

В. М. Гелетій, Я. М. Новіцький, А. В. Кий
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра технічної механіки і динаміки машин

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ КАНАТНИХ ТРАНСПОРТУВАЛЬНИХ СИСТЕМ

© Гелетій В. М., Новіцький Я. М., Кий А. В., 2017

Розглянуто питання комп'ютерного моделювання динамічних процесів механічних систем з канатними елементами, таких як лісозаготівельні канатні транспортувальні системи. Запропоновано процедуру приведення рівнянь руху системи до виду, зручного для комп'ютерних методів розв'язування задачі. Наведено метод визначення параметрів демпфування дискретних моделей таких систем. Розглянуто питання використання додаткових пристроїв для активації вібрацій для забезпечення більшої ефективності транспортування канатними системами.

Ключові слова: канатні елементи, динамічні процеси, моделювання, квазіциклічні координати, демпфування.

V. Heletiy, Ya. Novitskyi, A. Kyi

COMPUTER MODELING OF THE DYNAMICS OF ROPE TRANSPORT SYSTEMS

Computer modeling dynamic processes mechanical systems with rope elements such as cable transporting system are considered. The algorithm to bring the equations of motion system to form convenient for application of computer dynamic analysis methods is offered. The method determination of damping parameters such discrete mechanical systems is presented. The activation method of vibration to provide more efficient transportation systems rope is investigated

Key words: ropes elements, dynamic processes, computer simulation, quasi-cyclic coordinates, damping.

Постановка проблеми. Механічні системи з канатними елементами, такі як вантажо-підіймальні машини, або канатні транспортувальні системи, сприймають значні динамічні навантаження, які суттєво впливають на якість виконання основних функцій таких систем. У ряді випадків коливні процеси (вібрацію) використовують для підвищення ефективності технологічних операцій окремих елементів. При цьому коливні процеси інших елементів системи, таких, наприклад, як місце оператора, потребують мінімізації.

Вирішення таких завдань потребує розроблення адекватних динамічних моделей таких систем. У багатьох випадках такі об'єкти адекватно представляються як лінійні пружні системи, рух яких описується лінійними диференціальними рівняннями. На етапі побудови таких динамічних моделей основні проблеми виникають під час визначення елементів матриць інерційних та квазіпружних коефіцієнтів і узагальнених сил і зведення задачі до розроблених числових методів аналізу малих коливань.

Актуальним є також адекватне представлення параметрів загасання елементів системи в межах лінійної моделі і визначення параметрів демпфування таких систем. Це дає змогу досліджувати можливості ефективного гасіння коливань окремих елементів механічної системи.

Недостатньо вивченими є також питання використання додаткових пристроїв для активації вібрацій для забезпечення більшої ефективності транспортування вантажів канатними системами.

Основний матеріал. Розглянуто динамічну дискретну модель лісозаготівельної канатної транспортувальної системи для транспортування деревини в гірських умовах (рис. 1).

Канати розглядаються як гнучкі нитки, що працюють лише на розтяг. Допускається, що зусилля розтягу по довжині канату постійне, а у вузлах змінюють лише напрям. Переміщення вузлів спричиняють відповідні зміни довжин ділянок канатів.

