

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ТЕОРЕТИЧНИХ І ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИЗНАЧЕННЯ ВЛАСНИХ ЧАСТОТ І ФОРМ ЩОГЛИ ПІДЙІМАЛЬНОГО ПРИСТРОЮ

© Носов Ю.С., 2013

Проведено порівняльний аналіз результатів визначення власних частот і форм згинних коливань щоглової металоконструкції підйімального пристрою із застосуванням теоретичних і експериментального методів. Розглянуто, зокрема, результати математичного моделювання поперечних коливань щогли із застосуванням теорії балок С. Тимошенка та матричного методу початкових параметрів; результати модального аналізу щогли методом скінчених елементів, а також результати експериментальних досліджень коливань щогли реального підйімального пристрою.

Comparative analysis of the results of natural frequencies and bending vibrations determination for the metal mast lifting device with the application of theoretical and experimental methods is conducted in this article. In particular, results of the mathematical modeling of the transverse vibrations of the mast with the application of S. Timoshenko's beams theory and matrix method of initial parameters are considered, as well as the results of the experimental research of mast vibrations of a real lifting device.

Вступ. Прогресуюча урбанізація та підвищення темпів спорудження висотних будівель супроводжуються підвищенням технічного рівня будівельних підйімальних пристроїв, за допомогою яких здійснюється піднімання вантажів на значну висоту з достатньо великою швидкістю. Однак зі збільшенням висоти щоглової несівної конструкції підвищується небезпека втрати її стійкості. Особливо небезпечними треба вважати режими роботи пристроїв, за яких частота зміни осьового навантаження щогли збігається з власною частотою її згинних коливань. З огляду на складність конструкцій та екстремальний характер умов експлуатації несівних систем, вдосконалення методів їх модального аналізу є актуальним завданням.

Дослідження поперечних коливань стрижнів з урахуванням деформацій зсуву та інерції обертального руху поперечних перерізів розглядає велика кількість наукових праць [1–3]. Для випадку вільних або гармонічних вимушених коливань стрижнів сталого поперечного перерізу рівняння руху розв'язують методом розділення змінних [4–6]. Аналіз динамічних явищ для таких стрижнів виконують також за допомогою інтегральних перетворень. Однак через свою складність континуально-дискретні розрахункові моделі не знайшли широкого застосування в інженерній практиці. Тому у дослідженнях динамічних процесів нерідко застосовують спрощені моделі з обмеженою кількістю ступенів вільності [7, 8].

Для створення універсальних алгоритмів розрахунку стрижневих конструкцій найефективнішим є метод скінчених елементів [9–12]. Істотними перевагами цього методу є його необмежені можливості вдосконалення апроксимації невідомих функцій та зручність у врахуванні багатьох видів крайових умов. Метод скінчених елементів у різних його модифікаціях також застосовують для розрахунку поперечних коливань стрижнів, що мають як сталі, так і змінні параметри. У деяких випадках інтегрування рівнянь руху виконується методом скінчених різниць.

Загалом задачі, що стосуються визначення частот і форм вільних коливань металевих конструкцій, широко висвітлені у літературі, однак багато праць розглядають щогли та стріли будівельних підйімальних пристроїв. Особливо це стосується порівняльних досліджень методів модального аналізу несівних систем, оскільки через значну висоту та східчасту зміну поперечного перерізу металоконструкцій підйімальних пристроїв, забезпечення високої точності визначення їх частотних характеристик є непростим науковим завданням.

Мета роботи – зробити порівняльний аналіз теоретичних і експериментальних результатів модального аналізу щоглової металоконструкції будівельного підйимального пристрою. Теоретичні результати одержані шляхом математичного моделювання поперечних коливань щогли із застосуванням теорії балок С. Тимошенка та матричного методу початкових параметрів, а також за допомогою методу скінченних елементів. Експериментальні дослідження коливань щогли проводили на реальному підйимальному пристрої за допомогою давача-акселерометра.

