

ЗАЛИШКОВІ ДЕФОРМАЦІЇ І НАПРУЖЕННЯ У ПЛАСТИЧНО ЗДЕФОРМОВАНІЙ ТРУБІ ЗА ДІЇ ЗГИНАЛЬНОГО МОМЕНТУ ТА ПОЗДОВЖНЬОЇ СИЛИ

© Мельник Н. Б., 2016

На основі деформаційної теорії пластичності і теорії циліндричних оболонок розроблено аналітично-числову методику визначення залишкових деформацій і напружень після повного розвантаження довгих труб за їх пластичного згину з розтягом (стиском). Наведено порівняння розрахункових результатів з експериментальними даними для сталеві труби 57,5 x 3,65 мм.

Ключові слова: довга труба, залишкові деформації і напруження, пластичний згин з розтягом (стиском).

Based on the deformation theory of plasticity and theory of cylindrical shells developed analytical and numerical method for determining residual stresses and strains after full discharge with plastic bending of tension (compression) long tubes. The comparison of calculated results with experimental data for steel pipe 57,5 x 3,65 mm.

Key words: long tube, residual deformations and stress, plastic bending tension (compression).

Постановка проблеми. Згин труб за межею пружності (гнуття) використовують у техніці для виготовлення кривих трубчастих елементів машин та конструкцій. Насамперед це стосується виготовлення криволінійних елементів трубопроводів різноманітного призначення. Під час гнуття труби відбувається її сплющування; вихідний круглий поперечний переріз набуває форми овалу, велика вісь якого розташована перпендикулярно до площини згину. Іншими важливими особливостями процесу гнуття труби є зміна розмірів сплющеного поперечного перерізу та радіуса згину, а також виникнення залишкових напружень після зняття прикладених навантажень (внаслідок розвантаження).

Овальність криволінійного елемента трубопроводу зменшує його пропускну здатність та сумісно з наявністю залишкових напружень сприяє зменшенню запасу міцності за дії повторно змінних навантажень. Усе це потрібно враховувати під час розробки процесів гнуття труб, конструювання технологічного оснащення, розрахунків криволінійних трубчастих елементів на міцність.

Аналіз відомих досліджень і публікацій. Аналіз пружно-пластичного стану труб стосовно гнуття був предметом багатьох досліджень [1–3]. В [1, 2] наведені формули для визначення радіуса круглого шаблону з урахуванням збільшення радіуса кривизни зігнутої труби внаслідок відпруження, спричиненого розвантаженням.

Наближену методику розрахунку зміни розмірів труби внаслідок розвантаження з урахуванням сплющування у межах деформаційної теорії пластичності розглянуто в [3]. Що стосується визначення залишкових напружень у пластично зігнутих трубах після розвантаження, то у доступних нам літературних джерелах таких інформація відсутня.

Основний матеріал. Розглянемо задачу про визначення залишкових деформацій і напружень у пластично зігнутій прямій трубі після повного розвантаження.

Згідно з теоремою про розвантаження [4] у процесі розвантаження зміна компонент напружень пов'язана зі зміною компонент деформацій лінійним співвідношенням теорії пружності. При цьому припускаємо, що спричинені розвантаженням залишкові напруження повторно за межу пружності не виходять.

Відповідно компоненти залишкових напружень і деформацій у тілі обчислюють як різницю напружень і деформацій, що виникли під час навантаження, напружень і деформацій, пов'язаних з розвантаженням:

$$s_{x\text{ зал}} = s_x - s_{x\text{ роз}}; \quad (1)$$

$$e_{x\text{ зал}} = e_x - e_{x\text{ роз}}. \quad (2)$$

У разі повного розвантаження тіла, що знаходилося під дією системи зовнішніх сил, для визначення залишкових напружень і деформацій потрібно знайти значення $(s_{x\text{ роз}}, \dots, e_{x\text{ роз}}, \dots)$, розв'язавши задачу теорії пружності за дії цих зовнішніх факторів.

Для визначення напружень і деформацій до розвантаження скористаємося розв'язком задачі про пружно-пластичний стан початково прямого елемента круглої тонкостінної труби, що зазнає дії на торцях згинального моменту M і поздовжньої сили N , наведеного у [5].

Позначимо товщину стінки, середній радіус труби і радіус кривизни зігнутої осі відповідно через h , r , r (рис. 1).

Віддаль довільної точки від середньої лінії поперечного перерізу позначимо через t з додатним напрямом у бік зовнішньої поверхні труби $(-h/2 \leq t \leq h/2)$.