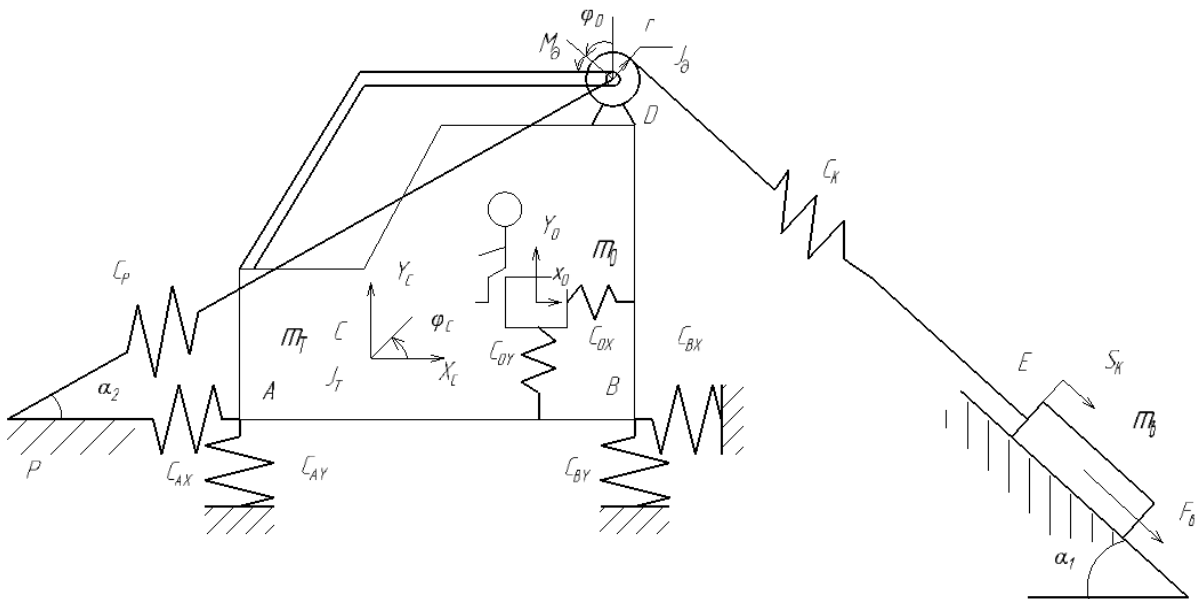


Рис. 1. Схема динамічної моделі лісозаготівельної канатної транспортувальної системи

За узагальнені координати динамічної моделі прийнято такі параметри: X_C, Y_C – координати переміщення центру ваги трактора; φ_C – кут повороту трактора як жорсткого цілого; X_O, Y_O – координати центру ваги оператора; φ_D – кут повороту барабана лебідки; S_K – пружне видовження каната.

Інерційні параметри: m_C, J_C – маса і момент інерції трактора відносно центра мас, m_O – маса оператора, m_B – маса вантажу, J_D – момент інерції приводу лебідки.

Параметри жорсткості елементів системи: $C_{AX}, C_{AY}, C_{BX}, C_{BY}, C_{OX}, C_{OY}$ – координатні складові жорсткостей пружних елементів системи в точках А, В, О; C_P, C_K – жорсткості каната розтяжки і вантажного каната.

Геометричні параметри: $x_A, y_A, x_B, y_B, x_O, y_O, x_D, y_D$ – координати відповідних точок, r_D, α_1, α_2 – радіус барабана і кути нахилу канатів.

Силкові параметри: G_T, G_O, G_B, M_D, F_B – відповідні сили ваги, момент лебідки і опір пересуванню вантажу.

Геометричні співвідношення для визначення переміщення точки D як функції узагальнених координат X_C, Y_C, φ_C (рис. 2, а) мають вигляд

$$r_D = \sqrt{(x_D^2 + y_D^2)}, \quad \alpha_D = \arctg(y_D/x_D);$$

$$X_D = X_C - \varphi_C r_D \sin \alpha_D, \quad Y_D = Y_C - \varphi_C r_D \cos \alpha_D.$$

Аналогічні співвідношення можна записати для точок А, В, О і видовження розтяжки Δ_P (рис. 2, б, в)

$$r_A = \sqrt{(x_A^2 + y_A^2)}, \quad \alpha_A = \arctg(y_A/x_A),$$

$$X_A = X_C - \varphi_C r_A \sin \alpha_A, \quad Y_A = Y_C - \varphi_C r_A \cos \alpha_A,$$

$$r_B = \sqrt{(x_B^2 + y_B^2)}, \quad \alpha_B = \arctg(y_B/x_B),$$

$$X_B = X_C - \varphi_C r_B \sin \alpha_B, \quad Y_B = Y_C - \varphi_C r_B \cos \alpha_B,$$