Визначення власних частот і форм багатопрогової щогли із застосуванням теорії балок С. Тимошенка та методу початкових параметрів. Згідно з цим методом поперечні коливання щогли опишемо рівняннями у часткових похідних з урахуванням деформацій згину і зсуву, інерції поступального і обертального руху поперечних перерізів, а також дії статичних поздовжніх сил у відповідно до теорії балок С. Тимошенка [1]. У зв'язку з тим, що конструкція може мати велику кількість опор, алгоритм розрахунку розроблений на основі методу початкових параметрів [13, 14]. Розрахункова модель щогли у вигляді вертикального стрижня зі східчастою зміною поперечного перерізу зображена на рис. 1, де: $c_{yi}, c_{\alpha i}$ ($i = 1, 2, 3$) – коефіцієнти відповідно лінійної і кутової жорсткості пружних опор кріплення щогли у горизонтальному напрямі; m_i, J_i ($i = 1, 2, 3$) – відповідно маси та моменти інерції опорних вузлів; m, J – відповідно маса та момент інерції навантаженої каретки; l_i ($i = 1, 2, 3$) – довжини ділянок щогли; x_i, y_i ($i=1, 2, 3$) – координати руху; w_i ($i=1, 2, 3$) – поперечне переміщення точок осі щогли. Детальне описання математичної моделі поперечних коливань щогли наведено у [15].

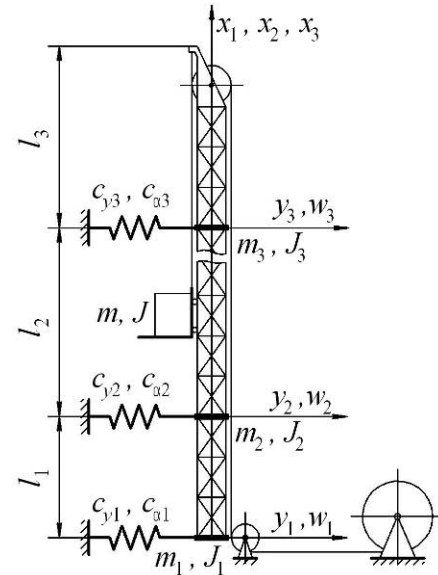


Рис. 1. Розрахункова схема щогли

У табл. 1 наведені вихідні дані для розрахунків. У ній прийняті такі позначення: E_i, G_i, ρ_i ($i = 1, 2, 3$) – модулі пружності та густина матеріалу (значення ρ_i визначається як відношення погонної маси μ_i до площі поперечного перерізу трубчастих несівних елементів A_i); I_i ($i = 1, 2, 3$) – момент інерції поперечного перерізу щогли; κ_i ($i = 1, 2, 3$) – коефіцієнт урахування деформації зсуву; P_i ($i = 1, 2, 3$) – значення поздовжньої сили для нижніх кінців ділянок щогли.

Таблиця 1

Параметри щогли для її модального аналізу аналітичним методом

Параметр	Одиниці виміру	Значення	Параметр	Одиниці виміру	Значення
l_1	м	2,00	P_2	кН	1722,8
l_2	м	6,00	P_3	кН	232,7
l_3	м	1,00	m_1	кг	100
E_1, \dots, E_3	Н/м ²	$2,0 \cdot 10^{11}$	m_2, m_3	кг	4
G_1, \dots, G_3	Н/м ²	$7,80 \cdot 10^{10}$	J_1	кг·м ²	20
ρ_1, ρ_2	кг/м ³	$11,72 \cdot 10^3$	J_2, J_3	кг·м ²	2,5
ρ_3	кг/м ³	$10,98 \cdot 10^3$	c_{y1}	Н/м	$1 \cdot 10^{20}$
A_1, \dots, A_3	м ²	$2,160 \cdot 10^{-3}$	c_{y2}	Н/м	$4 \cdot 10^8$
I_1, I_2	м ⁴	$56,75 \cdot 10^{-6}$	c_{y3}	Н/м	$8 \cdot 10^8$
I_3	м ⁴	$55,92 \cdot 10^{-6}$	$c_{\alpha 1}$	Н·м/рад	$1 \cdot 10^{20}$
$\kappa_1, \dots, \kappa_3$	-	0,0055	$c_{\alpha 2}$	Н·м/рад	$1 \cdot 10^{-3}$
P_1	кН	2219,5	$c_{\alpha 3}$	Н·м/рад	$1 \cdot 10^{-3}$

Для врахування впливу висоти розташування каретки з вантажем на власні частоти щогли до математичної моделі вносимо такі зміни. Оскільки підйимальний канат з'єднаний з кареткою через розташований на ній блок, а кінець каната нерухомо закріплений на вершині щогли, то поздовжню силу для усіх ділянок щогли збільшуємо на значення, що у півтора рази більше за вагу наванта-

женої каретки, – 4415 Н. У разі, коли каретка розташована між опорами кріплення щогли, застосовуємо опорний вузол з нульовою жорсткістю, маса та момент інерції якого становлять відповідно 300 кг і 3,48 кг·м². Якщо навантажена каретка розташована напроти опори кріплення, тоді масу та момент інерції цієї опори збільшуємо на відповідні значення.

