

# ДИНАМІКА ТА МІЦНІСТЬ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

УДК 534.29:66.084

**І. А. Вікович\***, **О. І. Строган\*\***, **В. І. Топчій\*\***  
Національний університет “Львівська політехніка”  
\*кафедра транспортних технологій,  
\*\*кафедра нарисної геометрії і графіки

## ПРОСТОРОВІ КОЛИВАННЯ ВІЛЬНОГО КІНЦЯ СТРИЖНЯ ПРУЖНОЇ ПІДВІСКИ ВІБРОКАВІТАТОРА

© Вікович І. А., Строган О. І., Топчій В. І., 2016

**Розроблено розрахункову схему і математичну модель та побудовано амплітудно-частотні характеристики просторових коливань вільного кінця стрижня пружної підвіски віброкавітатора.**

**Ключові слова:** віброкавітатор; просторові коливання; частотні характеристики.

**Developed design scheme and construction of a mathematical model and frequency response of spatial oscillations of the free end of the elastic rod suspension vibrokavitationator.**

**Key words:** activator vibrations; spatial oscillations, frequency response.

**Постановка проблеми.** Сьогодні актуальною проблемою є покращання якості питної води, активації рідинних субстанцій, очищення побутових стоків та промислових рідинних відходів від органічних та біологічних забруднень. Для вирішення цієї проблеми запропоновано різні способи та технологічне устаткування, але найефективнішим є застосування вібраційних електромагнітних пристроїв резонансної дії [1].

**Аналіз відомих досліджень і публікацій.** Серед різноманітних методів фізичних впливів на процеси водопідготовки та водоочищення широкого застосування набули методи кавітаційної обробки води, в основу яких покладено ультразвукове [2] та гідродинамічне [3, 4] збурення кавітації у рідині. Однак і цим методам притаманні певні недоліки, зокрема дискретність обробки, незначна продуктивність та висока енергомісткість для ультразвукового методу, недостатній ступінь очищення та рівномірність обробки гідродинамічного методу тощо [5].

Крім цих відомих супутніх методів активації води, найзручнішим і найпростішим у реалізації є вплив на воду магнітного поля [6]. Суть цього методу полягає у тому, що під час руху води у зоні великих градієнтів напруженості магнітного поля відбувається руйнування міжмолекулярних зв'язків у кластерних структурах, внаслідок чого утворюються вільні молекули води.

Із вищенаведеного випливає, що пошуки новітніх технологій водопідготовки спрямовані на створення нових досконаліших методів, з погляду забезпечення високої якості технологій водоочищення та за умов їх придатності для промислового застосування, що залишається вагомим як технічним завданням, так і суспільною проблемою. Доволі перспективним є намір поєднати переваги окремих відомих методів з новоствореним як досконалішим методом віброелектромагнітної кавітаційної обробки рідинних субстанцій.

**Постановка завдання дослідження.** Вибравши технологічне вібраційне обладнання, доцільно за показниками тієї самої продуктивності та величини питомої енергії, тобто затраченої на

обробку одиниці об'єму оброблюваної рідини, визначити її різновид ефективності. Найдосконалішими з цього погляду є віброкавітатори резонансної дії, які завдяки регулюванню частоти коливань збудувачів кавітації надають можливість здійснювати кавітаційну обробку рідин у резонансному режимі, коли частоти коливань наявних в оброблюваній рідині зародків кавітації та зовнішніх енергетичних впливів збігаються чи максимально наближені. Тут затрати енергії зведені до мінімуму, а відповідно коефіцієнт корисної дії найвищий.

Найважливішим елементом віброкавітатора є стрижні його пружної підвіски, які створюють високочастотні вібрації у рідинних субстанціях кавітаторів.

У роботі розроблено розрахункову схему та побудовано математичну модель стрижня пружної підвіски віброелектромагнітного кавітатора резонансної дії.

**Виклад основного матеріалу досліджень.** Принципову схему кільцевого електромагнітного вібраційного кавітатора резонансної дії показана на рис. 1.