$$r_O = \sqrt{(x_O^2 + y_O^2)}, \quad \alpha_O = \arctg(y_O/x_O),$$

$$X_O = X_C - \varphi_C r_O \sin \alpha_O, \quad Y_O = Y_C - \varphi_C r_O \cos \alpha_O,$$

$$\Delta_P = X_D \cos \alpha_2 + Y_D \sin \alpha_2.$$

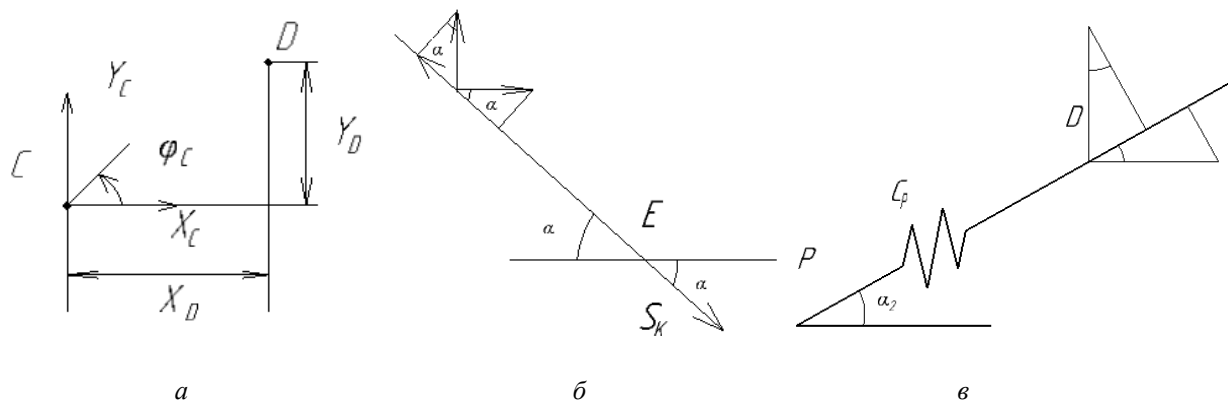


Рис. 2. Геометричні співвідношення між переміщеннями точок механічної системи.

Кінетична енергія механічної системи:

$$T = 0,5 \{ m_C (X_C^2 + Y_C^2) + J_C \varphi_C^2 + m_O [(X_C - X_O)^2 + (Y_C - Y_O)^2] + J_D \varphi_D^2 + m_B [(Y_D \sin \alpha_1 - X_D \cos \alpha_1) + \varphi_D r_D - S_K]^2 \}.$$

Потенціальна енергія системи:

$$П = 0,5 [C_{AX} X_A^2 + C_{AY} Y_A^2 + C_{BX} X_B^2 + C_{BY} Y_B^2 + C_{OX} X_O^2 + C_{OY} Y_O^2 + C_P \Delta P^2 + C_K S_K^2].$$

Робота узагальнених сил:

$$A = M_D \varphi_D - m_C g Y_C - (m_B g \sin \alpha_1 + F) (Y_D \sin \alpha_1 - X_D \cos \alpha_1 + \varphi_D r_D - S_K).$$

Підставляючи ці вирази до рівняння Лагранжа 2-го роду і приймаючи допущення про незмінність кутів α_1 , α_2 , одержимо диференціальні рівняння руху як систему лінійних диференціальних рівнянь виду

$$A \ddot{Y} + C Y = F, \quad (1)$$

де A , C – матриці інерційних і квазіпружних коефіцієнтів; Y і F – відповідно вектори-стовпці узагальнених координат і узагальнених сил. Матриця квазіпружних коефіцієнтів всієї системи C визначається сумуванням квазіпружних коефіцієнтів за кожною складовою потенціальної енергії. Аналогічно матриця інерційних коефіцієнтів всієї системи A визначається сумуванням інерційних коефіцієнтів за кожною складовою кінетичної енергії.