Модальний аналіз щогли методом скінченних елементів передбачає побудову твердотільної моделі щогли, розбиття її на сітку об'ємних скінченних елементів та визначення власних частот та форм щогли відповідно до заданих граничних умов. Скінченно-елементна модель щогли (рис. 2, а), як і математична модель та щогла реального підйомального пристрою, складається з чотирьох секцій завдовжки 2 м (рис. 2, б) та вершини – завдовжки 1 м (рис. 2, в).

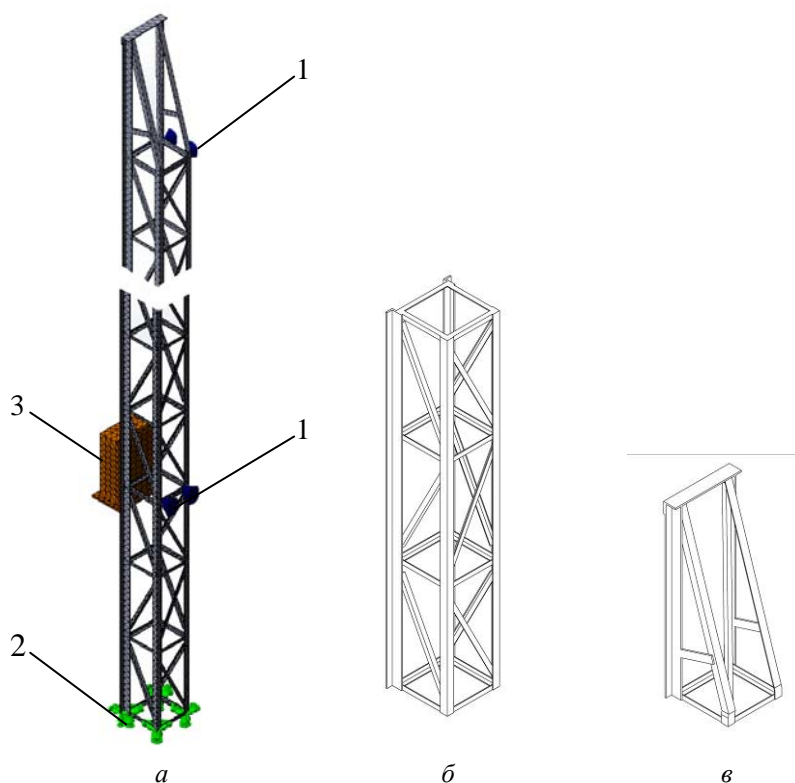


Рис. 2. Скінченно-елементна модель щогли (а) та твердотільні моделі її секцій та вершини (б, в):
1 – пружне закріплення; 2 – жорстке закріплення; 3 – каретка з вантажем

Поперечний переріз щогли несиметричний. У місцях з позначенням 1 (рис. 2, а) застосовуємо пружне закріплення металоконструкції щогли з жорсткістю 800 МН/м у поздовжньому напрямку та 400 МН/м – у поперечному, що моделює опори кріплення щогли до стіни будівлі. У місці з позначенням 2 застосовуємо жорстке закріплення. Під час розрахунків враховуємо навантаження від власної ваги металоконструкції. Скінченно-елементна модель щогли складається з 55182 вузлів та 23670 елементів. Модальний аналіз щогли виконуємо за допомогою програмного забезпечення Siemens NX із вбудованим розрахунковим модулем Nastran.

Для врахування впливу навантаженої каретки на власні частоти щогли прикладаємо до її вершини постійну вертикальну завбільшки 4415 Н. Для врахування наявності навантаженої каретки застосовуємо абсолютно жорстке тіло масою 300 кг (позначення 2 на рис. 2, а), яке послідовно розташовуємо на висоті 2, 5 та 8 м, що відповідають нижній опорі кріплення щогли до стіни будівлі, площині посередині між опорами та верхній опорі кріплення щогли відповідно.

