

УДК 681.5.015+62-83:629.33

О. Б. Мокін, д. т. н., доц.; Б. І. Мокін, д. т. н., проф.;  
О. Д. Фолішняк; В. А. Лобатюк

## СИНТЕЗ ЗАКОНУ КЕРУВАННЯ ОПТИМАЛЬНИМ РУХОМ ЕЛЕКТРОМОБІЛЯ ГОРИЗОНТАЛЬНИМ ВІДРІЗКОМ АВТОМАГІСТРАЛІ

У роботі синтезовано закон керування рухом електромобіля горизонтальним відрізком автомагістралі, оптимальним за критерієм мінімуму витрат енергії акумуляторної батареї.

**Ключові слова:** синтез, оптимізація, математична модель, електромобіль, тяговий електричний двигун, акумуляторна батарея, витрати енергії.

### Вступ

Стаття з циклу публікацій щодо питання оптимізації та ідентифікації математичних моделей руху електромобіля з тяговим електродвигуном постійного струму послідовного збудження по горизонтальному прямолінійному відрізку дороги присвячена синтезу закону керування рухом електромобіля горизонтальним відрізком автомагістралі, оптимальним за критерієм мінімуму витрат енергії акумуляторної батареї.

### Вихідні передумови та постановка завдання

У роботі [1] доведено, що завантажений електромобіль із тяговим електродвигуном постійного струму з послідовним збудженням, підключеним до акумуляторної батареї згідно зі схемою, наведеною на рис. 1,

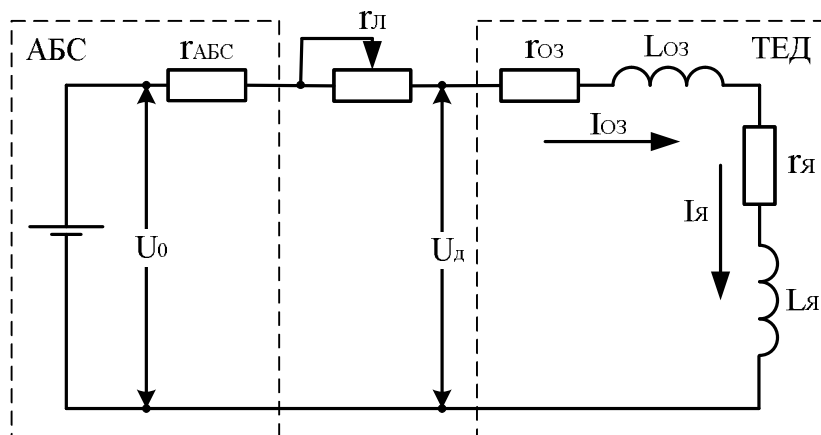


Рис. 1. Електрична схема основного силового контуру електропривода електромобіля з регульованим опором лінії між акумуляторною батареєю та вхідними клемми тягового електродвигуна

рухатиметься горизонтальним відрізком автомагістралі, мінімізуючи витрати енергії акумуляторної батареї, лише тоді, коли струм у його силовому контурі формуватиметься за законом, математична модель якого має вигляд

$$i(\tau) = \frac{1 - a_1 \left( C_2 e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - \frac{C_1}{f_1 + 2f_2 v} \right)}{2\alpha + 2b_1 \left( C_2 e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - \frac{C_1}{f_1 + 2f_2 v} \right)}, \quad (1)$$

де  $i = \frac{I_{я}}{I_n}$  – відносний струм силового контуру,  $\tau = \frac{t}{T_M}$  – відносний час,  $v = \frac{V}{V_n}$  – відносна лінійна швидкість електромобіля,  $\alpha = \frac{I_n}{I_k}$  – коефіцієнт нахилу статичної характеристики  $u = f(i)$  силового контуру, яка має вигляд

$$u = 1 - \alpha i, \quad (2)$$

де  $u = \frac{U}{U_n}$  – відносна напруга, а  $a_1, b_1$  – коефіцієнти кривої намагнічування тягового електродвигуна, математична модель якої має вигляд

$$\phi(i) = \begin{cases} -a_2 i^2 + b_2 i, & i \in [0, i_{cn}), \\ a_1 + b_1 i, & i \in [i_{cn}, \infty), \end{cases} \quad (3)$$

де  $\phi(i) = \frac{\Phi(I_{оз})}{\Phi(I_n)}$  – відносний магнітний потік, що є функцією відносного струму  $i$ ,  $C_1, C_2$  –

невідомі коефіцієнти, а  $f_1 = \frac{\mu_1 R V_n}{w k_M I_n \Phi(I_n)}$ ,  $f_2 = \frac{\mu_2 R V_n^2}{w k_M I_n \Phi(I_n)}$  – коефіцієнти математичної моделі динаміки електропривода, що у відносних величинах має вигляд

$$\frac{dv}{d\tau} = a_1 i + b_1 i^2 - f_0 - f_1 v - f_2 v^2, \quad (4)$$

$$\text{а коефіцієнт } f_0 = \frac{\mu_0 R}{w k_M I_n \Phi(I_n)}.$$

Варто також нагадати, що необхідну для визначення відносного часу електромеханічну сталу часу тягового електропривода електромобіля  $T_M$  визначають із виразу

$$T_M = \frac{m V_n R}{w k_M I_n \Phi(I_n)}, \quad (5)$$

де  $m$  – маса електромобіля,  $w$  – передаточне число редуктора від колеса до тягового електродвигуна,  $R$  – радіус колеса,  $k_M$  – обмотувальний коефіцієнт зв'язку між моментом обертання якоря тягового електродвигуна та струмом у обмотці якоря й магнітним потоком його обмотки збудження (цей коефіцієнт визначають із використанням паспортних даних тягового електродвигуна).

