УДК 621.7.02

В. Г. Топільницький, М. Б. Сокіл, Д. П. Ребот, Я. М. Кусий
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра проектування та експлуатації машин,
кафедра технології машинобудування

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ЗАВАНТАЖЕННЯ ВІБРАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЧНИХ МАШИН

Застосовуючи математичний апарат періодичних Ateb-функцій та асимптотичних методів нелінійної механіки, створено нелінійну модель для опису динамічних процесів, що відбуваються із завантаженням вібраційної технологічної машини при її функціонуванні. Модель враховує фізико-механічні параметри завантаження, а також його взаємодію із вібраційною технологічною машиною.

Ключові слова: вібраційна машина, математична модель, динамічна система, сипкий матеріал.

V. Topilnytskyy, M. Sokil, D. Rebot, Ya. Kusyy

MODELING OF DYNAMICAL LOADING PROCESSES IN TECHNOLOGICAL VIBRATORY MACHINES

In the article, using the mathematical apparatus of periodical Ateb-functions and asymptotical methods of nonlinear mechanics created nonlinear model for describing of dynamical processes that take place during the of loading vibratory technological machine during its functioning. The model takes into account the physical and mechanical parameters of downloading and its interaction with technological vibratory machine.

Keywords: vibration machine, mathematical model, dynamical system, loose material.

Постановка проблеми. Теоретичний, адекватний фізичному процесу, опис руху завантаження вібраційних технологічних машин – складна математична задача, яка до цього часу не вирішена. Враховуючи поширення вібраційних технологій оброблення та транспортування, необхідно шукати шляхи розв'язання цієї задачі моделюванням, зокрема розроблення моделей руху завантаження з максимальним наближенням їх до відображення реальних явищ, що відбуваються у завантаженні при функціонуванні технологічної машини. Останнє є актуальною задачею під час розроблення і впровадження нових технологій віброоброблення та вібротранспортування виробів та конструкцій відповідних вібраційних систем. Відсутність адекватних моделей з відповідним математичним апаратом опису для робочого завантаження створює великі труднощі при теоретичному дослідженні об'ємного віброоброблення і таких технологічних процесів, як вібротранспортування сипких матеріалів, вібросепарація тощо.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Сьогодні розроблено ряд моделей завантаження вібраційних технологічних машин, що певним чином віддзеркалюють явища того чи іншого вібраційного технологічного процесу. Роботи з розрахунків динаміки вібраційних систем можна поділити на два основні види: 1) роботи, в яких завантаження враховується приєднаною масою; 2) роботи, в яких взаємодія завантаження і вібраційної системи визначається шляхом інших міркувань. Серед робіт є такі, в яких задачі динаміки робочого завантаження розглянутоя в одновимірній, плоскій та просторовій постановці. При проведенні багатьох теоретичних досліджень руху робочого завантаження вібраційної системи їхні автори намагались спростити, зробити лінійним математичний апарат для розв'язання динамічних задач. Це дало змогу отримати прості залежності між деякими параметрами завантаження, але вони, на жаль, не відображали таких властивостей завантаження, як пружність, в'язкість, зміна густини, а також його особливості руху. Підходів до розв'язання основних задач динаміки завантаження вібраційних технологічних машин моделюванням є доволі багато, але існуючі моделі доволі обмежені для використання своїми припущеннями [1].

Постановка задачі досліджень. Розроблення математичної моделі опису руху завантаження вібраційних технологічних машин, що забезпечують сепарування, змішування, дроблення, мелення, вібраційного переміщення, оброблення виробів за їх об'ємом тощо. Мета створення моделі – швидке, адекватне вивчення динаміки системи "завантаження – вібраційна технологічна машина" для забезпечення її оптимального проектування та експлуатації.

Виклад основного матеріалу. В останні роки для дослідження руху завантаження вібраційних технологічних машин застосовують гіпотезу про його рух як деякого суцільного матеріалу, властивості якого задовольняють лінійний закон Фойгта [1, 2]. Такий вибір моделі насамперед зумовленим тим, що динамічні процеси у завантаженні описуються лінійними диференціальними рівняннями, куди входять частинні похідні, методику дослідження яких розроблено достатньо добре. Останнє в багатьох випадках спонукало під час досліджень замінити лінійними відповідні нелінійні пружні характеристики завантаження чи взагалі нехтувати ними. Проте така "лінеаризація" в багатьох випадках не завжди відображає реальну картину процесів досліджуваної динамічної системи.