Радіальне і кільцеве переміщення точок середньої лінії позначимо відповідно через w і v з додатними напрямками, як це показано на рис. 1.

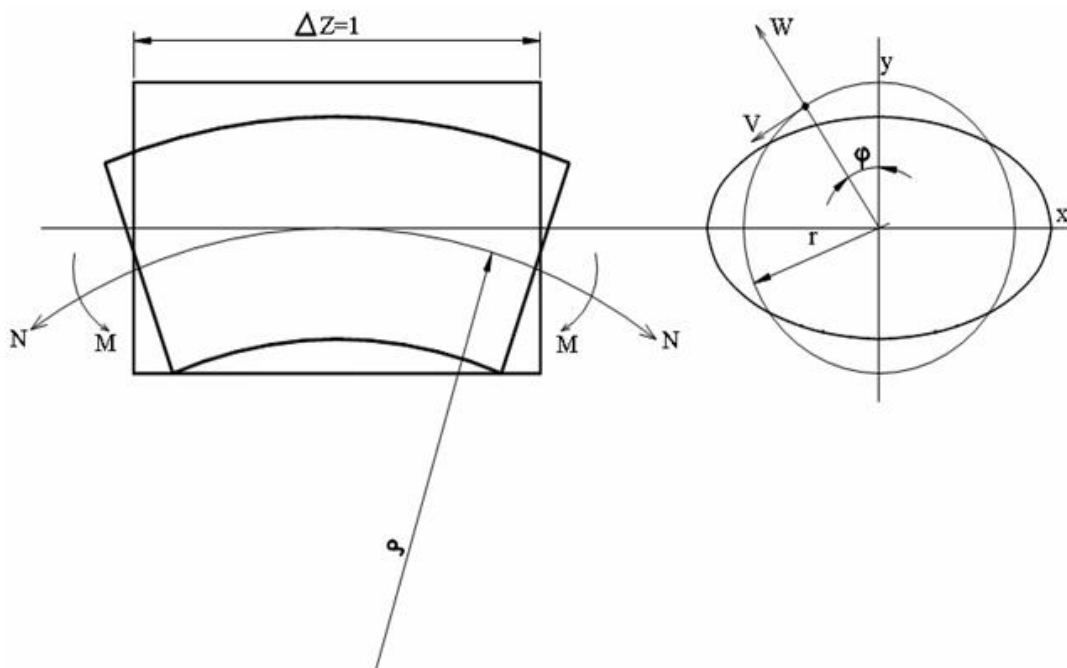


Рис. 1. Схема деформування елемента тонкостінної труби

Внаслідок дії згинального моменту поздовжня вісь труби стає плоскою кривою зі сталим радіусом кривизни. Вважатимемо, що усі перерізи труби деформуються однаково, а її матеріал перебуває в умовах плоского напруженого стану (радіальними напруженнями знехтувано).

З метою спрощення розрахунків матеріал труби вважатимемо нестисливим (коефіцієнт поперечної деформації $\mu=1/2$) та обмежимося збереженням у виразах для переміщень, що описують сплюснуту форму поперечного перерізу труби, трьома першими членами.

Діаграму деформування матеріалу труби (інтенсивність напружень – інтенсивність деформацій) подамо рівнянням прямих (ділянка пружності і площинка текучості) та степеневою функцією (ділянка зміцнення) [4]:

$$s_i = E e_i, \quad e_i \leq e_T; \quad (3)$$

$$s_i = s_T, \quad e_T \leq e_i \leq e_T^*; \quad (4)$$

$$s_i = s_T \left(\frac{e_i}{e_T^*} \right)^m, \quad e_i \geq e_T^*, \quad (5)$$

де E – модуль пружності; s_T – границя текучості; $e_T = s_T/E$ – деформація, що відповідає початку текучості; e_T^* – деформація, що відповідає початку зміцнення; m – показник степеня, який характеризує зміцнення матеріалу.