Експериментальні дослідження виконували на будівельному підйимальному пристрої ПМГ-1 (рис. 3) за допомогою такого комплексу вібровимірювальної апаратури: давач-акселерометр Freescale MMA 7260Q, двоканальний осцилограф-приставка IRIS та портативний комп'ютер зі спеціальним програмним забезпеченням (рис. 4). Максимальна частота дискретизації цього осцилографа під час роботи в одноканальному режимі становить 200 кГц, а розрядність АЦП – 10 біт. Чутливість вимірювань датчика-акселерометра становить 600 мВ/г, діапазон вимірювань – $\pm 2g$. Вказаних характеристик більш ніж достатньо для визначення трьох нижчих власних частот згинних коливань щогли в одній з її головних площин. Коливань з вищими частотами не досліджували через малі значення амплітуд та значно більшу їх частотну ширину.

Давач-акселерометр закріплювали на висоті 5 м на вертикальних елементах металоконструкції щогли так, щоб площина датчика була перпендикулярною до стіни будівлі. У такому випадку реєструвалися коливання щогли у площині, перпендикулярній до стіни будівлі.

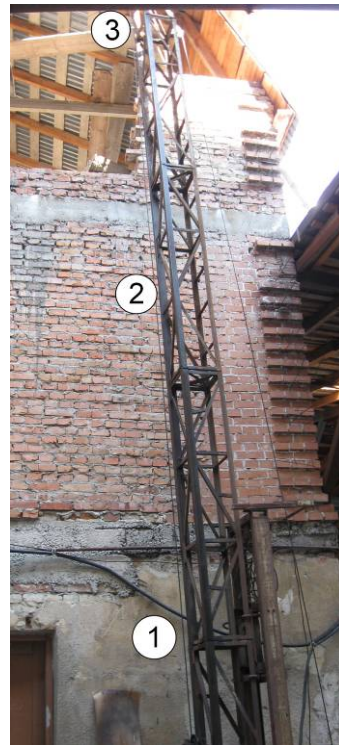


Рис. 3. Щогла підйимального пристрою ПМГ-1

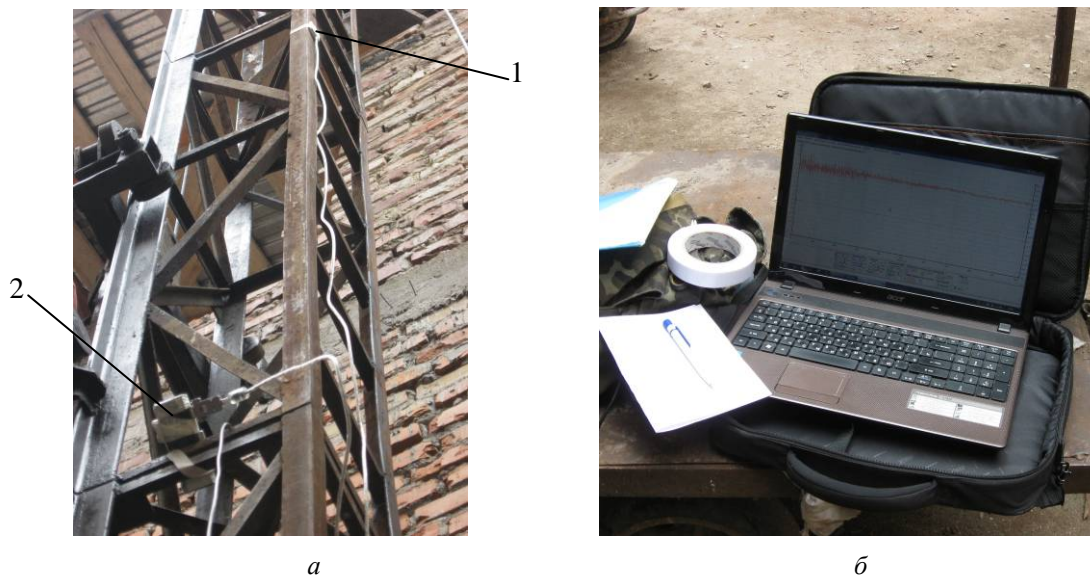


Рис. 4. Розташування давача-акселерометра та осцилографа-приставки на щоглі (а) і портативний комп'ютер з програмним забезпеченням (б):
1 – давач-акселерометр; 2 – осцилограф-приставка

Сигнал від давача після підсилення і перетворення на АЦП оброблявся програмним забезпеченням, в результаті чого отримували спектрограми вільних коливань металоконструкції щогли (рис. 5). Як бачимо з рис. 5, нижчі власні частоти щогли у площині, перпендикулярній до стіни будівлі, становлять відповідно 12,74, 30,90, 47,02 Гц.