А про те, чим є параметри, що входять до формул, за якими визначають усі вищевказані відносні величини, можна прочитати у вже цитованій вище роботі [1].

У роботі [2] доведено, що незавантажений електромобіль із тяговим електродвигуном постійного струму з послідовним збудженням, підключеним до акумуляторної батареї згідно зі схемою, наведеною на рис. 1, рухатиметься горизонтальним відрізком автомагістралі, мінімізуючи витрати енергії акумуляторної батареї лише тоді, коли струм у його силовому контурі формуватиметься за законом, математична модель якого має вигляд

$$i(\tau) = \frac{2\alpha + 2b_2\lambda_1(\tau) - \sqrt{(2\alpha + 2b_2\lambda_1(\tau))^2 - 12a_2\lambda_1(\tau)}}{6a_2\lambda_1(\tau)}, \quad (6)$$

де

$$\lambda_1(\tau) = C_2^* e^{(f_1 + 2f_2v)\tau} - \frac{C_1^*}{f_1 + 2f_2v}, \quad (7)$$

а математична модель динаміки системи електропривода має вигляд

$$\frac{dv}{d\tau} = -a_2i^3 + b_2i^2 - f_0 - f_1v - f_2v^2. \quad (8)$$

У математичних моделях оптимального струму (1) і (6), який забезпечує рух електромобіля горизонтальним відрізком автомагістралі з мінімальними витратами енергії акумулятора, невідомими параметрами є пари констант  $C_1, C_2$  чи  $C_1^*, C_2^*$ , до визначення яких і зведено завдання ідентифікації цих моделей, яке розв'язано в роботі [3].

У цій роботі поставлено завдання віднайти спосіб реалізації синтезованих та ідентифікованих моделей оптимального руху, що задають зміну відносного струму у відносному часі, тобто віднайти закон керування оптимальним рухом електромобіля горизонтальним відрізком автомагістралі, відштовхувшись від синтезованих моделей. До розв'язання цієї задачі ми й перейдемо.

#### Розроблення способів розв'язання поставленого завдання

Почнемо з того, що, як і в роботі [4], складемо рівняння з використанням електротехнічних параметрів тягового електропривода електромобіля, за допомогою яких забезпечують управління його рухом.

Оскільки схема силового контуру системи електропривода не залежить від того, яку гілку кривої намагнічування (3) використовують під час синтезу моделей оптимального струму, то рівняння другого закону Кірхгофа для цього контуру не залежатиме від моделей оптимального струму й буде одним і тим же, а саме

$$U_0 = I_{\text{я}} r_{\text{АБС}} + I_{\text{я}}(r_{\text{я}} + r_{\text{оз}}) + I_{\text{я}} r_{\text{л}} + E_{\omega} + (L_{\text{я}} + L_{\text{оз}}) \frac{dI_{\text{я}}}{dt}, \quad (9)$$

або

$$U_0 - I_{\text{я}} r_{\text{АБС}} - I_{\text{я}} r_{\text{л}} = U_{\text{д}} = I_{\text{я}}(r_{\text{я}} + r_{\text{оз}}) + E_{\omega} + (L_{\text{я}} + L_{\text{оз}}) \frac{dI_{\text{я}}}{dt}. \quad (10)$$

У цих рівняннях  $U_0$  – електрорушійна сила силової акумуляторної батареї (АБС),  $r_{\text{АБС}}$  – внутрішній активний опір цієї батареї,  $r_{\text{л}}$  – активний опір лінії, що з'єднує силову акумуляторну батарею з вхідними клемми тягового електродвигуна,  $U_{\text{д}}$  – напруга на цих клеммах,  $r_{\text{я}}, L_{\text{я}}$  – активний опір і індуктивність обмотки якоря тягового електродвигуна,  $r_{\text{оз}}, L_{\text{оз}}$  – активний опір і індуктивність обмотки збудження тягового електродвигуна, а

$$E_{\omega} = k_{\omega} \omega \Phi(I_{\text{оз}}) = k_{\omega} \omega \Phi(I_{\text{я}}), \quad (11)$$

електрорушійна сила обертання, яка наводиться в обмотці якоря і залежить від кутової швидкості обертання  $\omega$  якоря, обмотувального коефіцієнта  $k_{\omega}$  зв'язку між електрорушійною силою обертання, кутовою швидкістю й магнітним потоком  $\Phi$  обмотки

збудження, який, у свою чергу, залежить від струму  $I_{O3}$  в обмотці збудження, якій дорівнює для електродвигуна послідовного збудження струмові  $I_{я}$  якоря.

Із рівнянь (9) і (10) бачимо, що задавати потрібне нам значення оптимального струму тягового електродвигуна (ТЕД) можна, або змінюючи опір  $r_{л}$  лінії між акумуляторною батареєю АБС та його вхідними клемми, як показано на рис. 1, або змінюючи напругу  $U_{\delta}$ , що подається на ці клемми, наприклад, за допомогою керованого електронного підсилювача (ЕП), як це показано на рис. 2.