Оскільки матеріал труби вважається нестисливим, то діаграма деформування збігається з дійсною діаграмою напружень за розтягу (стиску). У цьому разі розв’язувальні співвідношення за дії у поперечних перерізах труби згинального моменту M та поздовжньої сили N набувають такого вигляду:

$$w = r \sum_{n=2}^4 c_n \cos nj; \quad v = -r \sum_{n=2}^4 \frac{c_n}{n} \sin nj; \quad (6)$$

$$e_z = R_z (\vartheta + \psi); \quad (7)$$

$$\vartheta = \frac{y}{r} = (1 + \frac{R_z}{r}) \cos j - \psi \sin j; \quad (8)$$

$$e_j = -\frac{1}{2} e_z + e_{j1}, \quad e_{j1} = -\frac{R_z}{2} \sum_{n=2}^4 c_n (n^2 - 1) \cos nj; \quad (9)$$

$$e_i = \sqrt{e_z^2 + \frac{4}{3} e_{j1}^2}; \quad (10)$$

$$s_z = E^* \left(e_z + \frac{2}{3} e_{j1} \right), \quad s_j = \frac{4E^*}{3} e_{j1}; \quad (11)$$

$$u = \frac{s_T e_i^2}{2e_T}, \quad e_i \leq e_T; \quad (12)$$

$$u = s_T \left(e_i - \frac{1}{2} e_T \right), \quad e_T \leq e_i \leq e_T^*; \quad (13)$$

$$u = s_T \left\{ \frac{e_T^*}{m+1} \left[\left(\frac{e_i}{e_T^*} \right)^{m+1} - 1 \right] + e_T^* - \frac{e_T}{2} \right\}; \quad e_i \geq e_T^*; \quad (14)$$

$$\Pi = 2rh \int_0^{h/2} u d\vartheta dj - A_{const}; \quad (15)$$

$$N = 2r h \int_0^{\frac{1}{2}} s_z d\vartheta dj; \quad M = 2r^2 h \int_0^{\frac{1}{2}} s_z \vartheta d\vartheta dj; \quad (16)$$

$$\Theta = \frac{(D_{\max} - D_{\min})100\%}{D} = \frac{2|c_2|100\%}{1 + 0,5 \frac{R_z}{r}}, \quad (17)$$

де $R_z = r/r$ – безрозмірна кривизна (параметр кривизни) зігнутої поздовжньої осі; $\vartheta = e/r$ – відносне (безрозмірне) зміщення нейтральної осі, що вважається додатним у напрямку до центра кривизни поздовжньої осі; $\frac{R_z}{r}$, ψ , ϑ , ψ – безрозмірні (також віднесені до радіуса r) товщина стінки, складові переміщення та координата точки поперечного перерізу; $\vartheta = t/h$ – відносна відстань цієї точки до його середньої лінії; c_n – безрозмірні параметри; e_z , e_j – поздовжня і

кільцева деформації точок поперечного перерізу; $E^* = S_i / e_i$ – змінний параметр пружності; S_i і e_i – інтенсивності напружень і деформацій; S_z, S_j – поздовжні і кільцеві напруження; u – потенціал деформації; Θ – овальність труби до розвантаження; D_{\max}, D_{\min} і D – максимальний, мінімальний і номінальний зовнішні діаметри труби.

Невідомі коефіцієнта функцій переміщень c_2, c_3, c_4 визначаються з умови мінімуму повної енергії $d\Pi/dc_n = 0$. Оскільки складова роботи зовнішніх сил (моменту і поздовжньої сили) A_{const} визначається незалежно від сплющування, то похідна від неї дорівнює нулю.

Відповідно до теореми про розвантаження для визначення залишкових напружень і деформацій у зігнутій трубі (рис. 1) після повного розвантаження необхідно також мати розв'язок пружної задачі про напружено-деформований стан у пластично zdeформованій трубі за дії зовнішніх сил у момент перед розвантаженням.

Тому розглянемо пружний згин кривої тонкостінної труби з параметром поздовжньої кривизни R_0 , яка має початкову овальність поперечного перерізу. При цьому приймаємо, що овальність поперечного перерізу викликана вільним згином прямої труби до заданої кривизни і визначається відповідно до формули (17):

$$e_z^* = R_0 \left[(\% + y) \frac{\Delta R_0}{R_0} + \sum_{n=2}^4 c_n^* \left(\cos nj \cos j + \frac{1}{n} \sin nj \sin j \right) \right]; \quad (18)$$

$$e_j^* = -m e_z^* + e_{j1}^*; \quad e_{j1}^* = -\frac{\%}{R_0} \sum_{n=2}^4 c_n^* (n^2 - 1) \cos nj; \quad (19)$$

$$u^* = \frac{E}{2(1-m^2)} (e_z^{*2} + e_j^{*2} + 2m e_z^* e_j^*); \quad (20)$$

$$S_z^* = E \left(e_z^* + \frac{m}{1-m^2} e_{j1}^* \right); \quad S_j^* = \frac{1}{1-m^2} E e_{j1}^*; \quad (21)$$

$$\Pi^* = 2rh \int_{0-1/2}^{p/2} u^* d\%dj - A_{const}; \quad (22)$$

$$N^* = 2rh \int_{0-1/2}^{p/2} S_z^* d\%dj, \quad M^* = 2r^2 h \int_{0-1/2}^{p/2} S_z^* \% d\%dj; \quad (23)$$

$$\Theta_{зал.} = \Theta - \Delta\Theta, \quad \Delta\Theta = \frac{2|c_2^*|100\%}{1+0,5\%}, \quad (24)$$