Для дослідження впливу положення завантаженої каретки на значення власних частот щогли каретку почергово розташовували на висоті 2, 5 та 8 м, що відповідає позиціям 1, 2, 3 на рис. 3 відповідно. Сумарна маса каретки з вантажем становила 300 кг.

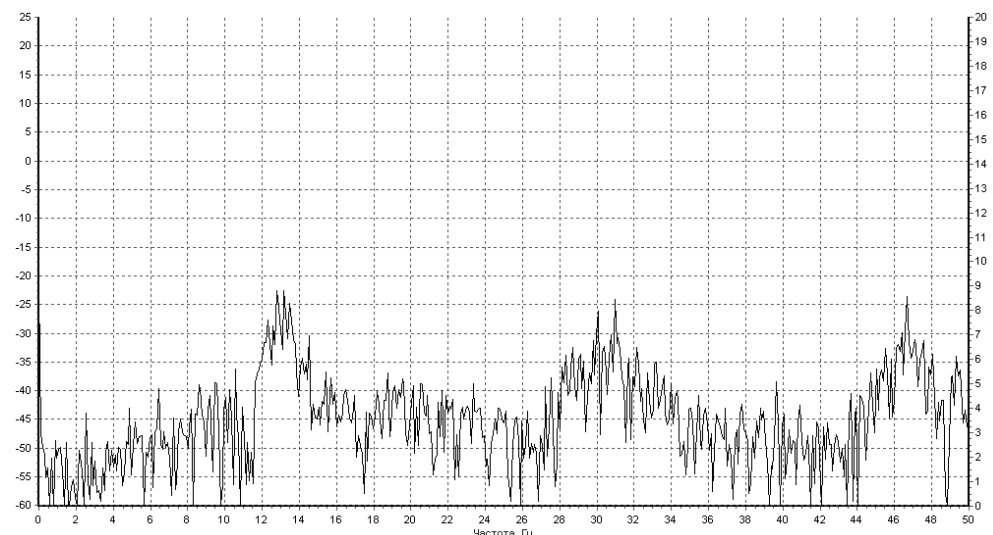


Рис. 5. Спектрограма вільних коливань щогли

Результати модального аналізу щогли підйимального пристрою. На рис. 6 зображені власні форми згинних коливань щогли, визначені із застосуванням теорії балок С. Тимошенка та матричного методу початкових параметрів. Вертикальні лінії на рисунку позначають місця розташування опор кріплення щогли.

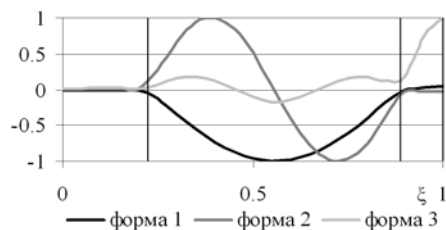


Рис. 6. Власні форми коливань щогли, визначені із застосуванням теорії балок С. Тимошенка та матричного методу початкових параметрів

Результати модального аналізу щогли підйимального пристрою методом скінченних елементів зображені на рис. 7 у вигляді власних форм коливань щогли. Форми коливань, що зображені на рис. 7, а, б та д, відповідають першим трьом формам згинних коливань щогли у площині, перпендикулярній до стіни будівлі (площина ZOY). Як бачимо, для щогли характерні незначні крутильні деформації, що викликані несиметричністю її поперечного перерізу. Як бачимо з рис. 6 та 7, власні форми коливань щогли, визначені методом скінченних елементів, відповідають власним формам, що визначені аналітичним методом.

Значення власних частот згинних коливань щогли у площині, перпендикулярній до стіни будівлі, отримані за допомогою математичного моделювання поперечних переміщень щогли, методом скінченних елементів та в результаті експериментальних досліджень на реальному підйимальному пристрої, записані у табл. 2.

