

УДК 519.642:624.044:624.15

А. С. Моргун, д. т. н., проф.; А. О. Швець; О. С. Шевченко

АСПЕКТИ ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ У ПРОГНОЗУВАННІ НАДІЙНОСТІ ФУНДАМЕНТІВ ВИСОТНИХ СПОРУД

Стаття містить теоретичне обґрунтування розв'язку нелінійної задачі фундаментобудування, що потребує залучення теорії пружності, пластичності, ЕОМ. Урахування пластичності сприяє підняттю несної спроможності фундаментної конструкції.

Ключові слова: метод граничних елементів, рівняння стану, пружність, пластичність, напружено-деформований стан.

Вступ

Однією з актуальних завдань фундаментобудування є розробка і впровадження більш сучасних та економічних методів розрахунку будівельних конструкцій (фундаменти складають значну їх частину), спрямованих на виявлення й реалізацію їхніх резервів. Висотні будівлі є доволі індивідуальними спорудами, що потребують індивідуальної прив'язки до ґрунтів конкретного будівельного майданчика (умови прив'язки практично не повторюються).

Незважаючи на уявну простоту, процеси, що проходять у ґрунтах, дуже складні як об'єкт дослідження та контролю. На сьогодні вивчено не всі аспекти механізму деформування ґрунтової основи під навантаженням.

Наукові дослідження в галузі механіки ґрунтів завжди були направлені на вдосконалення методів проектування основ і фундаментів. Для забезпечення надійності проектування основ і фундаментів споруд необхідно враховувати під час моделювання їхньої поведінки складних і багаточисельних фізико-механічних характеристик ґрунтів.

Постановка завдання, визначальні співвідношення

У роботі спрогнозовано осідання фундаментної конструкції-плити для 12-типоверхової споруди на рис. 1. Для аналітичного розгляду завдання формування математичного еквівалента поведінки матеріалу ґрунту під навантаженням у роботі залучено механіку суцільних та пористих середовищ. У ґрунтах за дії зовнішніх сил виникають як пружні $\epsilon^{\text{пружн}}$ так і пластичні залишкові $\epsilon^{\text{пласт}}$, деформації (їх $\approx 95\%$).

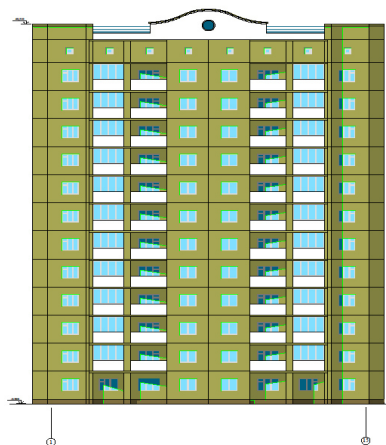


Рис. 1. Фасад 12-типоверхової будівлі

Суттєвою різницею ґрунтів від однорідних пружних тіл є те, що під час дії зовнішніх навантажень залишкові деформації завжди є супутніми пружним, навіть за незначних навантажень. Сума залишкової та пружної деформації складає повну деформацію ґрунтової основи.

Одночасна наявність у ґрунті зон, які працюють як у пружній, так і в пластичних зонах потребує для моделювання його поведінки залучення теорії пружності та пластичності [1 – 4].

Відомо, що розв'язок змішаної задачі теорії пружності і теорії пластичності ґрунтів значно наближує до дійсності результати розрахунків осідань. Сучасна тенденція переходу до автоматизованих методів розрахунку різко змінила пріоритети в бік необхідності розробки більш достовірних математичних моделей нелінійно-деформованих ґрунтових масивів, складених із шарів із різними властивостями.

Експериментально досліджено [5], що навіть у дуже слабких ґрунтах текучої консистенції за рамками межі зони деформацій переміщення ґрунту не спостерігають. Це свідчить про те, що зона деформацій є активною робочою зоною основи фундаменту, у рамках якої протягом деякого часу розвивається динамічний процес ущільнення ґрунту, що відображає суть сумісної роботи фундаменту й основи до повернення її в стан рівноваги.

У природних умовах нашарування ґрунтів має різну текстуру. У запропонованій моделі в якості вхідних параметрів узято середньозважені характеристики ґрунту.