Представлення суміші деталей, які слід обробити, з оброблюваними тілами як однорідного суцільного тіла буде справедливим з достатньою точністю за невеликого розміру перших. Окрім того, припускаючи, що деталями, які слід обробити, і оброблювальним тілам, виготовленим з матеріалу одного виду (так, наприклад, при віброзміцненні чи знятті заусенців металічні деталі, які слід обробити, взаємодіють зі сталевими кульками) як однорідній суміші можна надати таких властивостей суцільного матеріалу, як пружність і в'язкість, використовуючи лінійний закон Фойгта. Напруження і деформації, які виникають в ньому у випадку одновимірного напруженого стану, пов'язані залежністю:

$$s = \mathrm{E} \cdot z + \mathrm{k}_0 \left(\frac{\mathrm{dz}}{\mathrm{dt}} \right). \tag{1}$$

У виразі (1) s – значення нормального напруження в моделі Фойгта; z – відносна деформація моделі вздовж осі x; E – модуль Юнга матеріалу завантаження; k_0 – параметр, що описує в'язкі властивості матеріалу завантаження в моделі – коефіцієнт в'язкості матеріалу.

Використовуючи узагальнений закон Фойгта, який можна подати в нелінійній формі шляхом введення степеневого показника нелінійності (він залежатиме від параметрів матеріалу завантаження) у відповідні доданки, математичний апарат диференціальних рівнянь нелінійного типу з частинними похідними та метод відокремлення змінних Фур'є, побудовано модель руху робочого завантаження вібраційної системи. Використання закону Фойгта в нелінійній постановці дало змогу побудувати на його основі нелінійні рівняння, а відповідно й їхні розв'язки, руху завантаження, які є найадекватнішими щодо відображення фізики його руху під час функціонування вібраційної системи порівняно з лінійними рівняннями.

Гіпотези побудови моделі руху робочого завантаження вібраційної системи:

1. Матеріал завантаження технологічної машини є однорідний за структурою. Його можна змоделювати як множину накладених одна на одну плоских балок, які мають пластично-пружні властивості. Товщина кожної балки суттєво менша за їх довжину та ширину. ЦІ балки певним

чином взаємодіють (контактують) з внутрішніми стінками робочої камери технологічної машини. Взаємодії можна математично описати шарнірним контактом, жорстким та пружним зв'язками.

2. Кожна балка рухається окремо та перебуває в складному русі (в площині руху робочого органу вібраційної технологічної машини або в площині дії збурювальної сили): переносний рух окремої балки (шару завантаження) – це рух разом з робочим органом технологічної вібраційної машини, відносний рух шару завантаження – коливання відносно горизонтальної осі балки (шару завантаження) x .

3. Матеріал завантаження задовольняє нелінійний закон Фойгта. Було розглянуто два випадки: а) нелінійність складової в'язких напружень у законі Фойгта (2); б) нелінійність пружної складової напруження в законі Фойгта (3). Дану нелінійність передбачено шляхом введення степеневого показника нелінійності n у відповідні доданки:

$$s = \mathrm{E}z + \mathrm{k}_0\left(\frac{\mathrm{dz}}{\mathrm{dt}}\right)^{n+1}, \tag{2}$$

$$s = \mathrm{E}(z)^{n+1} + \mathrm{k}_0\frac{\mathrm{dz}}{\mathrm{dt}}. \tag{3}$$

У виразах (2) та (3) позначено:

- s – значення нормального напруження в окремій балці – виокремленій частині завантаження вібраційної технологічної машини;
- $z = \dfrac{\partial \mathrm{u}}{\partial x}$ – значення відносної деформації розглядуваної частини завантаження відносно повздовжньої його осі x ;
- E , k_0 , n – коефіцієнти, що відображають в'язкі і пружні характеристики завантаження вібраційної технологічної машини.

4. Між частинками завантаження виникають сили тертя R , яке можна описати законом Болотіна [3]:

$$\mathrm{R} = \mathrm{u_t}\left(\mathrm{B} + \mathrm{B_0}\mathrm{u}^2\right). \tag{4}$$

У (4) $\mathrm{B}, \mathrm{B_0}$ – коефіцієнти, які залежать від типу матеріалу завантаження;

$\mathrm{u} = \mathrm{u}(x, \mathrm{t})$ – закон руху щодо осі x будь-якого поперечного перерізу моделі шару завантаження продовж вибраного відрізку часу t , причому $\mathrm{u_t} = \dfrac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{t}}$.