Таблиця 2

Власні частоти щогли, визначені різними методами

Метод	Частота, Гц		
	перша	друга	третя
аналітичний	14,15	30,76	43,60
числовий	12,91	27,58	51,23
експериментальний	12,74	30,90	47,02

Аналізуючи результати, отримані аналітичним та числовим методами, та порівнюючи їх з результатами, отриманими експериментальним шляхом, встановили, що похибка визначення нижчих власних частот щогли аналітичним методом не перевищує 10 %, а числовим методом – 9 %. Більша точність методу скінченних елементів пояснюється кращим наближенням тривимірної розрахункової моделі до реального об'єкта досліджень, а також високою ефективністю сучасного програмного та апаратного забезпечення.

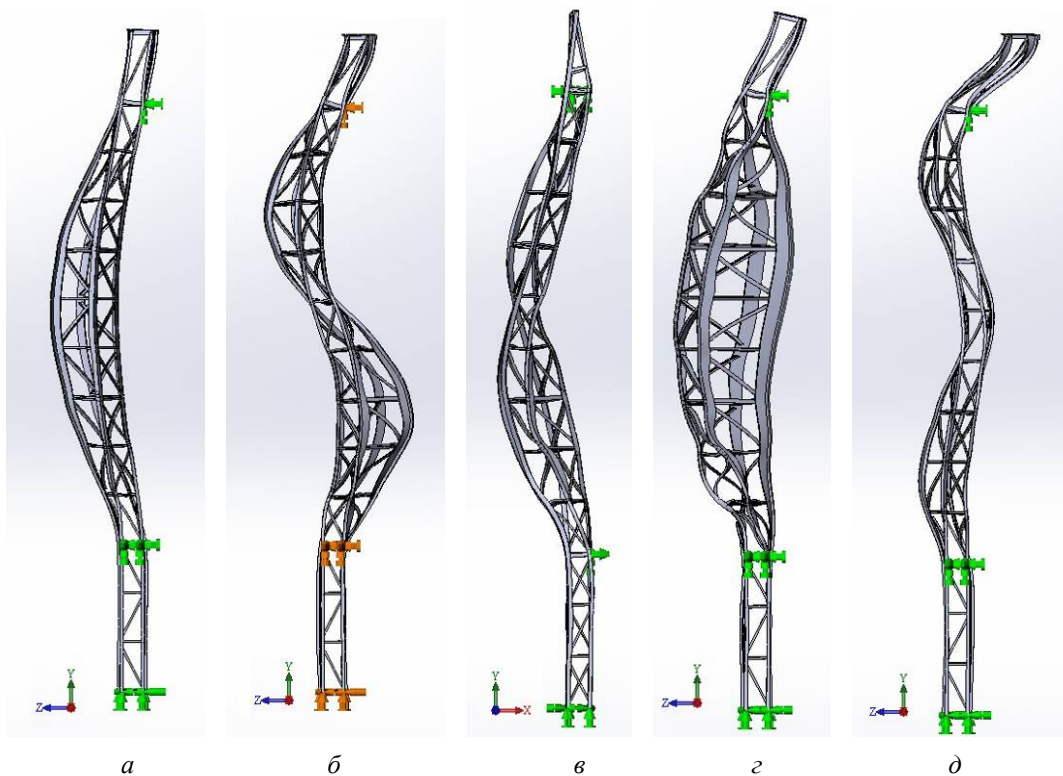


Рис. 7. Власні форми коливань щогли, визначені методом скінченних елементів

Аналітичний та числовий методи характеризуються дещо більшими значеннями частот порівняно з частотами, отриманими експериментальним методом. Це можна пояснити неідеальністю геометричних і, як наслідок, пружно-інерційних параметрів щогли та жорсткісних характеристик її опор кріплення для реального підйомального пристрою порівняно з математичною та скінченно-елементною моделями. Чинниками, що спричиняють різницю у значеннях власних частот, можуть бути: не співвісність секцій щогли, що могла утворитись під час монтажу, відмінність пружно-пластичних характеристик матеріалу деталей в околі зварних швів, не горизонтальність опор кріплення та недостатня жорсткість їх закріплення тощо.