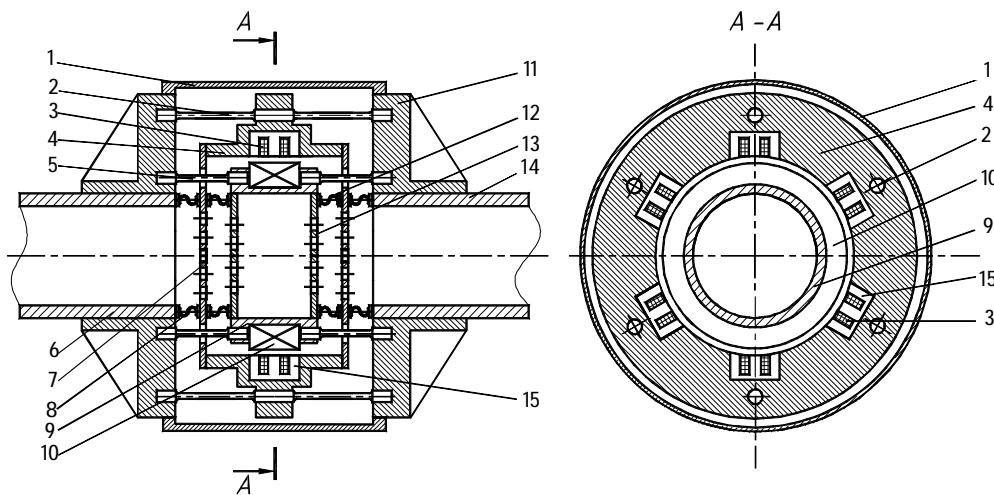


Рис. 1. Принципова схема кільцевого вібраційного електромагнітного кавітатора резонансної дії

Вібраційний електромагнітний кавітатор резонансної дії [1] має завантажувальну 6, робочу 9 та відвідну 14 камери, які з'єднані між собою із можливістю відносних переміщень через гнучкі гофри 8 та 12. Набраний із листового заліза кільцевий якорь 10 закріплений на робочій камері, а камеру та якорь через циліндричні пружні стрижні 5 з'єднано із закріпленими на трубах завантажувальної та відвідної камер реактивними масами 11. Через циліндричні пружні стрижні 2 до реактивних мас прикріплений корпус 4 статора, у якому рівномірно по колу розташовані котушки електромагнітів 15 з обмотками 3. Обмотки шістьох рівномірно розміщених по колу електромагнітів з'єднано так, що вони утворюють три зміщені між собою на  $120^\circ$  двотактні вібробудники. Статор із котушками і обмотками та якорь з робочою камерою утворюють кільцевий електромагнітний вібробудник, який разом із прикріпленими до реактивної маси пружними стрижнями формують тримасову резонансну коливну систему. Перша з коливних мас – робоча камера із прикріпленим до неї якорем, друга – статор із котушками та обмотками, третя – реактивна маса із масивними трубами завантажувальної та відвідної камер.

До якоря та статора жорстко прикріплені деки-збудувачі кавітації 7 та 13 із рівномірно зробленими отворами для протікання оброблюваної рідини. Пари прикріплених до якоря та статора дек розміщено симетрично на вході та виході робочої камери.

Для інтенсифікації збудження кавітаційних каверн під час перетікання крізь деки 7 та 13 оброблюваної рідини в отворах дек запресовані насадки-форсунки 16 із циліндричною зовнішньою  $\alpha$  та сферичною внутрішньою  $\beta$  поверхнями (рис. 2). Діаметр циліндричної поверхні  $D_c = 2A$  та

радіус сферичної внутрішньої поверхні  $R = 2A$  дорівнюють розмаху амплітуди  $A$  коливань деки. У перетині із торцевою площиною  $\gamma$  насадки-форсунки 16 внутрішня сферична поверхня  $\beta$  утворює отвір для перетікання рідини, діаметр якого дорівнює  $D_o = A$ . Цим отвором насадку 16 повернуто у бік, протилежний до напрямку потоку оброблюваної рідини (рис. 2). Відстань між сусідніми отворами у деках дорівнює подвійному значенню розмаху коливань, тобто  $l = 4A$ .