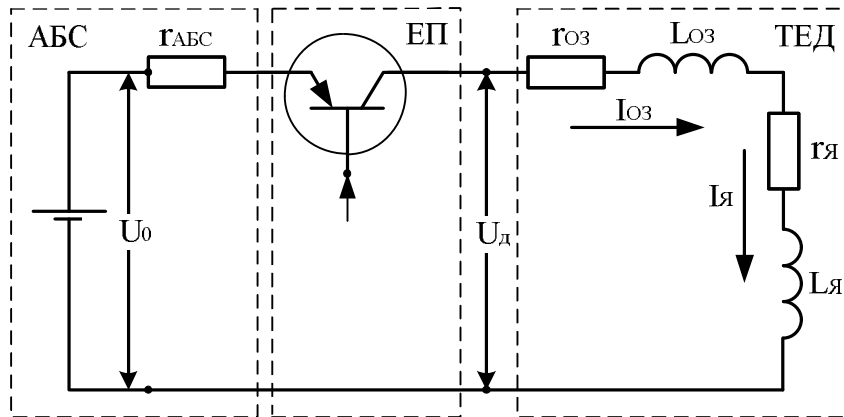


Рис. 2. Електрична схема основного силового контуру електропривода електромобіля з керованим електронним підсилювачем (ЕП) між силовою акумуляторною батареєю (АБС) та вхідними клемми тягового електродвигуна (ТЕД)

Цілком очевидно, що з позицій надійності роботи системи електропривода вибрати потрібно варіант з керованим електронним підсилювачем. Його в подальшому ми й розглядатимемо.

Поділивши рівняння (10) на  $U_0$  та виконавши низку допоміжних перетворень, отримаємо його аналог у відносних одиницях

$$u = \theta i + \beta \frac{di}{dt} + \gamma v \phi(i), \tag{12}$$

де

$$\beta = \frac{(L_{я} + L_{O3})I_H}{U_0 T_M}, \gamma = \frac{k_{\omega} V_H \Phi(I_H)}{U_0 R}, \theta = \frac{(r_{я} + r_{O3})}{U_0},$$

$$u = \frac{U_{\delta}}{U_0}, T_M = \frac{m V_H R}{\omega k_M I_H \Phi(I_H)}. \tag{13}$$

Виходячи з отриманих моделей, можна стверджувати, що можливими є два випадки оптимального керування електромобілем, а саме:

1) електромобіль завантажений і керується з використанням керованого електронного підсилювача;

2) електромобіль не завантажений і керується з використанням керованого електронного підсилювача.

У першому випадку – під час синтезу закону оптимального керування завантаженим

електромобілем – необхідно у вираз (12) підставити вираз (1) і нижню гілку виразу (3), у результаті чого матимемо

$$\begin{aligned}
 u^*(\tau) &= \theta i + \beta \frac{di}{dt} + \gamma v \phi(i) = \theta i + \beta \frac{di}{dt} + \gamma v (a_1 + b_1 i) = \\
 &= \beta \frac{d}{d\tau} \left( \frac{f_1 + 2f_2 v - (f_1 + 2f_2 v) a_1 C_2 e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} + a_1 C_1}{2\alpha (f_1 + 2f_2 v) + 2b_1 C_2 (f_1 + 2f_2 v) e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - 2b_1 C_1} \right) + \\
 &+ (\theta + \gamma v b_1) \left( \frac{f_1 + 2f_2 v - (f_1 + 2f_2 v) a_1 C_2 e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} + a_1 C_1}{2\alpha (f_1 + 2f_2 v) + 2b_1 C_2 (f_1 + 2f_2 v) e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - 2b_1 C_1} \right) + \gamma v a_1, \quad (14)
 \end{aligned}$$

або

$$F_1(u^*, v, \tau) = 0, \quad (15)$$

а у другому випадку – під час синтезу закону оптимального керування незавантаженим електромобілем – необхідно у вираз (12) підставити вираз (6) і верхню гілку виразу (3), у результаті чого матимемо