У моделі враховано 10 чинників впливу інженерно-геологічних властивостей ґрунту на процес його деформування: $E=13,309$ МПа; $\nu=0,35$, $e=0,67$, $\rho^{\min}=1,47$ т/м³, $\rho^{\max}=2,14$ т/м³, $\rho=1,95$ т/м³, $c=18,1$ кПа, $\varphi=0,193$ рад., $p_0=-1800$ кПа, $\rho_s=2,717$ т/м³.

Під впливом навантажень ґрунтова основа під спорудою деформується в межах активної зони (зони впливу додаткового навантаження), дискретизацію активної зони фундаментної основи 12-типоверхової споруди надано на рис. 2. Як відомо, математична модель дає основу для числового аналізу досліджуваного об'єкта, за допомогою якого можна отримати дані не лише описаного, але й прогнозного характеру.

Розглядають складний напружено-деформований стан ґрунту (стискання зі зсувом). Фізичні рівняння стану описують пружно-пластичною діаграмою Прантля зі зміцненням із границею пропорційності за Мізесом-Шлейхером-Боткіним [2, 3], яка реєструє максимально досягнені напруження основи.

Запропонована нелінійна математична дилатансійна модель ґрунтується на таких припущеннях:

1. Рівняння рівноваги палі, зануреної в ґрунтове середовище, задовольняє диференціальне рівняння Лапласа.
2. У якості геометричних рівнянь використано тензор малих деформацій Коші.
3. Фізичний стан роботи ґрунту в лінійній області описують законом Гука.
4. На стадії пластичного деформування вектори тензора напруг і тензора швидкостей деформацій не співвісні. Точні диференціальні рівняння поведінки палі у ґрунті – нелінійні.
5. У запропонованій математичній моделі для спрощення задачі нелінійні рівняння на кожному кроці навантаження лінеаризовано за допомогою використання крокових процедур О. А. Ільюшина.

Перехід від краєвої задачі рівнянь рівноваги фундаментної конструкції в ґрунті до інтегральних рівнянь здійснюють за допомогою числового методу граничних елементів.

Основним розрахунковим рівнянням спроектованої в роботі моделі роботи ґрунту, яке є

аналогом системи 15 диференційних рівнянь (статичних, геометричних, фізичних), є інтегральне рівняння, запропоноване К. Бреббія [4]:

$$c_{ij} \cdot u_j + \int_{\Gamma} p_{ij}^* u_j d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ij}^* p_j d\Gamma + \int_{\Omega} \sigma^* \varepsilon_{jk}^p d\Omega, \quad (1)$$

де, u -заданий вектор переміщень на границі фундаментної конструкції; p – шуканий вектор напружень на границі; u^*, p^*, σ^* – ядра граничного рівняння (1) – рішення Р. Мінділіна для переміщень, напружень та похідних від напружень, що відповідають одиничним збурювальним впливам ($P=1$) у півпросторі [4]; c_{ij} – постійна, яку визначають із умов руху тіла як цілого і яка з’являється під час переводу красвої задачі до інтегрального рівняння (1) для отримання єдиного розв’язку; Γ, Ω – відповідно гранична поверхня фундаментної конструкції та границя трикутних осередків ґрунту.

Поняття «система» широко використовують майже в усіх галузях науки та техніки. Реакцію системи на зовнішні дії розглядають у роботі як динамічну зміну стану системи, у процесі якої вона прагне мінімізувати деяку потенційну функцію. Розв’язання цих питань поведінки ґрунтової основи під навантаженням має як наукове, так і прикладне значення.

Основний розв’язок (1) у роботі проведено методом граничних елементів. Згідно з положенням, що викристалізувалось у нормативних документах, граничний опір фундаментної конструкції визначають опором ґрунту руйнуванню під нижнім кінцем і опором зсуву по боковій поверхні. Цю граничну поверхню плити дискретизують у роботі граничними елементами, активну зону ґрунту дискретизують трикутними осередками. Для дослідження НДС плити використано просторову пружно-пластичну дилатансійну модель пористих середовищ [2].

Використана дилатансійна модель дозволяє:

- а) схематизувати процес, розбивши його на послідовні стадії формозміни та ущільнення;
- б) скористатись результатами теорії пластичності нестисливих тіл, яка на сьогодні відпрацьована достатньо повно;
- в) провести аналіз розв’язків нелінійної задачі, виконавши його методом пружних розв’язків О. А. Ільюшина;
- г) урахувати траєкторію навантаження, не співвісність векторів тензорів напружень та тензора швидкостей деформацій;
- д) перейти до автоматизованого розрахунку поведінки фундаментної конструкції в ґрунті, дискретизувавши розрахункову модель і провівши розрахунок за числовим методом граничних елементів (МГЕ).