Від потрапляння сторонніх предметів до коливних систем електромагнітний віброзбудник захищає кожух 1.

Принцип роботи вібраційного електромагнітного кавітатора резонансної дії для збурення кавітації у рідинах полягає у тому, що по трубі завантажувальної камери 6 у робочу камеру 9 під незначним тиском або самотоком подають оброблювану рідину.

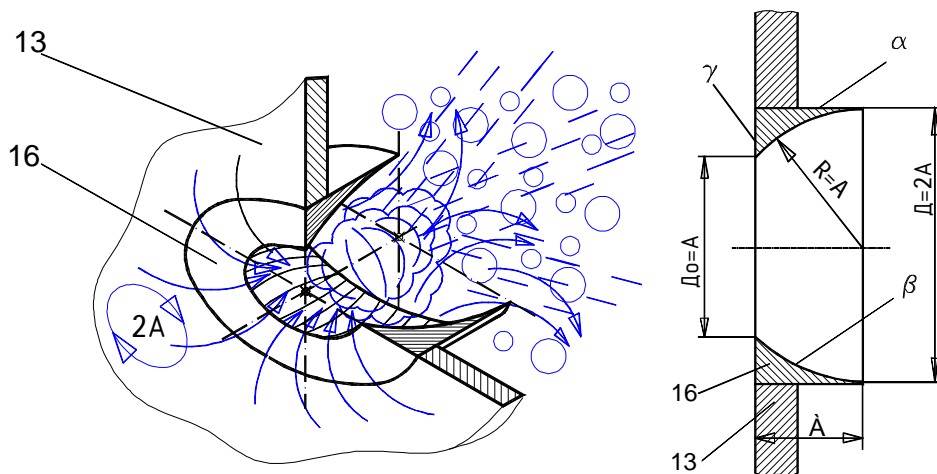


Рис. 2. Фрагмент деки-збурювача кавітації із насадками-форсунками під час перетікання крізь неї рідини та утворення кавітаційних каверн (нумерація позицій відповідно до рис. 1)

Одночасно на обмотки 3 котушок 15 електромагнітів послідовно за або проти годинникової стрілки подають напругу. Електромагніти у цій самій послідовності по чергово притягують до себе якір із наповненою оброблюваною рідиною робочою камерою, прогинаючи при цьому назустріч одні одним пружні циліндричні стрижні 2 та 5. Прогин та пружність циліндричних стрижнів 2 та 5 розраховано так, що вони унеможливають співударяння якоря та статора між собою. По чергове протягування якоря до поряд розташованих котушок статора трансформується у напрямлені кругові протифазні коливання двох пружно встановлених коливних мас, а саме якоря із робочою камерою та статора. Ці коливання відбуваються з певними розрахунковими амплітудами та частотою, що дорівнює частоті подачі напруги на котушки кільцевого електромагнітного віброзбудника, як правило,  $50 \text{ Гц}$ .

Разом із коливними масами кругові протифазні переміщення у робочій камері здійснюють також прикріплені до них деки 7 і 13 з отворами, які одночасно перетинають потік оброблюваної рідини, що неперервно надходить до цієї камери. За рекомендованої амплітуди коливань дек  $2,0\text{--}2,5 \text{ мм}$  і частоти  $50 \text{ Гц}$  швидкість, з якою дека перетинає потік рідини, становить  $4,5 \text{ м/с}$ , швидкість відносних переміщень двох сусідніх дек, що коливаються у протифазі, вдвічі більша і становить  $9 \text{ м/с}$ .

Цього достатньо для збурення загостреними кромками отворів у деках зародків кавітації повітряних кавітаційних каверн. Під час переміщення повітряних каверн вздовж сферичної внутрішньої поверхні насадок-форсунок 16 тиск всередині каверн стрімко наростає, збільшуючи їх об'єм, внаслідок чого на виході із насадки каверна створює в оброблюваній рідині імпульси ударних хвиль. Дія імпульсів ударних хвиль на наявні в рідині ядра кавітації супроводжується миттєвим зародженням, розширенням та подальшим сплескуванням кавітаційних бульбашок.