$$\begin{aligned}
 u^*(\tau) &= \theta i + \beta \frac{di}{dt} + \gamma v \phi(i) = \theta i + \beta \frac{di}{dt} + \gamma v (-a_2 i^2 + b_2 i) = \\
 &= \beta \frac{d}{d\tau} \left( \frac{2\alpha (f_1 + 2f_2 v) + 2(f_1 + 2f_2 v) b_2 C_2^* e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - 2b_2 C_1^*}{6\alpha_2 (C_2^* (f_1 + 2f_2 v) e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - C_1^*)} - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\sqrt{(2\alpha (f_1 + 2f_2 v) + 2b_2 C_2^* (f_1 + 2f_2 v) e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - 2b_2 C_1^*)^2 -}}{6\alpha_2 (C_2^* (f_1 + 2f_2 v) e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - C_1^*)} \times \right. \\
 &\quad \left. \times \frac{\sqrt{-12a_2 (f_1 + 2f_2 v)^2 C_2^* e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} + 12\alpha_2 C_1^* (f_1 + 2f_2 v)}}{6\alpha_2 (C_2^* (f_1 + 2f_2 v) e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - C_1^*)} \right) + \\
 &+ (\theta + \gamma v a_2) \left( \frac{2\alpha (f_1 + 2f_2 v) + 2(f_1 + 2f_2 v) b_2 C_2^* e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - 2b_2 C_1^*}{6\alpha_2 (C_2^* (f_1 + 2f_2 v) e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - C_1^*)} - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\sqrt{(2\alpha (f_1 + 2f_2 v) + 2b_2 C_2^* (f_1 + 2f_2 v) e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - 2b_2 C_1^*)^2 -}}{6\alpha_2 (C_2^* (f_1 + 2f_2 v) e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - C_1^*)} \times \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \frac{\sqrt{-12a_2(f_1 + 2f_2v)^2 C_2^* e^{(f_1+2f_2v)\tau} + 12\alpha_2 C_1^*(f_1 + 2f_2v)}}{6\alpha_2(C_2^*(f_1 + 2f_2v)e^{(f_1+2f_2v)\tau} - C_1^*)} \Bigg) - \\
 & - \gamma v a_2 \left( \frac{2\alpha(f_1 + 2f_2v) + 2(f_1 + 2f_2v)b_2 C_2^* e^{(f_1+2f_2v)\tau} - 2b_2 C_1^*}{6\alpha_2(C_2^*(f_1 + 2f_2v)e^{(f_1+2f_2v)\tau} - C_1^*)} - \right. \\
 & \left. - \frac{\sqrt{(2\alpha(f_1 + 2f_2v) + 2b_2 C_2^*(f_1 + 2f_2v)e^{(f_1+2f_2v)\tau} - 2b_2 C_1^*)^2 -}}{6\alpha_2(C_2^*(f_1 + 2f_2v)e^{(f_1+2f_2v)\tau} - C_1^*)} \times \right. \\
 & \left. \times \frac{\sqrt{-12a_2(f_1 + 2f_2v)^2 C_2^* e^{(f_1+2f_2v)\tau} + 12\alpha_2 C_1^*(f_1 + 2f_2v)}}{6\alpha_2(C_2^*(f_1 + 2f_2v)e^{(f_1+2f_2v)\tau} - C_1^*)} \right)^2, \tag{16}
 \end{aligned}$$

або

$$F_2(u^*, v, \tau) = 0. \tag{17}$$

Рівняння (15), (17) можна переписати

$$\begin{cases} v = F_1^*(u^*, \tau); \\ v = F_2^*(u^*, \tau). \end{cases} \tag{18}$$

Обчислювальний алгоритм для залежностей (18), побудований з використанням виразів (14), (16) і придатний для реалізації в бортовому комп'ютері електромобіля, буде представлено в окремій статті, а в подальших викладках цієї статті виходитимемо з того, що ці залежності ми вже маємо.

Із виразів (14), (16) бачимо, що вони є нелінійними диференційними рівняннями першого порядку відносно координати  $v$ , а тому, переходячи до дискретного часу  $k$ , залежності (18) можна представити

$$\begin{cases} v_{k+1} = F_1^{**}(u_k^*, v_k, k); \\ v_{k+1} = F_2^{**}(u_k^*, v_k, k). \end{cases} \tag{19}$$

Нехай  $v_{k+1}$  – це реальне значення відносної швидкості руху електромобіля в дискретний момент часу  $k + 1$ , яке ми бачимо на електронному спідометрі електромобіля, установленому на панелі приладів, а

$$\Delta v_{k+1} = |v_{k+1}^p - v_{k+1}| \tag{20}$$

– це похибка, яка матиме місце в разі подачі в дискретний момент часу  $k$  на вхідні клеми тягового електродвигуна електромобіля відносної напруги  $u_k^*$ . Тоді, установлюючи значення  $u_k^*$  таким, щоб виконувались рівності (14), (16) і мінімізувалась похибка (20), змушуватимемо електромобіль рухатись із такою швидкістю, яка згідно з виразами (14), (16) та (1), (6) мінімізуватиме витрати енергії акумулятора.

У реальних умовах керування електромобіля водієм це означає: якщо водій, їдучи з відносною швидкістю  $v_k$  в дискретний момент часу  $k$  за допомогою акселератора, з'єднаного з керуючим органом електронного підсилювача, задасть таке значення  $u_k^*$ , яке забезпечить у дискретний момент часу  $k+1$  згідно з виразом (19) значення відносної швидкості  $V_{k+1}$ , виведене на дисплей бортового комп'ютера, контроль за встановленням якого згідно з критерієм (20) здійснюють за значенням  $v_{k+1}^p$ , що висвітлюється на електронному спідометрі електромобіля, то тяговий електродвигун електромобіля споживатиме струм, який забезпечуватиме виконання заданої програми руху з мінімальними витратами енергії акумулятора.

### Висновки

1. Побудовано математичну модель для визначення швидкості руху електромобіля горизонтальним відрізком автостради від одного пункту до іншого, адекватної струму тягового електродвигуна електромобіля, оптимальному за критерієм мінімуму витрат енергії акумулятора.

2. Визначено структуру закону та алгоритм оптимального руху електромобіля горизонтальним відрізком автостради шляхом переходу від моделей оптимального струму тягового електродвигуна до параметрів швидкості руху, що відповідає цьому струму.

3. Зазначено шляхи реалізації водієм електромобіля побудованого закону оптимального руху.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Мокін О. Б. Оптимізація руху завантаженого електромобіля з тяговим електродвигуном постійного струму послідовного збудження по горизонтальному прямолінійному відрізьку дороги / О. Б. Мокін, О. Д. Фолюшняк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2013. – №1. – С. 56 – 60.