де $\Delta R_0 = \frac{r}{r} - \frac{r}{r_0}$, $\Delta\Theta$ – зміни параметра поздовжньої кривизни і овальності перерізу пластично zdeформованої труби внаслідок розвантаження; r_0 – радіус кривизни поздовжньої осі після розвантаження; m – коефіцієнт Пуассона матеріалу труби.

Численні дослідження та експериментальна перевірка розробленої математичної моделі виконані для безшовної труби зовнішнім діаметром $D_{зов.} = 57,5$ мм і товщиною стінки $h = 3,65$ мм (матеріал сталь Ст3). Основні механічні характеристики матеріалу труби та справжню діаграму напружень одержано за результатами випробування відрізка труби на стиск заввишки $H = 3D_{зов.}$

Дослідження деформацій труби здійснювали за схемою чистого згину із застосуванням спеціального пристрою на універсальній машині УИМ-50м [6]. Поздовжні деформації вимірювали механічними індикаторними тензометрами базою 25 мм, встановленими попарно на діаметрально протилежних твірних. Діаграму напружень описали залежностями (3-5), $E = 2,08 \cdot 10^5$ МПа; $S_T = 384$ МПа; $e_T^* = 0,0155$, $m = 0,21$.

До того ж вимірювали радіальні переміщення чотирьох характерних точок зовнішнього контуру поперечного перерізу труби за допомогою обладнаної індикаторами хрестовини, встановлювали їх поряд з тензометрами з таким розрахунком, щоб одна з її осей збігалась з площиною згину. Навантаження виконували ступенями з подальшим повним розвантаженням на кожному ступені.

Кривину поздовжньої осі труби визначали на підставі гіпотези плоских перерізів за результатами вимірювань поздовжніх деформацій з урахуванням зменшення під час згину, розташованого у площині згину зовнішнього діаметра труби за такою формулою:

$$R_{\xi} = \frac{e_p - e_c}{2 - \nu_p - \nu_c + \nu^0} \quad (25)$$

де e_p, e_c – поздовжні деформації розтягу і стиску крайніх волокон, розміщених у площині згину; ν_p, ν_c – відносні радіальні переміщення відповідних точок.

У табл. 1 наведено результати обробки одержаних експериментальних даних за чистого згину ($e=0$) та їх порівняння з результатами комп'ютерних розрахунків за вищевикладеною математичною моделлю. Тут $M_{\xi}^0 = \frac{M_{\xi z}}{S_T p r^2 h}$ – відносний (безрозмірний) згинальний момент.

Таблиця 1

Результати обробки експлуатаційних даних

R_{ξ}	$\Delta R_{\xi} \cdot 10^3$	$\Theta, \%$	$\Theta_{\text{зал.}}, \%$	$\Theta, \%$	$M_{\xi z}^0$	Прим.
0.037	2.85	5,56	4,65	5,56	1,40	Розр.
	2,75	5,46	4,56	5,46	1,34	Експ.
	1,04	1,83	2,0	1,83	4,5	Розб.%
0.052	3,22	11,7	10,3	11,7	1,45	Розр.
	3,04	10,6	9,10	10,6	1,37	Експ.
	5,6	10,2	13,6	10,2	5,42	Розб.%

Як бачимо з табл. 1, результати розрахунків доволі добре узгоджуються з експериментальними даними, що підтверджує коректність запропонованої математичної моделі та розробленого програмного забезпечення. Нехтування ефектом сплюскування призводить до завищених розрахункових значень згинального моменту порівняно з експериментальними, різниця між якими із збільшенням кривизни згину збільшується. Так, за $R_{\xi} = 0,037$ ця різниця становить 8,2 %, а за $R_{\xi} = 0,052$ – 13.1 %.