Рівномірне розташування отворів у деках гарантує рівномірність інтенсивності кавітаційного поля за усім поперечним перерізом робочої камери, тобто рівномірність обробки рідини [1].

Завдяки симетричному розташуванню дек-збурювачів кавітації рідину, що протікає через робочу камеру 9, двічі піддають кавітаційній обробці. Після проходження у робочій камері подвійної кавітаційної обробки рідина через відвідну камеру 14 відводиться для подальшого цільового використання.

Регулюють якість оброблених у вібраційному електромагнітному кавітаторі резонансної дії, рідин, змінюючи інтенсивність формованого ним у рідині кавітаційного поля, яке залежить від амплітуди  $A$  коливань дек-збурювачів кавітації, частоти цих коливань та діаметра отворів  $D_0$  для перетікання рідини. Амплітуду коливань дек регулюють зміною величини струму живлення котушок електромагнітів, із зміною якого змінюється сила притягання якоря до електромагнітів статора та величина просторових переміщень дек-збурювачів кавітації. Частоту коливань дек регулюють за допомогою тиристорної схеми регулювання величини подачі напруги на обмотки котушок живлення електромагнітів, із зміною якої змінюється частота притягання якоря до електромагнітів статора, тобто частота просторових переміщень, жорстко з'єднаних із якорем, збурюючих кавітацію дек. Оптимальні значення амплітуди та частоти коливань підбирають дослідним способом залежно від фізичних параметрів оброблюваних рідин: їхніх густини, в'язкості, сил поверхневого натягу тощо. Особливу увагу під час підбору технологічних параметрів вібраційної кавітаційної обробки звертають на вибір частот коливань дек, намагаючись підібрати їх максимально близькими і кратними до власних частот коливань, наявних у конкретній оброблюваній рідині, мікробульбашок, розчинених газів та повітря, які відіграють роль зародків кавітації. Цим забезпечують кавітаційну обробку у резонансному режимі за мінімальних енергетичних втрат.

Розраховують пружність коливальних систем, потужність електромагнітів приводу та їхніх конструктивних елементів (форми та розміри електромагнітів, поперечний переріз, кількість витків обмоток тощо) за загальноприйнятими методиками розрахунків вібраційних машин із електромагнітним приводом [1].

Ми дослідили просторові коливання вільного кінця стрижня пружної підвіски кільцевого віброелектромагнітного кавітатора резонансної дії, розрахункову схему якої показано на рис. 3.

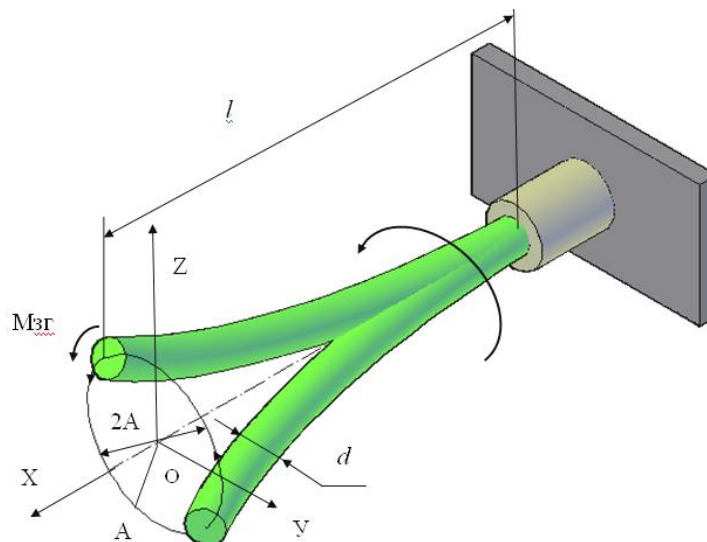


Рис. 3. Розрахункова схема стрижня пружної підвіски віброкавітатора

Стрижень пружної підвіски жорстко закріплений одним кінцем до дека кавітатора, а вільний його кінець у процесі вібраційного збурення підсилює складові високочастотних коливань рідинної субстанції.