2. Мокін О. Б. Оптимізація руху незавантаженого електромобіля з тяговим електродвигуном постійного струму послідовного збудження по горизонтальному прямолінійному відрізьку дороги / О. Б. Мокін, О. Д. Фолюшняк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2013. – №2. – С. 48 – 51.

3. Мокін О. Б. Ідентифікація математичних моделей оптимального руху електромобіля горизонтальним відрізьком автомагістралі / О. Б. Мокін, О. Д. Фолюшняк, Б. І. Мокін, В. А. Лобатюк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2014. – №1. – С. 89 – 92.

4. Мокін О. Б. Метод параметричної ідентифікації моделі оптимального струму електромобіля / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін, О. Д. Фолюшняк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2011. – №3. – С. 89 – 92.

**Мокін Олександр Борисович** – д. т. н., доцент, завідувач кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів (ВЕТЕСК), e-mail: [abmokin@gmail.com](mailto:abmokin@gmail.com).

**Мокін Борис Іванович** – акад. НАПНУ, д. т. н., проф., професор кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів (ВЕТЕСК).

**Фолюшняк Олена Дмитрівна** – аспірант кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів (ВЕТЕСК).

**Лобатюк Віталій Анатолійович** – аспірант кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів (ВЕТЕСК).

Вінницький національний технічний університет.

O. B. Mokin, Dr. Sc. (Eng.), Assist. Prof.; B. I. Mokin, Dr. Sc. (Eng.), Prof.;  
O. D. Folushniak; V. A. Lobatiuk

## SYNTHESIS OF THE CONTROL LAW OF OPTIMAL MOTION OF THE BATTERY-DRIVEN VEHICLE ON THE SECTION OF HORIZONTAL HIGHWAY

The paper synthesizes the law of the control of battery- driven vehicle on the horizontal section of the highway, optimal as for the criterion of minimum electric energy consumption of storage battery.

**Key words:** synthesis, optimization, mathematical model, battery- driven vehicle, traction motor, storage battery, energy consumption.

### Introduction

Paper, proceeding the research of the issues of optimization and identification of mathematical models of the motion of battery- driven vehicle with the direct current traction motor of series excitation on the horizontal section, highlights the synthesis of the law of control the battery- driven vehicle motion on the horizontal section, optimal as for the criterion of minimum electric energy consumption of the storage battery.

### Initial preconditions and problem statement

The work [1] proves that the loaded battery- driven vehicle with direct current series excitation traction motor connected to storage battery, as it is shown in Fig. 1,

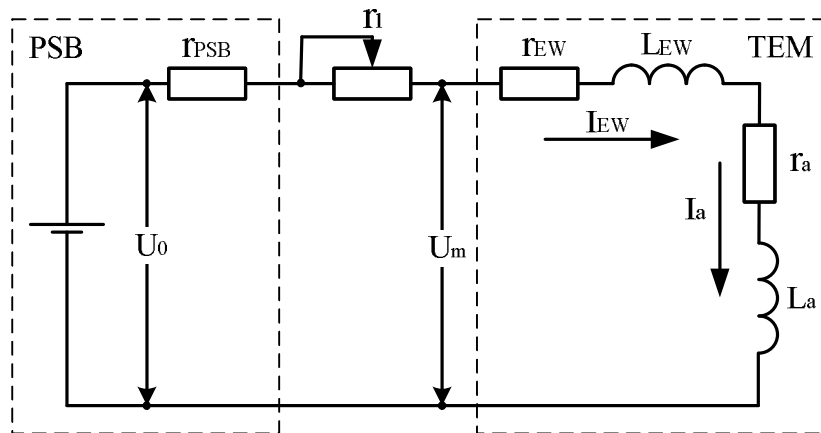


Fig. 1. Electric diagram of the main power circuit of battery- driven vehicle electric motor drive with regulated resistance of the line between the storage battery and the traction motor input terminals

will move along horizontal section of the highway and minimize the storage battery energy consumption only if the current in its power circuit is formed according to the law, mathematical model of which is the following

$$i(\tau) = \frac{1 - a_1 \left( C_2 e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - \frac{C_1}{f_1 + 2f_2 v} \right)}{2\alpha + 2b_1 \left( C_2 e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - \frac{C_1}{f_1 + 2f_2 v} \right)}, \quad (1)$$



where  $i = \frac{I_a}{I_n}$  – relative current of power circuit,  $\tau = \frac{t}{T_M}$  – relative time,  $v = \frac{V}{V_n}$  – relative linear speed of battery-driven vehicle,  $\alpha = \frac{I_n}{I_k}$  – slope coefficient of static characteristic  $u = f(i)$  of power circuit, that has the form

$$u = 1 - \alpha i, \quad (2)$$

where  $u = \frac{U}{U_n}$  – relative voltage, and  $a_1, b_1$  – coefficients of the traction motor magnetization curve, mathematical model of which has the form

$$\phi(i) = \begin{cases} -a_2 i^2 + b_2 i, & i \in [0, i_c), \\ a_1 + b_1 i, & i \in [i_c, \infty), \end{cases} \quad (3)$$

where  $\phi(i) = \frac{\Phi(I_{ew})}{\Phi(I_n)}$  – relative magnetic flux, which is the function of the relative current  $i$ ,  $C_1, C_2$  – unknown coefficients, and  $f_1 = \frac{\mu_1 R V_n}{w k_M I_n \Phi(I_n)}$ ,  $f_2 = \frac{\mu_2 R V_n^2}{w k_M I_n \Phi_n(I_n)}$  – coefficients of the mathematical model of the electric drive dynamics, that in relative values has the form

$$\frac{dv}{d\tau} = a_1 i + b_1 i^2 - f_0 - f_1 v - f_2 v^2, \quad (4)$$

and coefficient  $f_0 = \frac{\mu_0 R}{w k_M I_n \Phi_n}$ .