У роботі замість вимог ортогональності вектора приросту пластичних деформацій $d\varepsilon_{ij}^p$ до поверхні пластичності f використано неасоційований закон пластичної течії, який доповнювали дилатансійним співвідношенням В. М. Ніколаєвського, І. П. Бойка:

$$d\varepsilon_{ij}^p = \Lambda(\chi) \cdot d\gamma^p, \quad (2)$$

де $d\gamma^p$ – скалярний еквівалент приросту зсувної пластичної деформації на октаедричній площині; $d\varepsilon_{ij}^p$ – приріст непружних змін об’єму, супутних зсуву; Λ – швидкість дилатансії; χ – параметр зміцнення ґрунтового середовища (прийнято щільність ґрунту ρ).

У якості параметра зміцнення прийнята щільність ґрунту, яка є своєрідною пам’яттю ґрунту, її підвищення означає зміну площадки текучості матеріалу ґрунту.

Відповідно до напрацьованої моделі загальні деформації визначають:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p, \quad (3)$$

де $d\varepsilon_{ij}^e$ – приріст пружних деформацій; $d\varepsilon_{ij}^p$ – приріст пластичних деформацій.

У модель, за якою проведено числові дослідження НДС фундаментної плити, вводили ще додаткові кінематичні умови дилатансії (2).

Визначення несної спроможності плити та осідань фундаменту від дії вертикального навантаження проведено шляхом розв'язку задачі в пружно-пластичній постановці в такій послідовності:

- дискретизація граничної поверхні плити та активної (буферної) зони;
- компоновка розрахункової матриці впливу МГЕ на основі розв'язків Р. Міндліна;
- запис розрахункової системи рівнянь;
- розв'язок отриманої СЛАР, отримання НДС на кожному кроці навантаження;
- побудова пластичних областей;
- прийняття та обґрунтування проектного рішення про можливість прикладання додаткових навантажень.

На рис. 2 наведено спрогнозований за МГЕ графік «навантаження осідання» на всьому інтервалі навантаження плитної фундаментної конструкції висотою 0,7 м 12-типоверхової будівлі.