Коефіцієнт жорсткості стрижня  $c_f$  під час згину однаковий в усіх напрямках і дорівнює

$$c_f = \frac{3EI}{l^3}, \frac{H}{m}, \quad (1)$$

де  $E$  – модуль пружності першого роду,  $\frac{H}{M^2}$ ;  $I$  – осьовий момент інерції стрижня

$$\left( I = I_y = I_z = \frac{pd^4}{64} \approx 0,05d^4, \text{ м} \right); l - \text{довжина стрижня.}$$

Точка  $A$  стрижня (рис. 3) під час згину стрижня у процесі коливань переміщається по колу радіусом  $OA$  у площині  $uoz$  перпендикулярно до згину осі стрижня  $x$ .

Кінетична енергія  $T$ , потенціальна  $\Pi$  і функція розсіювання Релея  $\Phi$  під час просторових коливань вільного кінця стрижня (точка  $A$ ) відповідно будуть:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}m_{np}(\dot{y}^2 + \dot{z}^2); \\ \Pi &= \frac{1}{2}c_f(OA)^2 = \frac{1}{2}c_f(y^2 + z^2); \\ \Phi &= \frac{1}{2}a_R(\dot{y}^2 + \dot{z}^2), \end{aligned} \quad (2)$$

де  $m_{np} = \frac{104}{405} \cdot rFl$  – зведена маса стрижня до його вільного кінця, кг;  $V$  – абсолютна швидкість

руху вільного кінця стрижня під час його просторових коливань  $\frac{H}{c}$ ;  $r$  – густина матеріалу

стрижня,  $\frac{K^2}{M^3}$ ;  $F = \frac{pd^2}{4}$  – площа поперечного перерізу стрижня,  $M^2$ ;  $d, l$  – діаметр і довжина

стрижня,  $M$ ;  $rF$  – маса одиниці довжини стрижня,  $\frac{K^2}{M}$ ;  $a_R$  – коефіцієнт в'язкого тертя стрижня під

час його переміщення у воді, який пропорційний до відносної швидкості,  $\frac{H \cdot c}{M}$ .

Використовуючи рівняння Лагранжа другого роду у вигляді [7]:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_i} = Q_i(t), \quad (3)$$

де  $q_i$  – узагальнені координати по осях  $y, z, i=(y, z)$ ;  $Q_i(t) = F_T \cdot \sin(\omega t + d)$ ;  $F_T, \omega$  – амплітуда і частота збурювальної сили;  $t, d$  – час та фаза коливань і, представляючи частинні похідні від рівнянь кінетичної, потенціальної енергій та функції розсіювання (2) у рівняння Лагранжа (3), одержимо диференціальні рівняння, які описують вимушені згинні просторові коливання консольно защемленого стрижня довкола осі  $x$  у площині  $uoz$  у вигляді:

$$\begin{aligned} \ddot{y} + 2n\dot{y} + \kappa^2 y &= P_y \sin(\omega t + d); \\ \ddot{z} + 2n\dot{z} + \kappa^2 z &= P_z \sin(\omega t + d), \end{aligned} \quad (4)$$

де  $2n = \frac{a_R}{m_{np}} = \frac{405a_R}{104rFl}$ ;  $n$  – коефіцієнт затухання,  $\frac{1}{c}$ ;

$$\kappa = \sqrt{\frac{c_f}{m_{np}}} = \sqrt{\frac{11,68EI}{rFl^4}}, c^{-1}, \quad (5)$$

де  $\kappa$  – наближене значення частоти власних просторових коливань вільного кінця, защемленого до деки стрижня, з урахуванням його коефіцієнта жорсткості [8],

$P_y = \frac{F_y}{m_{np}} = \frac{405F_y}{104rFl}$ ;  $P_z = \frac{F_z}{m_{np}} = \frac{405F_z}{104rFl}$ .  $F_T = F_y = F_z$ ;  $P_y$  і  $P_z$  – зведені значення збуджувальних сил.