It should also be noted that electromagnetic time constant of traction electric drive of the vehicle necessary for determination of relative time  $T_M$  is determined from the expression

$$T_M = \frac{m V_n R}{w k_M I_n \Phi(I_n)}, \quad (5)$$

where  $m$  – vehicle weight,  $w$  – gear ratio from the wheel to the traction motor,  $R$  – wheel radius,  $k_M$  – winding connection factor between the armature torque of the traction motor and the current in the armature winding and the magnetic flux of its excitation winding – this coefficient is determined using the passport data of the traction motor.

The information, regarding the parameters, which are included in the formulas, determining the above-mentioned relative values, is presented in the paper, referred to above [1].

The work [2] proves that the unloaded battery-driven vehicle with direct current series excitation traction motor, connected to storage battery, as it is shown in Fig. 1, will move along horizontal section of the highway and minimize the storage battery energy consumption only if the current in its power circuit is formed according to the law, mathematical model of which is the following:

$$i(\tau) = \frac{2\alpha + 2b_2 \lambda_1(\tau) - \sqrt{(2\alpha + 2b_2 \lambda_1(\tau))^2 - 12a_2 \lambda_1(\tau)}}{6a_2 \lambda_1(\tau)}, \quad (6)$$

where

$$\lambda_1(\tau) = C_2^* e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - \frac{C_1^*}{f_1 + 2f_2 v}, \quad (7)$$

and mathematical model of the electric drive system dynamics has the form

$$\frac{dv}{d\tau} = -a_2 i^3 + b_2 i^2 - f_0 - f_1 v - f_2 v^2. \quad (8)$$

In mathematical models of optimal current (1) and (6), which provides the motion of the battery-driven vehicle on the horizontal section of the highway with minimum losses of energy, the unknown parameters are the pair of constants  $C_1, C_2$  or  $C_1^*, C_2^*$ , the problem of these models identification is reduced to determination of these constants which has been solved in [3].

This aim of the research is to find the method of realization of the synthesized and identified models of optimal motion, which set the change of relative current in the relative time, that is, to find the law for control the optimal motion of battery-driven vehicle on the horizontal section of the highway, on the base of synthesized models.

#### Development of the methods of the given problem solution.

To begin with, we, as it was in [4], compose the equation applying electrical engineering parameters of the traction electric drive, which provide the control over its motion.

Since the schema of the power circuit of the electric drive system does not depend on the fact, which branch of magnetization curve (3) is used for the synthesis of optimal current models, the equation of the second Kirchhoff's law for this circuit will not depend on optimal current models and will remain the same, namely

$$U_0 = I_a r_{PSB} + I_a (r_a + r_{ew}) + I_a r_l + E_\omega + (L_a + L_{ew}) \frac{dI_a}{dt}, \quad (9)$$

or

$$U_0 - I_a r_{PSB} - I_a r_l = U_m = I_a (r_a + r_{ew}) + E_\omega + (L_a + L_{ew}) \frac{dI_a}{dt}. \quad (10)$$

In these equations  $U_0$  – electromotive force of the power storage battery (PSB),  $r_{PSB}$  – internal resistance of this battery,  $r_l$  – resistance of the line, connecting the PSB with the input terminals of the traction motor,  $U_m$  – voltage on the terminals,  $r_a, L_a$  – resistance and inductance of traction motor armature winding,  $r_{ew}, L_{ew}$  – resistance and inductance of excitation winding of traction motor, and

$$E_\omega = k_\omega \omega \Phi(I_{ew}) = k_\omega \omega \Phi(I_a), \quad (11)$$

rotating electromotive force, induced in armature winding and depends on the angular velocity of rotation  $\omega$  of the armature, winding factor  $k_\omega$  connection between electromotive force of rotation, angular velocity and magnetic flux  $\Phi$  of excitation winding, which, in its turn, depends on the current  $I_{ew}$  in excitation winding, equal for the series excitation electric motor current  $I_a$  of the armature.

It follows from the equations (9) and (10) that it is possible to set the necessary value of traction electric motor (TEM) optimal current either by changing the resistance  $r_l$  of the line between the storage battery(PSB) and its input terminals, as it is shown in Fig.1, or changing voltage  $U_m$ , supplied to these terminals, for example, by means of the controlled electronic amplifier (EA), as it is shown in Fig. 2

