_n) of positive numbers increasing to $+\infty$, if the Dirichlet series with coefficients x_n and exponents λ_n is entire. We will define the generalized order of the sequence (x_n) as the generalized order of this Dirichlet series. We find a necessary and sufficient condition for a matrix (a_{nk}) to map a class of entire sequences of the generalized order $\leq \varrho \in (0, +\infty)$ into a class of entire sequences of the generalized order $\leq \mu \in (0, +\infty)$.

Key words: Dirichlet series, matrix map, generalized order

Стаття: надійшла до редколегії 10.10.2016.
доопрацьована 20.12.2016.
прийнята до друку 20.12.2016.