На етапі побудови таких динамічних моделей основними проблемами полягають у визначенні елементів матриць інерційних та квазіпружних коефіцієнтів і узагальнених сил і зведення задачі до розроблених числових методів аналізу малих коливань.

У роботах по дослідженню динаміки механізму транспортувальних та вантажопідіймальних машин рух системи привод – вантаж представлявся як рух жорсткого цілого за дії залишкового моменту двигуна приводу і пружних коливань відносно цього руху. За узагальнену координату, яка визначає рух системи як жорсткого цілого приймають кут повороту барабана вантажної лебідки – φ . При цьому потенціальна енергія системи не залежить від φ .

Узагальнену координату, яка не входить явно в функцію Лагранжа $L = T - U$, називають циклічною [2]. Зазвичай вона відповідає рівномірному руху. Поняття циклічної координати можна узагальнити і на системи аналогічні тим що розглядаються в даній роботі, коли функція Лагранжа залежить від цієї координати лінійно. У цьому випадку координата входить до функції Лагранжа у вигляді потенціалу узагальнених сил. Відповідна цій координаті узагальнена сила не залежить від неї, але не дорівнює нулю. Такі координати, згідно з визначенням [2], називаються квазіциклічними.

Розглянемо дискретну лінійну недисипативну систему зі скінченним числом ступенів вільності, рух якої описується лінійними диференціальними рівняннями виду (1).

За наявності циклічних координат рівняння (1) можна представити за допомогою блочних матриць

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{Y}_1 \\ \ddot{Y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

де Y_1 – вектор позиційних координат; Y_2 – вектор квазіциклічних координат.

Використовуючи властивості блочних матриць, за рівняннями (3) одержимо

$$A_{11} \ddot{Y}_1 + A_{12} \ddot{Y}_2 + C_{11} Y_1 = F_1; \quad (3)$$

$$A_{21} \ddot{Y}_1 + A_{22} \ddot{Y}_2 = F_2. \quad (4)$$

Визначивши за (5) \ddot{Y}_2 і підставивши до (4), одержимо рівняння, які містять лише позиційні координати

або
$$A^1 \ddot{Y}_1 + C^1 Y_1 = F_1^1, \quad (5)$$

де
$$A^1 = (A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21}), \quad C^1 = C_{11}, \quad F_1^1 = F_1 - A_{12}A_{22}^{-1}F_2. \quad (6)$$

Оскільки $A_{12} = A_{21}$, то і матриця A^1 симетрична.

В окремому найпоширенішому випадку, коли є лише одна квазіциклічна координата y_n , процедура її виключення спрощується. Інерційні і квазіпружні коефіцієнти та узагальнені сили відносно позиційних координат матимуть такий вигляд

$$a_{i,j}^1 = a_{i,j} - \frac{a_{i,n} a_{n,j}}{a_{n,n}}, \quad c_{i,j}^1 = c_{i,j}, \quad F_1^1 = F_1 - \frac{a_{i,n}}{a_{n,n}} F_n, \quad (7)$$

де $i=1,2,\dots,n-1, j=1,2,\dots,n-1$.

За допомогою одержаних формул можна послідовно виключити декілька квазіциклічних координат, що в обчислювальному сенсі ефективніше ніж використання матричних перетворень, які включають процедуру обчислення оберненої матриці A_{22} . Отже, алгоритм виключення квазіциклічних координат являє собою формалізовану процедуру, яка легко реалізується в комп'ютерних програмах [1].

Важливо зазначити, що наведені в роботах [3] розрахункові схеми аналогічних досліджень не містять координати, пов'язаної з обертанням барабана вантажної лебідки, а надлишковий момент приводу приводиться до вантажу за формулою

$$F_n = \frac{m_B \cdot M_H r}{(m_B \cdot r^2 + J_n) \cdot i_n}, \quad (8)$$

де m_B – маса вантажу; M_H – надлишковий момент приводу, приведений до барабана; r – радіус барабана до осі каната; J_n – сумарний момент інерції елементів приводу, що обертаються, приведений до барабана; i_n – кратність поліспасти.