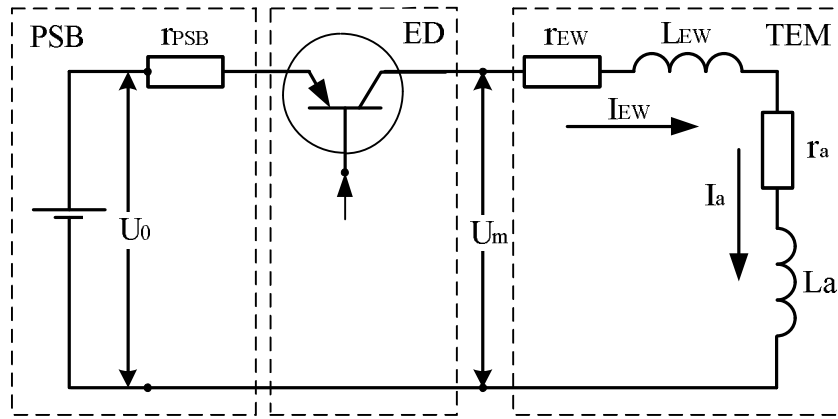


Fig. 2. Diagram of the main power circuit of battery- driven vehicle with the controlled electronic amplifier (EA) between power storage battery(PSB) and input terminals of Traction electric motor (TEM)

It is obvious that from the position of the reliability of electric drive system operation, it is necessary to choose the variant with the controlled electronic amplifier. We will consider it later

Having divided the equation (10) by  $U_0$  and performed a number of auxiliary actions, we obtain its the analogue in relative units

$$u = \theta i + \beta \frac{di}{dt} + \gamma v \phi(i), \quad (12)$$

where

$$\beta = \frac{(L_a + L_{ew})I_n}{U_0 T_M}, \gamma = \frac{k_\omega V_n \Phi(I_n)}{U_0 R}, \theta = \frac{(r_a + r_{ew})}{U_0},$$

$$u = \frac{U_m}{U_0}, T_M = \frac{m V_n R}{\omega k_M I_n \Phi(I_n)}. \quad (13)$$

Proceeding from the obtained models it is possible to state, that two cases are possible for optimal control battery- driven vehicle, namely:

- 1) vehicle is loaded and control is performed using the controlled electronic amplifier;
- 2) vehicle is not loaded and control is performed using the controlled electronic amplifier.

In the first case – while synthesis of the law of optimal control over the loaded vehicle – it is necessary to substitute the expression (1) and the low branch of the expression (3) into the expression (12), as a result we obtain

$$\begin{aligned} u^*(\tau) &= \theta i + \beta \frac{di}{dt} + \gamma v \phi(i) = \theta i + \beta \frac{di}{dt} + \gamma v (a_1 + b_1 i) = \\ &= \beta \frac{d}{d\tau} \left( \frac{f_1 + 2f_2 v - (f_1 + 2f_2 v) a_1 C_2 e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} + a_1 C_1}{2\alpha(f_1 + 2f_2 v) + 2b_1 C_2 (f_1 + 2f_2 v) e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - 2b_1 C_1} \right) + \\ &+ (\theta + \gamma v b_1) \left( \frac{f_1 + 2f_2 v - (f_1 + 2f_2 v) a_1 C_2 e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} + a_1 C_1}{2\alpha(f_1 + 2f_2 v) + 2b_1 C_2 (f_1 + 2f_2 v) e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - 2b_1 C_1} \right) + \gamma v a_1, \end{aligned} \quad (14)$$

or

$$F_1(u^*, v, \tau) = 0, \quad (15)$$

In the second case – while synthesis of the law of optimal control over the not loaded vehicle – is

necessary to substitute the expression (6) and the upper branch of the expression (3) into the expression (12), as a result we obtain

$$\begin{aligned}
u^*(\tau) &= \theta i + \beta \frac{di}{dt} + \gamma v \phi(i) = \theta i + \beta \frac{di}{dt} + \gamma v (-a_2 i^2 + b_2 i) = \\
&= \beta \frac{d}{d\tau} \left( \frac{2\alpha(f_1 + 2f_2 v) + 2(f_1 + 2f_2 v)b_2 C_2^* e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - 2b_2 C_1^*}{6\alpha_2(C_2^*(f_1 + 2f_2 v)e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - C_1^*)} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{\sqrt{(2\alpha(f_1 + 2f_2 v) + 2b_2 C_2^*(f_1 + 2f_2 v)e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - 2b_2 C_1^*)^2 -}}{6\alpha_2(C_2^*(f_1 + 2f_2 v)e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - C_1^*)} \times \right. \\
&\quad \left. \times \frac{\sqrt{-12a_2(f_1 + 2f_2 v)^2 C_2^* e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} + 12\alpha_2 C_1^*(f_1 + 2f_2 v)}}{6\alpha_2(C_2^*(f_1 + 2f_2 v)e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - C_1^*)} \right) + \\
&+ (\theta + \gamma v a_2) \left( \frac{2\alpha(f_1 + 2f_2 v) + 2(f_1 + 2f_2 v)b_2 C_2^* e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - 2b_2 C_1^*}{6\alpha_2(C_2^*(f_1 + 2f_2 v)e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - C_1^*)} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{\sqrt{(2\alpha(f_1 + 2f_2 v) + 2b_2 C_2^*(f_1 + 2f_2 v)e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - 2b_2 C_1^*)^2 -}}{6\alpha_2(C_2^*(f_1 + 2f_2 v)e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - C_1^*)} \times \right. \\
&\quad \left. \times \frac{\sqrt{-12a_2(f_1 + 2f_2 v)^2 C_2^* e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} + 12\alpha_2 C_1^*(f_1 + 2f_2 v)}}{6\alpha_2(C_2^*(f_1 + 2f_2 v)e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - C_1^*)} \right) - \\
&- \gamma v a_2 \left( \frac{2\alpha(f_1 + 2f_2 v) + 2(f_1 + 2f_2 v)b_2 C_2^* e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - 2b_2 C_1^*}{6\alpha_2(C_2^*(f_1 + 2f_2 v)e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - C_1^*)} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{\sqrt{(2\alpha(f_1 + 2f_2 v) + 2b_2 C_2^*(f_1 + 2f_2 v)e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - 2b_2 C_1^*)^2 -}}{6\alpha_2(C_2^*(f_1 + 2f_2 v)e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - C_1^*)} \times \right. \\
&\quad \left. \times \frac{\sqrt{-12a_2(f_1 + 2f_2 v)^2 C_2^* e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} + 12\alpha_2 C_1^*(f_1 + 2f_2 v)}}{6\alpha_2(C_2^*(f_1 + 2f_2 v)e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - C_1^*)} \right)^2, \tag{16}
\end{aligned}$$