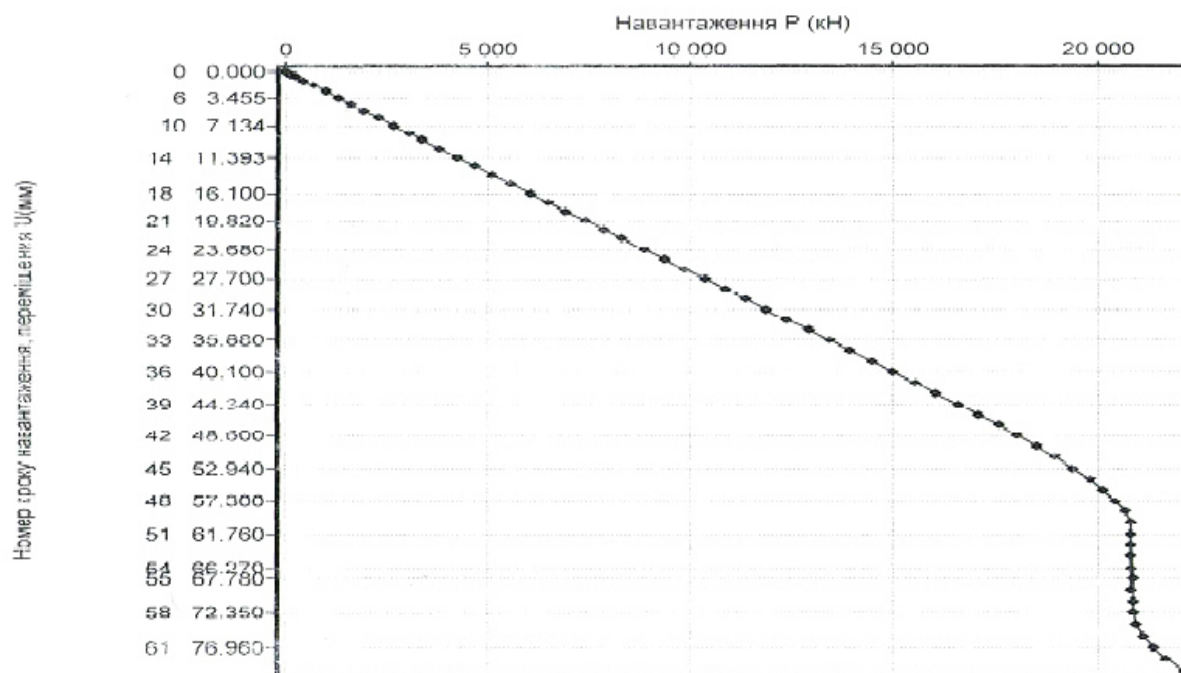


Рис. 2. Графік залежності «навантаження P – осідання s »

Графік на рис. 2 дозволяє визначити осідання s за різних навантажень P та вибрати найвигідніші технічні та економічні умови роботи плитного фундаменту, які будуть гарантувати стійкість та надійність 12-типоверхової будівлі на цьому плитному фундаменті. Запропонована модель поєднує розрахунок системи «основа – фундаментна плита» за обома граничними станами, аналіз НДС системи проведено на всьому діапазоні її навантаження. Фундаментна плита може вирівнювати нерівномірність осідань завдяки перерозподілу навантажень.

Висновки

1. Під час спорудження висотних будівель виникає потреба прогнозування НДС основи із залученням сучасних методів прикладної геомеханіки та числових методів – МСЕ та МГЕ.
2. Під час визначення несної спроможності фундаментної плити та основи споруди використано теорію дисперсних середовищ та сукупні її питання тензорного числення.
3. Результати роботи мають суттєве практичне спрямування з можливістю отримання економічного ефекту з огляду на врахування пластичної роботи ґрунтової основи.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Определяющие законы механики грунтов / [под ред. В. Н. Николаевского, ред. серии А. Ю. Ишлинский, Г. Г. Черный]. – М. : Мир, 1975. – 231 с.
2. Бойко І. П. Напружено-деформований стан ґрунтового масиву при побудові нових фундаментів поблизу існуючих будинків / І. П. Бойко, О. В. Сахаров // Основи і фундаменти: Міжвідомчий науково-технічний збірник. – 2004. – Вип. 28. – С. 3 – 10.
3. Моргун А. С. Метод граничних елементів в розрахунках несучої спроможності кільцевих та круглих в плані фундаментних конструкцій / А. С. Моргун, О. В. Франчук // Вісник ВПІ. – 2012. – № 5. – С. 11 – 14.
4. Бреббия К. Методы граничных элементов / К. Бреббия, Ж. Теллес, Л. Вроубел. – М. : Мир, 1987. – 525 с.
5. Голубков В. Н. Исследование процесса формирования зоны деформации в основаниях одиночных свай / В. Н. Голубков, Ю. Ф. Тугаенко, Б. О. Хуторянский // Основания и фундаменты: Республиканский межведомственный научно-технический сборник. – 1971. – Вып. 4. – С. 9 – 13.

Моргун Алла Серафимівна – д. т. н., проф., завідувач кафедри промислового та цивільного будівництва ФБТЕГП ВНТУ.

Швець Ганна Олександрівна – магістрант ФБТЕГП ВНТУ.

Шевченко Олексій Сергійович – магістрант ФБТЕГП ВНТУ.

Вінницький національний технічний університет.

A. S. Morgun, Dc. Sc. (Eng.), Prof.; A. O. Shvets; O. S. Shevchenko

ASPECTS OF THE BOUNDARY ELEMENT METHOD APPLICATION FOR PREDICTING RELIABILITY OF HIGH-RISE STRUCTURES

The paper deals with theoretical substantiation of the foundation engineering nonlinear problem, which requires application of reliability and plasticity theories, computer processing. Plasticity consideration makes it possible to increase bearing capacity of the foundation construction.

Keywords: boundary element method, state equations, elasticity, plasticity, stress-strain state.

Introduction

One of the important current foundation engineering problems is development and implementation of more advanced and cost-effective methods of designing building structures (foundations are the most common among them), which are directed towards identification and realization of their reserves. High-rise buildings are rather special structures, which require individual binding to definite construction site soils while binding conditions are practically always unique.