Таке приведення ґрунтується на допущенні, що коливання не впливають на рух приводу механізму підйому, а частотні характеристики системи не залежать від інерційних параметрів приводу. Похибка, яка при цьому виникає, залежить від відношення приведенного моменту інерції вантажу до сумарного моменту інерції приводу.

У випадку двомасової розрахункової схеми відносна похибка квадрата власної частоти дорівнює

$$\delta\omega^2 = \frac{m_B \cdot r^2}{(m_B \cdot r^2 + J_n)} \quad (9)$$

За існуючих співвідношень $m_B r^2 / (m_B r^2 + J_n)$, характерних для механізмів підйому кранів, похибка визначення частот власних коливань крана за використання формули (10) незначна, однак при інших співвідношеннях m_B і J_n вона може виявитись суттєвою.

Природа сил опору, які спричиняють розсіяння енергії при коливаннях, доволі складна. В основному це конструктивне демпфування, причому найбільше поглинання коливальної енергії проходить в канатах і опорних елементах. Оцінку розсіяння енергії в таких елементах отримано експериментально. Встановлено, що їхні поглинальні властивості практично не залежать від частоти коливань. Тому для кількісного оцінювання інтенсивності демпфування використовують коефіцієнт поглинання ψ або зв'язаний з ним логарифмічний декримент коливань δ . Досліджуючи нестационарні вимушені коливання систем з багатьма степенями вільності, найзручніше нелінійні дисипативні сили подати у вигляді в'язкого опору.

За наявності в'язкого опору рівняння власних коливань лінійної системи з багатьма степенями вільності мають вигляд

$$A \cdot \ddot{Y} + B \cdot \dot{Y} + C \cdot Y = 0, \quad (10)$$

де A і C – матриці інерційних і квазіпружних коефіцієнтів; B – матриця коефіцієнта в'язкого опору. Побудова пружно-в'язкої моделі механічної системи полягає у визначенні коефіцієнтів матриці B . Вважають, що A і C визначені попередньо.

Коефіцієнти еквівалентного демпфування вибирають так, щоб вихідна і замінна схеми мали однакову поглинальну властивість. Для моногармонічних коливань з частотою ω виду $y = a \cdot \cos(\omega t)$ коефіцієнт еквівалентного демпфування визначається порівнянням енергій розсіяння лінійного еквівалентного демпфера $\psi = \pi a^2 \omega b$ і вихідного дисипативного елемента, який має коефіцієнт поглинання ψ , $\psi = 1/2 \psi c a^2 p$. Прирівнюючи ці величини, отримаємо еквівалентний коефіцієнт опору

$$b = \psi c / (2\pi\omega). \quad (11)$$

Коефіцієнт поглинання і логарифмічний декримент коливань зв'язані залежністю $\psi = 2\delta$.

Для полігармонічного пружного демпфування елементів механічної системи еквівалентний коефіцієнт в'язкого опору можна наближено визначити, вважаючи, що частоти коливань відрізняються суттєво і практично не залежать від дисипативних сил.

За аналогією з (2) еквівалентний коефіцієнт опору можна подати у вигляді

$$b = \psi c / (2\pi\omega_1 k_1), \text{ де } k_1 = \sum_{j=1}^n \left(\frac{a_j}{a_1} \right)^2 \times \left(\frac{\omega_j}{\omega_1} \right); \sum_{j=1}^n \left(\frac{a_j}{a_1} \right)^2 \times \left(\frac{\omega_j}{\omega_1} \right)^2. \quad (12)$$

Використовуючи допущення про слабке демпфування, співвідношення a_j / a_1 і ω_j / ω_1 можна взяти за результатами динамічного розрахунку без врахування демпфування.