Тоді рівняння повздовжніх нелінійних коливань завантаження вібраційної технологічної машини матиме вигляд:

а) для напруження в шарі виду (2):

$$\mathrm{u_{tt}} - a^2\mathrm{u}_{xx} - b\left(\mathrm{u}_{xx\mathrm{t}}\right)^{n+1} = \mathrm{f(t)} + \mathrm{u_t}\left(J + d\mathrm{u}^2\right), \tag{5}$$

б) для напруження в шарі виду (3):

$$\mathrm{u_{tt}} - a^2\left(\mathrm{u}_{xx}\right)^{n+1} - b\mathrm{u}_{xx\mathrm{t}} = \mathrm{f(t)} + \mathrm{u_t}\left(J + d\mathrm{u}^2\right), \tag{6}$$

де $a^2 = \dfrac{\mathrm{E}}{r}$, $b = \dfrac{\mathrm{k}_0}{r}$, $J = \dfrac{\mathrm{B}_0}{r \cdot \mathrm{F}}$, $d = \dfrac{\mathrm{B}}{r \cdot \mathrm{F}}$, F – значення площі перерізу балки моделі завантаження, який є перпендикулярним до його осі; r – густина завантаження технологічної машини; $\mathrm{f(t)}$ – закон зміни збурюючої сили завантаження з амплітудою b_1 (амплітуда коливань робочої камери вібраційної технологічної машини) і частотою m (частота коливань приводу машини $m = \dfrac{p\mathrm{n}}{30}$, де n – кількість обертів за хвилину приводного двигуна). Приймаємо - $\mathrm{f(t)} = \mathrm{b}_1 \sin m\mathrm{t}$.

Розроблення моделі для опису динаміки шару завантаження із притаманною нелінійністю пружної частини закону зміни напружень.

Для побудови моделей у цьому випадку було застосовано спеціальні Ateb-функції. Вони містять певний змінний показник, який для опису певних фізичних процесів можна трактувати як показник нелінійності. Цей показник у цьому випадку визначається властивостями робочого завантаження. Використовуючи Ateb-функції, можна описати нелінійно математично, а тому і найбільш адекватно, реальні фізичні вібраційні процеси в завантаженні вібраційної технологічної машини.

Як приклад розглянемо модель завантаження вібраційної технологічної машини при його контакті з робочим органом вібраційної системи у вигляді жорсткого закріпленння балок. Використовуючи припущення 3 та 4 запропонованої гіпотези руху завантаження, рівняння (6) трансформуємо в таке:

$$\mathrm{u}_{\mathrm{tt}} - a^2 \left(\mathrm{u}_{xx}\right)^{n+1} = e\mathrm{G}(\mathrm{u}, \mathrm{u}_{\mathrm{t}}, \ldots \mathrm{u}_{xx\mathrm{t}}, m\mathrm{t}), \tag{7}$$

де $\mathrm{G}(\mathrm{u}, \mathrm{u}_{\mathrm{t}}, \ldots \mathrm{u}_{xx\mathrm{t}}, m\mathrm{t}) = \left[\mathrm{b}_1 \sin m\mathrm{t} - J\mathrm{u}_{\mathrm{t}} - d\mathrm{u}_{\mathrm{t}}\mathrm{u}^2 + b\mathrm{u}_{xx\mathrm{t}}\right]$.

Диференціальне рівняння (7) є математичною моделлю руху шару завантаження вібраційної технологічної машини. При жорсткому контакті завантаження і робочого органу машини справедливі крайові умови:

$$\mathrm{u}(x, \mathrm{t})\big|_{x=0} = \mathrm{u}(x, \mathrm{t})\big|_{x=\mathrm{l}} = 0.$$

Аналітичний розв’язок нелінійного рівняння (7) дає змогу встановити закон руху шару завантаження – $\mathrm{u}(x, \mathrm{t})$.

Методика розв’язання. Сили тертя в механічних коливних системах (лінійних та нелінійних), які характеризуються кількома степенями свободи або мають розподілені параметри, зумовлюють загасання їх багаточастотних коливань та забезпечують виникнення домінуючого одночастотного коливного процесу. Відповідно в таких системах є раціональним досліджувати лише ці одночастотні коливні процеси. Такі міркування дещо спрощують побудову розв’язку рівняння (7).