Despite their apparent simplicity, processes occurring in soils are rather complex as objects of research and control. At the given moment some aspects of the mechanism of subsoil deformation under load still remain unstudied.

Scientific research in the field of soil mechanics has always been directed towards improvement of the methods for designing bases and foundations. To ensure reliability in designing bases and foundations of buildings, it is necessary to take into account numerous physical and mechanical characteristics of soils for their behavior simulation.

Problem statement, defining relationships

The paper deals with the prediction of subsidence of the foundation structure – a plate for 12-storey building, shown in Fig. 1. For analytical consideration of the problem of forming a mathematical equivalent for soil material behavior under load the paper makes use of the theory of solid and porous bodies. Under the action of external forces both elastic ε^{elast} and plastic residual ε^{plast} deformations occur in soil ($\approx 95\%$).



Fig. 1. Facade of a 12-storey building

An essential difference of soils from homogeneous elastic bodies is the fact that under the action of external loads residual deformations are always accompanied by elastic deformations, even if

loads are inconsiderable. The sum of residual and elastic deformations gives total deformation of soil base.

Simultaneous presence of soil zones, which work both in elastic and plastic zones, require application of the elasticity and plasticity theories for soil behavior simulation [1 – 4].

It is known that solution of the mixed problem of soils elasticity and plasticity theories gives close approximation of the subsidence calculation results to reality. Current trend of transition to computer-aided calculation methods has dramatically changed the priorities towards the necessity to develop more reliable mathematical models of non-linearly deformed soil bodies, composed from the layers with different properties.

Experimental investigations have shown that even in rather weak soils of fluidic consistence no soil displacement is observed beyond the boundaries of deformation zone [5]. This points to the fact that deformation zone is an active working zone of the foundation base, where a dynamic process of soil compaction goes on for a certain period, which reflects the essence of joint work of the foundation and the base until it comes to the state of equilibrium.

In natural conditions multilayered soil structures have different textures. In the proposed model weighted average soil characteristics are taken as input parameters.

The model takes into account 10 characteristics of the influence of engineering-geologic soil properties on its deformation process: $E=13,309$ MPa; $\nu=0,35$, $e=0,67$, $\rho^{min}=1,47$ t/m³, $\rho^{max}=2,14$ t/m³, $\rho=1,95$ t/m³, $c=18,1$ kPa, $\varphi=0,193$ rad., $p_0=-1800$ kPa, $\rho_s=2,717$ t/m³.

Under the influence of load soil base under the structure is deformed within the active zone (zone of the active influence of additional load). Discretization of the active zone of the foundation base under 12-storied building is shown in Fig. 2. The mathematical model is known to give ground for numerical analysis of the object under study, which enables obtaining data of not only descriptive, but also of predictive character.

Complex stress-strain condition of the soil is considered (compression with a shift). Physical state equations are described by elastic-plastic Prandtl diagram with strengthening with boundary proportionality according to Mises – Schleicher – Botkin [2, 3], where maximal attained stresses of the base are registered.

The proposed nonlinear mathematical dilatancy model is based on the following assumptions:

1. Equilibrium equation of the plate, which is immersed into soil medium, satisfies Laplace differential equation.
2. As geometric equations, small-strain tensor of Cauchy is used.
3. Physical state of the soil work in linear region is described by Hook's law.
4. At the plastic deformation stage vectors of stress tensor and deformation rate tensor are not coaxial. Precise differential equations of the foundation plate behavior in the soil are non-linear.
5. In order to simplify the problem, in the proposed mathematical model non-linear equations at each loading step are linearized using step procedures of A. A. Iliushin.

Transition from the boundary problem of equations of the foundation plate equilibrium in the soil to integral equations is performed by means of the numerical boundary element method.

Main calculation equation of the soil work model, which is the analog of the system of 15 differential equations (static, geometric and physical), is the integral equation proposed by K. Brebbia [4]:

$$c_{ij} \cdot u_j + \int_{\Gamma} p_{ij}^* u_j d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ij}^* p_j d\Gamma + \int_{\Omega} \dot{\sigma}^* \dot{\epsilon}_{jk}^p d\Omega, \quad (1)$$

where u – given displacement vector at the boundary of foundation structure; p – the required vector

of stresses at the boundary; u^* , p^* , σ^* – kernels of the boundary equation (1) – R. Mindlin solution for displacements, stresses and derivatives of stresses, which correspond to the unit disturbing forces ($P = 1$) in half-space [4]; c_{ij} – constant, which is determined from the body motion condition (body as a whole) and appears in transition from boundary problem to integral equation (1) for obtaining the unique solution; B , Ω – boundary surface of the foundation structure and boundary of the soil triangular cells respectively.