or

$$F_2(u^*, v, \tau) = 0. \tag{17}$$

Equations (15), (17) may be rewritten

$$\begin{cases} v = F_1^*(u^*, \tau); \\ v = F_2^*(u^*, \tau). \end{cases} \tag{18}$$

Computational algorithm for dependences (18) built using the expressions (14) and (16), and applicable for realization in board computer of the vehicle, will be presented in the separate paper, and in this paper we will proceed from the assumption that we already have these dependences.

From the expressions (14), (16), we see that they are nonlinear differential equations of the first order relatively the coordinate  $v$ , therefore, transferring to the discrete time  $k$ , dependences (18) may be presented

$$\begin{cases} v_{k+1} = F_1^{**}(u_k^*, v_k, k); \\ v_{k+1} = F_2^{**}(u_k^*, v_k, k). \end{cases} \quad (19)$$

Let  $v_{k+1}$  be the real value of the relative speed of the vehicle at the discrete time moment  $k+1$ , which we see on the speed indicator, installed on the panel of the vehicle, and

$$\Delta v_{k+1} = |v_{k+1}^p - v_{k+1}|. \quad (20)$$

– the error, which arises at supply of relative voltage  $u_k^*$  to the input terminals of the traction motor at the discrete time moment  $k$ . Then, setting the values  $u_k^*$  so that to perform equality, (14), (16) and to minimize the error (20), we will make the vehicle move at the speed which in accordance with the expressions (14), (16) and (1), (6), will minimize the battery losses.

In real conditions of driving the vehicle it means that if the driver drives at the speed of  $v_k$  at a discrete time moment  $k$ , using the accelerator, connected to the controlled unit of the electronic amplifier, the driver will set such a value  $u_k^*$ , which will ensure at the discrete time moment  $k+1$  according to the expression (19) the value of the relative speed  $v_{k+1}$ , input on the display of the board computer, the control over which, according to the criterion (20), is performed by the value, indicated on electronic speed indicator of the vehicle than traction motor of the vehicle will consume the current which will provide the realization of the preset program of motion with minimal losses of the energy of the storage battery.

### Conclusions

1. There had been built the mathematical model for the determination of the speed of battery-driven vehicle on the horizontal section of the highway from one point to the other, adequate current of the traction motor, optimal as for the criterion of minimum energy losses of storage battery.

2. There had been determined the structure of the law and the algorithm of the optimal motion of the vehicle on the horizontal section of the highway by transferring from the models of optimal current of traction motor to the parameters of motion speed, corresponding to this current.

3. There had been presented the ways for the realization of the constructed law of optimal motion by the driver of battery-driven vehicle.

### REFERENCES

1. Мокін О. Б. Оптимізація руху завантаженого електромобіля з тяговим електродвигуном постійного струму послідовного збудження по горизонтальному прямолінійному відрізку дороги / О. Б. Мокін, О. Д. Фолюшняк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2013. – №1. – С. 56 – 60.
2. Мокін О. Б. Оптимізація руху незавантаженого електромобіля з тяговим електродвигуном постійного струму послідовного збудження по горизонтальному прямолінійному відрізку дороги / О. Б. Мокін, О. Д. Фолюшняк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2013. – №2. – С. 48 – 51.
3. Мокін О. Б. Ідентифікація математичних моделей оптимального руху електромобіля горизонтальним відрізком автомагістралі / О. Б. Мокін, О. Д. Фолюшняк, Б. І. Мокін, В. А. Лобатюк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2014. – №1. – С. 89 – 92.
4. Мокін О. Б. Метод параметричної ідентифікації моделі оптимального струму електромобіля / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін, О. Д. Фолюшняк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2011. – №3. – С. 89 – 92.

**Mokin Oleksandr** – Doctor of Science (Eng), Assistant Professor, Head of the Chair of Renewable Power and Transport Electric Systems and Complexes (RETESC), e-mail: [abmokin@gmail.com](mailto:abmokin@gmail.com).

**Mokin Borys** – Academician of NAPSU, Doctor of Science (Eng), Professor, Department of Renewable Power and Transport Electric Systems and Complexes.

***Folushniak Olena*** – Post-Graduate, Department of Renewable Power and Transport Electric Systems and Complexes.

***Lobatiuk Vitaliy*** – Post-Graduate, Department of Renewable Power and Transport Electric Systems and Complexes.

Vinnytsia National Technical University.