Проведено теоретичні дослідження впливу пов'язаних з поздовжньою силою відносних поздовжніх напружень (зараховуваних до границі текучості) $S_{q_V} = N / (2prhS_T)$ на результати розрахунків. З'ясовано, що за $R_{\xi} = 0,057$ значення основних розрахункових параметрів за $S_{q_V} = 0,25$ і $S_{q_V} = -0,25$ здебільшого збігаються. Відмінним є лише знак непарної гармоніки у виразі для радіальних переміщень. Залежно від значення S_{q_V} форма контуру zdeформованого перерізу визначається такими виразами:

$$\nu = -0,0623 \cos 2j - 0,0058 \cos 4j ; \quad S_{q_V} = 0 ; \quad (26)$$

$$\nu = -0,0675 \cos 2j + 0,0095 \cos 3j - 0,004 \cos 4j , \quad (27)$$

де знак “-” відповідає $S_{q_V} = 0,25$, а знак “+” – $S_{q_V} = -0,25$.

У разі чистого згину (26) поперечний переріз труби у zdeформованому стані має обрис правильного овалу. За дії поздовжньої сили (27) овал приплюснутий у розтягнутій зоні, якщо ця сила розтягальна, і у стиснутій зоні, – якщо вона стискальна. При цьому відносна величини третьої гармоніки становить 14 % від величини другої гармоніки.

Порівняно з чистим згином відмінне від нуля значення коефіцієнта c_3 за наявності складової поздовжніх напружень S_{φ_V} призводить до незначного зменшення відносного згинального моменту $M_{32}^{\%}$ (від 1,45 до 1,39) і зміни кривизни ΔR_{φ} (від $3,22 \cdot 10^{-3}$ до $3,12 \cdot 10^{-3}$) та збільшення залишкової овальності від (10,34 до 11,37 %).

Результати розрахунків найбільших відносних залишкових поздовжніх та кільцевих напружень для цих трьох значень, пов'язаних з поздовжньою силою напружень S_{φ_V} за $R_{\varphi} = 0,057$, наведено у табл. 2. У дужках вказані відповідні кутова та товщинна координати, де вони виникають.

Таблиця 2

Результати розрахунків

S_{φ_V}		
0,0	0,25	-0,25
$\%$		
0,0	0,275	-0,275
Поздовжні напруження $S_{\varphi_{зал}}$		
0,924 ($j = 87,5^\circ$)	1,148 ($j = 104^\circ$)	0,73 ($j = 71,5^\circ$)
-0,924 ($j = 92,5^\circ$)	0,73 ($j = 108^\circ$)	-1,148 ($j = 76^\circ$)
Кільцеві напруження $S_{\varphi_{зал}}$		
$j = 0$		
0,282 ($\% = 0,5$)	0,223 ($\% = 0,5$)	0,315 ($\% = 0,5$)
-0,224 ($\% = -0,5$)	-0,177 ($\% = -0,5$)	-0,240 ($\% = -0,5$)
$j = p / 2$		
0,949 ($\% = 0,12$)	-0,106 ($\% = 0,5$)	-0,106 ($\% = 0,5$)
-0,949 ($\% = -0,12$)	0,106 ($\% = -0,5$)	0,106 ($\% = -0,5$)
$j = p$		
0,282 ($\% = 0,5$)	0,315 ($\% = 0,5$)	0,223 ($\% = 0,5$)
-0,224 ($\% = -0,5$)	-0,240 ($\% = -0,5$)	0,177 ($\% = -0,5$)

За $R_{\varphi} = 0,057$ і $S_{\varphi_V} = 0$ характер розподілу поздовжніх напружень у поперечному перерізі труби зображено на рис. 2, *a*, а кільцевих напружень за товщиною стінки – на рис. 2, *б* і *в*.

У разі чистого згину $S_{\varphi_V} = 0$ найбільші залишкові поздовжні напруження виникають у точках біля нейтральної осі і близькі за значеннями до границі текучості – розтягувальні в опуклій зоні та стискальні в увігнутій зоні (рис. 2, *a*). Поздовжня розтягувальна сила зміщує нейтральну вісь в увігнуту зону, а стискальна – в опуклу зону. У першому випадку найбільші залишкові напруження є розтягувальними, а у другому – стискальними, і в обох випадках перевищують границю текучості.

З рис. 2, *a* і *б* і табл. 2 також бачимо, що найбільші залишкові кільцеві напруження у стінці труби виникають за чистого згину на осі, перпендикулярній до площини згину, недалеко від серединної поверхні. З зовнішнього боку ці напруження є розтягувальними, а з внутрішнього – стискальними, значення яких лише приблизно на 5 % менші від границі текучості.