Використовуючи початкові умови:

$t=0; y=y_0; z=z_0; \dot{y}=\dot{y}_0; \dot{z}=\dot{z}_0$ , розв'язок системи рівнянь (4) за умови малого в'язкого тертя  $\kappa > n$  запишемо у такому вигляді:

$$\begin{aligned}
 y &= e^{-nt} \left( y_0 \cos \sqrt{\kappa^2 - n^2} t + \frac{ny_0 + \dot{y}_0}{\sqrt{\kappa^2 - n^2}} \sin \sqrt{\kappa^2 - n^2} t \right) - A_y e^{-nt} \left[ \sin(d-e) \cos \sqrt{\kappa^2 - n^2} t + \right. \\
 &+ \left. \frac{w \cos(d-e) + n \sin(d-e)}{\sqrt{\kappa^2 - n^2}} \sin \sqrt{\kappa^2 - n^2} t \right] + A_y \sin(\omega t + d - e); \\
 z &= e^{-nt} \left( z_0 \cos \sqrt{\kappa^2 - n^2} t + \frac{nz_0 + \dot{z}_0}{\sqrt{\kappa^2 - n^2}} \sin \sqrt{\kappa^2 - n^2} t \right) - A_z e^{-nt} \left[ \sin(d-e) \cos \sqrt{\kappa^2 - n^2} t + \right. \\
 &+ \left. \frac{w \cos(d-e) + n \sin(d-e)}{\sqrt{\kappa^2 - n^2}} \sin \sqrt{\kappa^2 - n^2} t \right] + A_z \sin(\omega t + d - e),
 \end{aligned} \tag{6}$$

де  $\operatorname{tge} = \frac{2nw}{\kappa^2 - w^2}$ .

Перші члени системи рівнянь (6) виражають затухаючі вільні коливання стрижня, другі члени – затухаючі коливання стрижня внаслідок вимушеної сили, а треті члени – вимушені коливання.

Залежність амплітуди просторових  $A_i$  ( $i=y, z$ ) коливань вільного кінця стрижня за його згину під час встановленого режиму коливань від частоти  $w$  зведеної збурювальної сили  $F_i$  має такий вигляд:

$$A_y = \frac{P_y}{\sqrt{(\kappa^2 - w^2)^2 + 4n^2 w^2}}; \quad F_z = \frac{P_z}{\sqrt{(\kappa^2 - w^2)^2 + 4n^2 w^2}}. \tag{7}$$

Абсолютне значення амплітуди просторових коливань вільного кінця стрижня пружної підвіски віброкавітатора з урахуванням зведених значень збурювальних сил  $P_y$  і  $P_z$  подано у вигляді

$$\begin{aligned}
 A &= \sqrt{A_y^2 + A_z^2} = \sqrt{\frac{P_y^2 + P_z^2}{(\kappa^2 - w^2)^2 + 4n^2 w^2}} = P_e \cdot \sqrt{\frac{2}{(\kappa^2 - w^2)^2 + 4n^2 w^2}} \times \\
 &\times \left( P_y = P_z = P_e = \frac{405 F_T}{104 r F l} \right).
 \end{aligned} \tag{8}$$

Загалом у довільному поперечному перерізі (рис. 1) прогин консольно защемленого стрижня під дією зосередженої на вільному його кінці сили  $P$  визначається за відомою з опору матеріалів залежністю

$$f = (y, z) = \frac{Pl^3}{3EI} = \left( \frac{3}{2} \frac{x^2}{l^2} - \frac{1}{2} \frac{x^3}{l^3} \right). \tag{9}$$

Розділивши на максимальне значення прогину консольного защемленого стрижня, знайдемо нормований вираз для рівняння основної форми його коливань:

$$f(y, z) = \frac{3}{2} \frac{x^2}{l^2} - \frac{1}{2} \frac{x^3}{l^3}. \tag{10}$$

Точне значення основної частоти власних коливань консольного стрижня на основі (9) згідно з [8] становить:

$$\kappa = \sqrt{\left( \frac{1,875}{l} \right)^4 \cdot \frac{EI}{rF}} = \sqrt{12,362 \frac{EI}{rFl^4}}. \tag{11}$$

Зокрема, згідно з методом Релея

$$\kappa = \sqrt{12,727 \frac{EI}{rFl^4}}, \tag{12}$$

а за формулою Донкерлі  $-\frac{1}{\kappa^2} = \int_0^l \frac{m(x)dx}{c(x)}$ , тобто

$$\kappa = \sqrt{\frac{8EI}{rFl^4}}, \quad (13)$$

де  $m = m(x)$  і  $c = c(x)$  – непервні розподіли мас і жорсткості консольно защемленого стрижня.