Для нього побудуємо одночастотні розв’язки. Легко перевірити, що незбурене рівняння (воно описує з фізичного погляду коливання завантаження – за відсутності впливу зовнішніх сил на вібраційну систему, з математичної – права частина рівняння (7) дорівнює нулеві), яке відповідає (7), тобто рівняння

$$\mathrm{u}_{\mathrm{tt}} - a^2 \left(\mathrm{u}_{xx}\right)^{n+1} = 0, \tag{8}$$

допускає при знаходженні його розв’язку застосування методу відокремлення змінних Фур’є. Подамо за цим методом функцію $\mathrm{u}(x, \mathrm{t})$ у вигляді $\mathrm{u}(x, \mathrm{t}) = X(x)\mathrm{T}(\mathrm{t})$. Тепер, щоб знайти невідомі вирази $X(x)$ і $\mathrm{T}(\mathrm{t})$, отримуємо нелінійні диференціальні рівняння:

$$\begin{gathered} \frac{\mathrm{d}^2 X}{\mathrm{d}x^2}\left(\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}x}\right)^n + l X(x) = 0, \\ \frac{\mathrm{d}^2 \mathrm{T}}{\mathrm{dt}^2} + a^2 (n+1) l \mathrm{T}^{n+1}(\mathrm{t}) = 0, \end{gathered} \tag{9}$$

де l – коефіцієнт, що визначатиметься дещо нижче.

Аналізуючи тип рівняння (8), функція $X(x)$ в (9) має відповідати граничним умовам:

$$X(0) = X(\mathrm{l}) = 0. \tag{10}$$

Розв'язки диференціального рівняння для функції $X(x)$, які є лінійно незалежними, визначаються за допомогою спеціальних періодичних Ateb-функцій [4] у вигляді:

$$X(x)=X_0\left\{\begin{array}{l}\mathrm{sa}\left(1,\frac{1}{n+1},\left(l\frac{n+2}{2X_0}n\right)^{\frac{1}{n+2}}x\right)\\ \mathrm{ca}\left(1,\frac{1}{n+1},\left(l\frac{n+2}{2X_0}n\right)^{\frac{1}{n+2}}x\right)\end{array}\right., \tag{11}$$

де X_0 – стала інтегрування.

У (7) і нижче параметр $n+1$ задовольняє умову: $n+1=\frac{2\mathrm{n}+1}{2\mathrm{m}+1}$, де $\mathrm{m},\mathrm{n}=0,1,2,.....$, тобто $n>-1$ (при $n=0$ нелінійна модель коливань шару завантаження перетворюється на лінійну). Останнє не звужує значно множину значень параметра n, бо завжди з достатньою точністю його можна замінити вказаною раціональною залежністю.

Враховуючи (11) та крайові умови (10), знаходимо значення l та функції $X(x)$ у вигляді:

$$l=\frac{2X_0^n}{n+2}\left(\Pi_x\frac{1}{\mathrm{l}}\right)^{n+2}, \tag{12}$$

$$X(x)=X_0\mathrm{sa}\left(1,\frac{1}{n+1},\Pi_x\frac{1}{\mathrm{l}}x\right), \tag{13}$$

де $2\Pi_x$ – період використаних Ateb-функцій, тобто

$2\Pi_x=2\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n+1}{n+2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}+\frac{n+1}{n+2}\right)}$, $\Pi_x=\frac{\sqrt{p}\,\Gamma\left(\frac{n+1}{n+2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}+\frac{n+1}{n+2}\right)}$, $\Gamma(...)$ – гамма-функція відповідного аргументу.

Аналогічно аналітичний розв'язок нелінійного рівняння для функції $\mathrm{T(t)}$, з врахуванням (12), набуде вигляду:

$$\mathrm{T(t)}=\mathrm{T_0}\mathrm{ca}(n+1,1,w^*(\mathrm{a})\mathrm{t}), \tag{14}$$

де $w^{*2}(\mathrm{a})=a^2\mathrm{a}^n\left(\frac{\Pi_x}{\mathrm{l}}\right)^{n+2}$, $\mathrm{T_0}$ – стала, $\mathrm{a}=X_0\mathrm{T_0}$.

Отже, за (12) і (13) отримуємо власні коливання шару завантаження в моделі у випадку $\mathrm{G}=0$, який можна подати так:

$$\mathrm{u}(x,\mathrm{t})=\mathrm{a}\cdot\mathrm{sa}\left(1,\frac{1}{n+1},\Pi_x\frac{x}{\mathrm{l}}\right)\mathrm{ca}(n+1,1,y), \qquad 15)$$

де $y=w^*(\mathrm{a})\mathrm{t}+q$, а q – стала.