Представлений метод визначення параметрів демпфування дискретних моделей таких систем і енергетично еквівалентного приведення їх до в'язкого тертя дає змогу досліджувати можливості ефективного гасіння коливань окремих елементів механічної системи.

Розглянуто також можливість використання додаткових пристроїв для активації вібрацій для забезпечення більшої ефективності транспортування вантажів канатними системами. Один із запропонованих варіантів ексцентрикового активатора вібрацій показано на рис. 3. Він містить кінцевий блок канатної системи діаметром D , рядну зубчасту передачу і ексцентрично закріплений тяговий канат, що переміщує вантаж масою m .

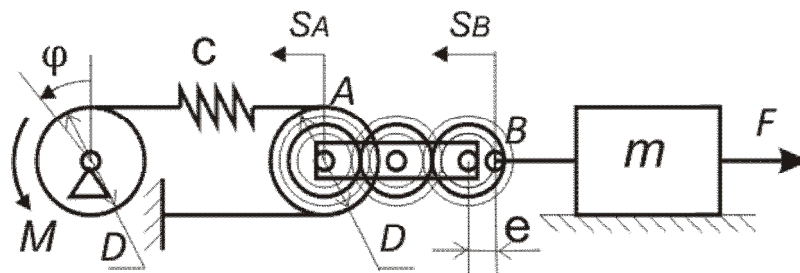


Рис. 3. Канатна система з ексцентриковим активатором вібрацій

Кінематичне віброзбудження забезпечується різницею переміщень точок A і B

$$S_B - S_A = e \cdot \cos(S_A/D \cdot i), \quad (13)$$

де i – передаточне число рядної зубчастої передачі, яке впливає на частоту кінематичного віброзбудження.

Прийнявши за узагальнені координати канатної механічної системи (рис. 3) кут повороту барабана лебідки φ і переміщення вантажу S_B , одержимо вираз потенціальної енергії деформації каната жорсткістю c

$$\Pi = c \cdot [\varphi \cdot D/2 - (S_B - e \cdot \cos(\varphi \cdot i))/2]^2/2. \quad (14)$$

Після підстановки в рівняння Лагранжа 2-го роду одержуємо диференціальні рівняння руху системи, аналіз розв'язку яких дає змогу оцінювати ефективність цього активатора вібрацій.

Висновки. Задачу комп'ютерного моделювання динамічних процесів механічних систем з канатними елементами розв'язують для кожної механічної системи індивідуально, тому вона і не може бути повністю формалізованою. Запропоновано методуку визначення елементів матриць інерційних і квазіпружних коефіцієнтів і узагальнених сил лінійної динамічної моделі таких систем.

Запропоновано процедуру виключення квазіциклічних координат, що полегшує застосування комп'ютерних методів визначення власних частот і форм коливань і розв'язування інших задач динаміки таких систем. Наведено оцінку похибки використання традиційних спрощених підходів порівняно з точним розв'язком.

Наведено метод визначення параметрів демпфування дискретних моделей таких систем і енергетично еквівалентного приведення їх до в'язкого тертя, що дає змогу досліджувати можливості ефективного гасіння коливань окремих елементів механічної системи.

Запропоновано використання додаткових пристроїв для активації вібрацій для забезпечення більшої ефективності транспортування вантажів канатними системами.

1. Гелетій В. М. Особливості комп'ютерного моделювання динаміки механічних систем з квазіциклічними координатами // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка" "Динаміка, міцність та проектування машин і приладів". – 2010. – № 641. – С. 17–21. 2. Лурье А. И. Аналитическая механика. – М.: Физматгиз, 1961, 824 с. 3. Вейц В. Л., Качура А. Е., Мартиненко А. М. Динамические расчеты приводов машин. – Л.: Машиностроение. 1971. – 353 с. 4. Гелетій В. М., Новіцький, Я. М., Кий А. В. Розроблення динамічних моделей транспортувальних механічних систем з канатними елементами // Тези 13-го Міжнародного симпозіуму українських інженерів-механіків у Львові. – Львів, 2017.