Одержане значення частоти власних просторових коливань вільного кінця защемленого стрижня (5) для аналізу вимушених просторових коливань стрижня пружної підвіски кавітатора є доволі адекватним для практики порівняно із точним значенням рівнянням (11) та із наближеними значеннями рівнянь (12) і (13).

Для числового розв'язку системи рівнянь (6) використовуємо такі параметри:

$$m = 0,7 \text{ кг}; \quad d = 0,02 \text{ м}; \quad l = 0,03 \text{ м}; \quad E = 2,1 \cdot 10^{11} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}; \quad I = 0,05d^4 = 16 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4;$$

$$a_R = 12 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}}; \quad r = 7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; \quad w = 50 \text{ г/д}; \quad F_T = 6 \cdot 10^{-4}.$$

Числові параметри системи відповідають геометричним характеристикам експериментальної установки електромагнітного кільцевого кавітатора.

За одержаними аналітичними залежностями (7) і (8) побудовано амплітудно-частотні характеристики просторових коливань вільного кінця стрижня пружної підвіски віброкавітатора (рис. 4).

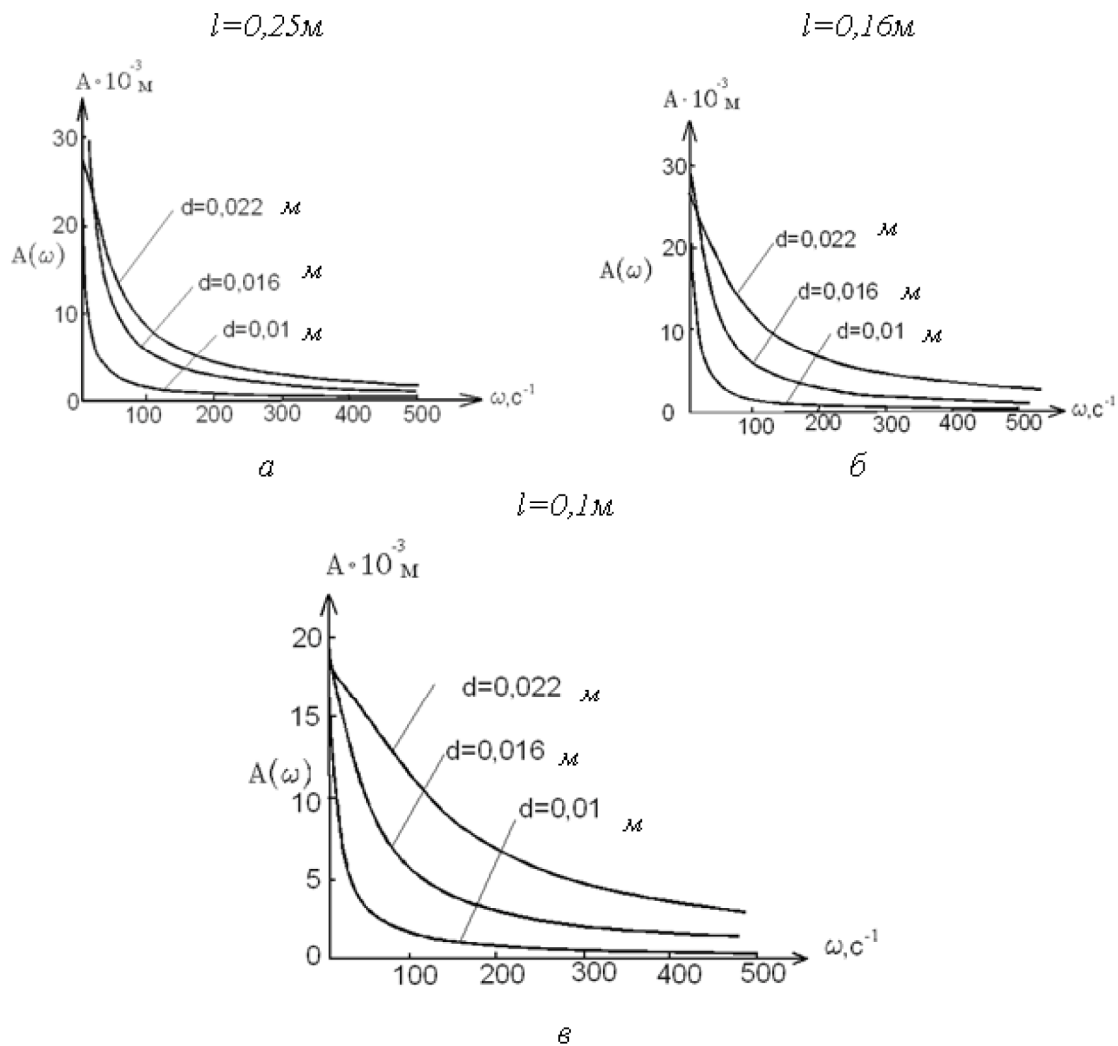


Рис. 4. Залежність амплітуди  $A$  від частоти збудження  $\omega$  просторових коливань вільного кінця стрижня, защемленого до деки стрижня пружної підвіски віброкавітатора за різних значень його довжин  $l$

З рис. 4 бачимо, що амплітуди просторових коливань вільного кінця стрижня пружної підвіски кільцевого віброелектромагнітного кавітатора резонансної дії знижуються за гіперболічним законом із збільшенням частоти коливань його защемленого кінця, причому із збільшенням діаметрів стрижня криві амплітудо-частотних характеристик стають пологішими.