Аналітичний розв'язок нелінійного диференціального збуреного (маємо праву частину, яка не дорівнює нулеві) рівняння (7) також шукатимемо у вигляді (15). Однак для такого випадку згідно з методом усереднення [5], а та q – функції часу t, тобто $\mathrm{a}=\mathrm{a(t)}$ і $q=q(\mathrm{t})$. Враховуючи останнє, для визначення $\mathrm{a}(\mathrm{t})$ і $q(\mathrm{t})$ отримуємо [6], для нерезонансного випадку $\left(w(\mathrm{a}) \neq \frac{\Pi_{\mathrm{T}}}{p} m\right)$, систему диференціальних рівнянь руху шару моделі завантаження :

$$\dot{\mathrm{a}} = \frac{e}{w^{*}(\mathrm{a})\mathrm{P}} \int_{0}^{l} \left(\begin{array}{l} \mathrm{sa}(1, n+1, y) \times \\ \times \mathrm{sa}\left(1, \frac{1}{n+1}, \frac{\Pi_x}{l} x\right) \times \end{array} \mathrm{F}_1(\mathrm{a}, x, y, g) \right) \mathrm{dx}, \tag{16}$$

$$\dot{q} = \frac{e(n+2)}{2\mathrm{a} w^{*}(\mathrm{a})\mathrm{P}} \times \int_{0}^{l} \left(\begin{array}{l} \mathrm{ca}(n+1, 1, y) \times \\ \times \mathrm{sa}\left(1, \frac{1}{n+1}, \frac{\Pi_x}{l} x\right) \mathrm{F}_1(\mathrm{a}, x, y, g) \end{array} \right) \mathrm{dx},$$

де

$$\mathrm{P} = X_0{}^2 \int_0^l X_0{}^2(x)\mathrm{d}x = \int_0^l \mathrm{sa}^2\left(1, \frac{1}{n+1}, \frac{\Pi_x}{l} x\right)\mathrm{d}x = \frac{l\Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{n+1}{n+2}\right)}{2\Gamma\left(\frac{3}{2} + \frac{n+1}{n+2}\right)},$$

$$\mathrm{F}_1(\mathrm{a}, x, y, g) = \mathrm{F}(\mathrm{u}, \mathrm{u}_{\mathrm{t}}, .. g)\Big|_{\mathrm{u} = \mathrm{a} \cdot \mathrm{ca}(n+1, 1, y)\,\mathrm{sa}\left(1, \frac{1}{n+1}, \frac{\Pi_x}{l} x\right)}, \; g = m\mathrm{t}.$$

З врахуванням того, що праві частини диференціального рівняння (16) є періодичними функціями параметрів y , g , значення амплітуди a та фази коливань q шару завантаження вібраційної технологічної машини за період коливань зміняться незначно, їх можна для нерезонансного випадку записати у вигляді:

$$\dot{\mathrm{a}} = \frac{e}{4\Pi_{\mathrm{T}}\mathrm{P}w^{*}(\mathrm{a})p} \int_0^l \int_0^{2\Pi_{\mathrm{T}}} \int_0^{2p} \left(\mathrm{sa}(1, n+1, y)\,\mathrm{sa}\left(1, \frac{1}{n+1}, \frac{\Pi_x}{l} x\right) \mathrm{F}_1(\mathrm{a}, x, y, g) \right) \mathrm{d}g\,\mathrm{d}y\,\mathrm{dx} = \mathrm{A}(\mathrm{a}),$$

(17)

$$\dot{q} = \frac{e(n+2)}{8\Pi_{\mathrm{T}}\mathrm{Pa}w^{*}(\mathrm{a})p} \int_0^l \int_0^{2\Pi_{\mathrm{T}}} \int_0^{2p} \left(\mathrm{ca}(n+1, 1, y) \times \mathrm{sa}\left(1, \frac{1}{n+1}, \frac{\Pi_x}{l} x\right) \mathrm{F}_1(\mathrm{a}, x, y, g) \right) \mathrm{d}g\,\mathrm{d}y\,\mathrm{dx}.$$