Notion of “system” is widely used almost in all fields of science and engineering. System response to external influences was considered in the work as a dynamic change of the system state, in the process of which it tries to minimize a certain potential function. Solution of these problems of the soil base behavior under load has both scientific and practical importance.

In the paper equation (1) is solved mainly by the boundary element method. In accordance with the regulations, which are given in the normative documents, boundary resistance of the foundation structure is determined by the soil resistance to destruction under the lower edge and shear resistance along the lateral surface. In the paper this boundary surface of the plate was discretized by boundary elements while active zone of the soil was discretized by triangular cells. To investigate stress-strain state of the plate, a spatial elastic-plastic dilatancy model of porous media is used [2].

The dilatancy model application makes it possible

- a) to schematize the process, breaking it into successive stages of forming and compaction;
- b) to make use of the plasticity theory for incompressible bodies, which has been adequately developed for today;
- c) to perform the analysis of non-linear problem solved by the method of elastic solutions of A. A. Illiushin;
- d) to take into account the loading trajectory, misalignment of the stress tensor vectors and deformation rate tensor.
- e) to make a transition to the computer-aided calculation of the foundation structure behavior by discretizing the calculation model and performing computations by the boundary element method (BEM).

Instead of the orthogonality requirement to the increment of plastic deformation vector $d\epsilon_{ij}^p$ to the plasticity surface f , the non-associated law of plastic flow, complemented by dilatancy relation of V. M. Nikolayevskiy and I. P. Boyko is used in the paper:

$$d\epsilon_{ij}^p = \Lambda(\chi) \cdot d\gamma^p, \quad (2)$$

where $d\gamma^p$ – scalar equivalent of shear plastic deformation increment on the octahedral plane; $d\epsilon_{ij}^p$ – increment of non-elastic volume changes, which accompany the shift; Λ – dilatancy rate; χ – soil medium strengthening parameter (soil density ρ is adopted).

As a strengthening parameter, soil density, which is a peculiar memory of the soil, is adopted. Increasing soil density means changing yield point of the soil material.

In accordance with the elaborated model, total deformations were determined as

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^p, \quad (3)$$

where $d\epsilon_{ij}^e$ – increment of elastic deformations; $d\epsilon_{ij}^p$ – increment of plastic deformations.

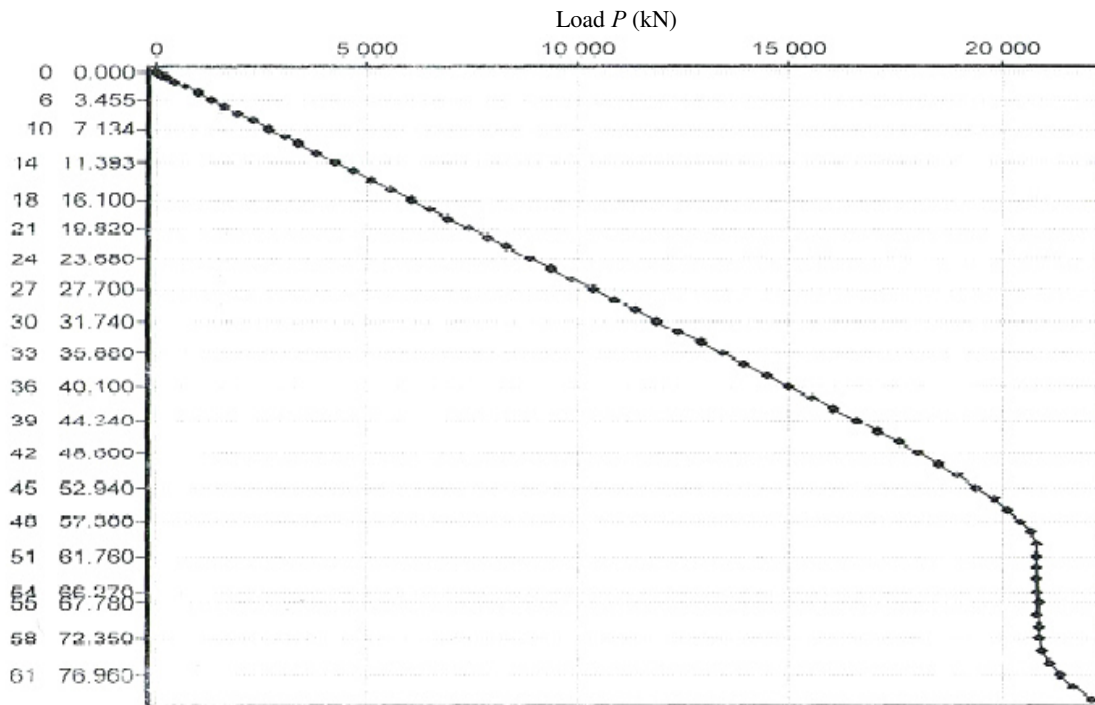
In the model, which was used for numerical investigation of stress-strain state of the foundation plate, additional kinematic dilatancy conditions were introduced (2).