Результати дослідження впливу висоти розташування завантаженої каретки (300 кг) на значення частот вільних коливань щогли відображені у табл. 3. Аналізуючи цю таблицю, бачимо, що значення власної частоти щогли істотно залежить від розташування каретки з вантажем. Здебільшого спостерігається зменшення частот за наявності навантаженої каретки, особливо це стосується розташування каретки посередині між опорами, коли значення першої власної частоти зменшується в середньому в 2,8 разу. Чутливість власної частоти щогли підйомального пристрою до наявності навантаженої каретки збільшується залежно від застосованого методу у порядку “аналітичний – числовий – експериментальний”.

Таблиця 3

Власні частоти механічної системи, що утворена щоглою та навантаженою кареткою

Висота розташування каретки, h , м	Метод	Частота, Гц		
		перша	друга	третя
2	аналітичний	14,10	30,67	43,36
	числовий	13,48	27,84	39,45
	експериментальний	12,42	26,12	35,59
5	аналітичний	5,96	30,67	43,42
	числовий	4,36	31,03	46,17
	експериментальний	4,31	27,73	42,64
8	аналітичний	14,09	30,66	42,99
	числовий	14,58	27,32	43,12
	експериментальний	11,98	27,11	42,39

Висновки. За допомогою розглянутих методів модального аналізу можна визначати нижчі частоти вільних коливань металоконструкції щогли з достатньою точністю з метою запобігання резонансним явищам, що можуть виникнути під час неусталених режимів роботи привідної системи будівельних підйимальних пристроїв, а також в процесі піднімання вібраційних вантажів.

Метод скінченних елементів та метод експериментального визначення власних частот щогли підтвердили результати аналітичних досліджень, згідно з якими частоти і форми вільних коливань щоглової металоконструкції істотно залежать не лише від пружно-інерційних параметрів щогли та коефіцієнтів жорсткості її опор, а й від висоти розташування навантаженої каретки на щоглі.

1. Тимошенко С., Янг Д., Уівер В. *Колебания в инженерном деле.* – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.
2. Giergiel J. *Drgania mechaniczne ukladow dyskretnych: teoria, przyklady, zadania.* – Rzeszow: Politechnika Rzeszowska, 2004. – 301 s.
3. *Вибрації в техніці: справочник: в 6 т.* – М.: Машиностроение, 1978–1981. – Т. 3: *Колебания машин, конструкций и их элементов.* – 1980. – 544 с.
4. Бабаков И.М. *Теория колебаний.* – М.: Дрофа, 2004. – 592 с.
5. Polyanin A. D. *Handbook of Linear Partial Differential Equations for Engineers and Scientists.* – CRC, Boca Raton, 2002
6. Весницький А.И., Потапов А.И. *Теория колебаний распределенных параметрических систем.* – Горький: Изд-во Горьковского ун-та, 1980. – 87 с.
7. Нестеров П.П. *Теория и практика подъема.* – К.: Наук. думка, 1975. – 354 с.
8. Харченко С.В. *Динамические процессы буровых установок.* – Львов: Світ, 1991. – 176 с.
9. Маденси Е., Гувен И. *Конечно-элементный метод и приложения в инженерии с использованием ANSYS.* – Springer Science + Business Media, LLC, 2009. – 686 с.
10. Александров А.В. *Методы расчета стержневых систем, пластин и оболочек с использованием ЭВМ.* – Ч. 1 / А.В. Александров, Б.Я. Лащеников, Н.Н. Шапошников и др. – М.: Строиздат, 1976. – 248 с.
11. Розин Л.А. *Стержневые системы как системы конечных элементов.* – Л.: Изд-во Ленинградского университета, 1976. – 237 с.
12. Галлагер Р. *Метод конечных элементов. Основы.* – М.: Мир, 1984. – 428 с.
13. Ивович В. А. *Переходные матрицы в динамике упругих систем: справочник.* – 2-е изд., доп. – М.: Машиностроение, 1981. – 183 с.
14. Бидерман В.Л. *Теория механических колебаний.* – М.: Высш. шк., 1980. – 408 с.
15. Харченко С.В., Носов Ю.С., Демків В.Й. *Модальний аналіз щоглової металоконструкції підйимального пристрою з урахуванням положення каретки з вантажем // Вісник НУ “Львівська політехніка” “Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні” 2011. – № 713. – С. 113–121.*