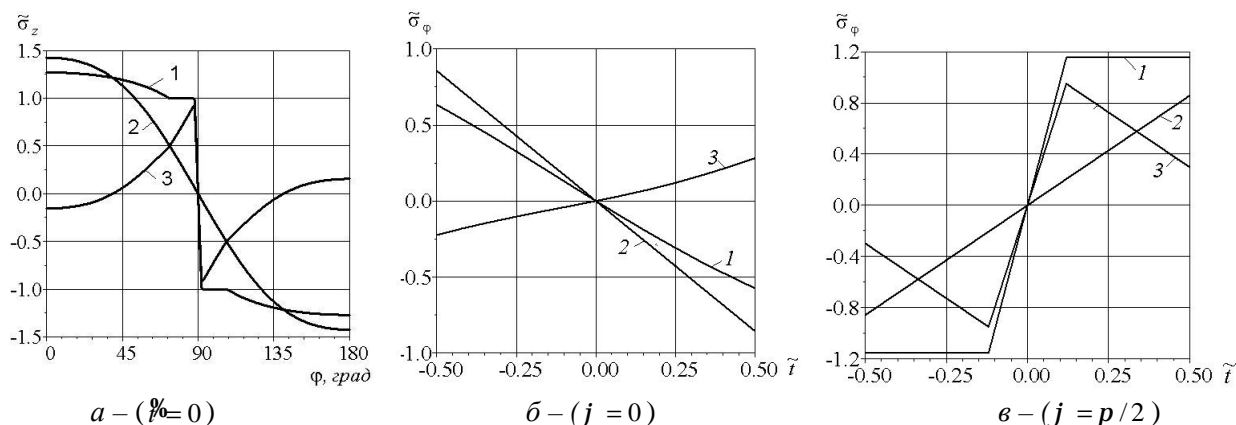


Рис. 2. Епюри напружень: поздовжніх (а) та кільцевих (б, в):
 1 – під навантаженням; 2 – розвантажувальних; 3 – залишкових ($\mathcal{E}_N = 0, \mathcal{R}_q = 0,057$)

За дії поздовжньої сили в обох розглянутих випадках максимальні залишкові кільцеві напруження розтягувальні. Вони виникають у точках біля зовнішньої поверхні труби у площині згину збоку розтягнутих волокон, якщо $\mathcal{E}_N = -0,25$, і збоку стиснутих волокон, якщо $\mathcal{E}_N = 0,25$. При цьому величина цих напружень приблизно у три рази менша, ніж за чистого згину.

Висновки. За результатами числових досліджень з використанням аналітично-числової методики з'ясовано, що у зігнутих за межею пружності тонкостінних трубах діють значні рівні залишкових напружень.

Найбільші залишкові поздовжні напруження виникають у точках біля нейтральної осі і за чистого згину близькі за значеннями до границі текучості – розтягувальні в опуклій зоні та стискальні – в увігнутій. Поздовжня розтягувальна сила зміщує нейтральну вісь в увігнуту зону, а стискальна – в опуклу. У першому випадку найбільші залишкові напруження є розтягувальними, а у другому – стискальними і в обох випадках перевищують границю текучості.

Найбільші залишкові кільцеві напруження у стінці труби виникають за чистого згину на осі, перпендикулярній до площини згину, недалеко від серединної поверхні. З зовнішнього боку ці напруження є розтягувальними, а з внутрішнього – стискальними, значення яких лише незначно менші від границі текучості.

1. Мошин Е. Н. Гибка и правка на ротационных машинах. – М.: Машиностроение, 1967. – 272 с. 2. Гальперин А. И. Машины и оборудование для гнутья труб. – М.: Машиностроение, 1967. – 179 с. 3. Білобран Б. С. Влияние сплющивания на основные параметры свободного пластического изгиба тонкостенных труб // Кузнечно-штамповочное производство. – 1969. – № 6. – С. 18–20. 4. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с. 5. Білобран Б. С., Мельник Н. Б. Вплив сплющування на несучу здатність тонкостінних труб під тиском при згині з розтягом (стиском) // Машинознавство. – 2002. – № 5. – С. 17–21. 6. Білобран Б. С., Мельник Н. Б. Експериментальні дослідження впливу овалізації на пружно пластичний згин труб // Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Динаміка, міцність та проектування машин і приладів”. – 2006. – № 556. – С. 9–12.