**Висновок.** Запропонована розрахункова схема та математична модель просторових коливань вільного кінця стрижня пружної підвіски віброкавітатора дає змогу підбирати раціональні конструктивні, геометричні, силові і динамічні параметри віброелектромагнітного кавітатора, зокрема встановлювати необхідні значення амплітуди і частоти коливань віброкавітатора за різних геометричних значень діаметрів і довжин стрижнів.

1. Шевчук Л. І. Низькочастотні вібраційні кавітатори : моногр. / Л. І. Шевчук, І. С. Афтаназів, О. І. Строган, В. Л. Старчевський. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2013. – 176 с.  
2. Маргулис М. А. Основы звукохимии (химические реакции в акустических полях). – М.: Высш. шк., 1984. – 272 с.  
3. Вітенько Т. М. Гідродинамічна кавітація у масообмінних, хімічних і біологічних процесах: моногр. / Т. М. Вітенько. – Тернопіль: Вид-во ТДТУ ім. І. Пулюя, 2009. – 224 с.  
4. Вітенько Т. М. Механізм та кінетичні закономірності інтенсифікуючої дії гідродинамічної кавітації у хіміко-технологічних процесах: дис. ... д-ра. техн. наук. – Львів, 2010.  
5. Сілін Р. І., Баран Б. А., Гордєєв А. І. Властивості води та сучасні способи її очищення: моногр. – Хмельницький: ХНУ 2009. – 254 с.  
6. Промислова власність. Офіційний бюлетень 2001 р. № 4. Патент UA№37414 А Пристрій для обробки водних розчинів магнітним полем / Баран Б. А., Дроздовський В. Б. Опубл. 15.05.2001. 6C02F1/48.  
7. Василенко М. В., Алексейчук О. М. Теорія коливань і стійкості руху. – К.: Наук. думка, 1993. – 513 с.  
8. Биргер И. А. Расчет на прочность детали машин: справочник. – 3-е изд., перераб. и доп. / И. А. Биргер, Б. Ф. Шорр, А. А. Иосилевич. – М.: Машиностроение, 1979. – 702 с.