Determination of the plate bearing capacity and foundation subsidence due to the influence of vertical loads was performed by solving the problem in elastic-plastic statement by the following sequence of steps:

- discretization of the boundary surface of the plate and active buffer zone;

- composing calculation influence matrix of BEM on the basis of R. Mindlin solutions;
- obtaining design equation system;
- solution of the obtained system of linear algebraic equations, fixation of the stress-strain state at each loading step;
- building plastic regions;
- taking and substantiation of the design decision about the possibility of application of additional loads.

Fig. 2 presents the graph of “loading – subsidence” dependence, predicted by BEM, for the entire loading interval of the raft foundation structure with the height of 0,7 m for 12-storey building.



The loading step number, displacement U (mm)
Fig. 2. Graph of the “loading P – subsidence s ” dependence

Graph of Fig. 2 makes it possible to determine subsidence s for different loads P and to select the most feasible and cost-effective conditions of the plate foundation work, which will ensure stability and reliability of the 12-storey building, that stands on this raft foundation. The proposed model combines calculation of the “base – foundation – plate“ system for both boundary states. Analysis of the system stress-strain state is conducted in the entire loading range. The foundation plate is capable of compensating for uneven subsidence due to re-distribution of the loads.

Conclusions

1. In high-rise building construction there is a possibility of predicting the foundation base stress-strain state with the application of modern methods of applied geomechanics and numerical methods – FEM and BEM.
2. In order to determine bearing capacity of the foundation plate and the base of the building, the theory of dispersed mediums and associated tensor calculus issues are used.
3. The research results have significant practical orientation with the possibility to achieve economic effect due to taking into account plastic work of the soil base.

REFERENCES

1. Определяющие законы механики грунтов / [под ред. В. Н. Николаевского, ред. серии А. Ю. Ишлинский, Г. Г. Черный]. – М. : Мир, 1975. – 231 с.
2. Бойко І. П. Напружено-деформований стан ґрунтового масиву при побудові нових фундаментів поблизу існуючих будинків / І. П. Бойко, О. В. Сахаров // Основи і фундаменти: Міжвідомчий науково-технічний збірник. – 2004. – Вип. 28. – С. 3 – 10.
3. Моргун А. С. Метод граничних елементів в розрахунках несучої спроможності кільцевих та круглих в плані фундаментних конструкцій / А. С. Моргун, О. В. Франчук // Вісник ВПІ. – 2012. – № 5. – С. 11 – 14.
4. Бреббия К. Методы граничных элементов / К. Бреббия, Ж. Теллес, Л. Вроубел. – М. : Мир, 1987. – 525 с.
5. Голубков В. Н. Исследование процесса формирования зоны деформации в основаниях одиночных свай / В. Н. Голубков, Ю. Ф. Тугаенко, Б. О. Хуторянский // Основания и фундаменты: Республиканский межведомственный научно-технический сборник. – 1971. – Вып. 4. – С. 9 – 13.

Morgun Alla – Dc. Sc. (Eng.), Prof., Head of the Department of Industrial and Civil Engineering of the Faculty of Civil Engineering, Thermal Power Engineering and Gas Supply.

Shvets Anna – Master’s course student of the Faculty of Civil Engineering, Thermal Power Engineering and Gas Supply.

Shevchenko Oleksiy – Master’s course student of the Faculty of Civil Engineering, Thermal Power Engineering and Gas Supply.

Vinnitsia National Technical University.