Беручи до уваги прийняті гіпотези руху завантаження, система диференціальних рівнянь (17) для визначення його амплітудних та фазових характеристик набуває вигляду:

$$\dot{\mathrm{a}} = \frac{2e\Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{n+2}\right)\Gamma\left(\frac{3}{2} + \frac{n+1}{n+2}\right)}{l\sqrt{p}\,\Gamma\left(\frac{1}{n+2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{n+1}{n+2}\right)} \times \left\{ \frac{8\mathrm{a}p\Gamma^2\left(1 + \frac{n}{2}\right)\Gamma^2\left(\frac{1}{n+2}\right)}{(n+2)^2 l\Gamma^2\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{n+2}\right)} - \frac{4J_1\sqrt{p}\,\mathrm{a}pl\Gamma\left(\frac{1}{n+2}\right)}{(n+2)\Gamma\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{n+2}\right)} - \right.$$

$$\left. - \frac{3d_1 p\mathrm{a}^3\Gamma\left(\frac{3}{n+2}\right)\Gamma\left(\frac{n+1}{n+2}\right)}{8\Gamma\left(\frac{3}{2} + \frac{3}{n+2}\right)\Gamma\left(\frac{5}{2} + \frac{n+1}{n+2}\right)} \times \frac{l}{\Pi_x} \right\}, \; \dot{q} = 0.$$

Аналізуючи отримані вирази, робимо висновок – перше наближення побудованого розв’язку рівняння (17) для амплітуди коливань шару завантаження дає два усталені значення. Вони, своєю чергою, дорівнюватимуть:

$$\mathrm{a}_1 = 0,$$

$$\mathrm{a}_2 = \sqrt{\frac{\left\{\frac{8p\Gamma^2\left(1+\frac{n}{2}\right)\Gamma^2\left(\frac{1}{n+2}\right)}{(n+2)^2 l\Gamma^2\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{n+2}\right)} - \frac{4J_1\sqrt{p}\,\mathrm{pl}\Gamma\left(\frac{1}{n+2}\right)}{(n+2)\Gamma\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{n+2}\right)}\right\}}{\left(\frac{3d_1 p\Gamma\left(\frac{3}{n+2}\right)\Gamma\left(\frac{n+1}{n+2}\right)}{8\Gamma\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{n+2}\right)\Gamma\left(\frac{5}{2}+\frac{n+1}{n+2}\right)}\cdot\frac{l}{\Pi_x}\right)}}\,.$$

У першому варіанті маємо відсутність коливного вібраційного процесу у завантаженні. У другому варіанті маємо встановлення стійкого коливного процесу завантаження, якісні характеристики якого залежать як від властивостей самого завантаження, так і від параметрів вібраційної технологічної машини (її приводу та геометрії).

Висновки. Побудована на основі закону Фойгта пружнов'язка модель руху робочого завантаження вібраційної технологічної машини, яке представлено як суцільне та однорідне у вигляді множини окремих плоских балок з пружно-пластичними властивостями. Отримано розв'язки рівнянь руху шару робочого завантаження для стаціонарного (усталеного) режиму його руху. З метою опису властивостей завантаження різного виду у моделі запропоновано степеневий закон (або близький до нього), який пов'язує значення деформації шару завантаження та значення напруження, що виникає у ньому при функціонуванні вібраційної технологічної машини. Відповідно введено показник нелінійності n : а) у пружну складову напружень у законі Фойгта, б) у в'язку складову напружень у законі Фойгта. Побудовані нелінійні рівняння опису коливань довільного шару завантаження вібраційної системи. На основі асимптотичних методів нелінійної механіки і апарату спеціальних Ateb-функції, отримані розв'язки цих рівнянь.

Нелінійна модель опису динаміки завантаження вібраційних технологічних машин з крайовими умовами жорсткого контакту шару завантаження з робочим органом машини є більш гнучкою, оскільки показник нелінійності моделі, який залежить від типу робочого завантаження, суттєво впливає на результати коливного процесу завантаження. Він дає змогу врахувати вид завантаження та, відповідно, збільшувати рівень адекватності побудованої аналітичної моделі фізиці вібраційної технології яку необхідно дослідити.

1. Субач А. П. Динамика процессов и машин объемной обработки. – Рига: Зинатне, 1991. – 240 с. 2. Пановко Я. Г. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем. – М.: Физматгиз, 1960. – 193 с. 3. Болотин В. В. Динамическая устойчивость упругих систем. – М., Гостехиздат. 1956. – 600 с. 4. Сокіл Б. І. Періодичні Ateb-функції в дослідженні одночастотних розв'язків деяких хвильових рівнянь // Праці наукового товариства ім. Шевченка. – 1997. – Т. 1. – С. 588–592. 5. Митропольский Ю. А. Метод усреднения в нелинейной механике. – К.: Наукова думка, 1971. – 440 с. 6. Сокіл Б. І. Про один спосіб побудови одночастотних розв'язків для нелінійного хвильового рівняння // Укр. мат. журн. – 1994. – № 6. – С. 782–785.