

ВЕКТОРНИЙ ПОТЕНЦІАЛ МАГНІТНОГО ПОЛЯ ПРОХІДНОГО КІЛЬЦЕВОГО ВИХРОСТРУМОВОГО ПЕРВИННОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧА ПАРАМЕТРИЧНОГО І ТРАНСФОРМАТОРНОГО ТИПІВ У ПРОВІДНІЙ ТРУБИ

© Яцун М.А., Яцун А.М., 2013

Визначений перетворений за Лапласом векторний потенціал магнітного поля екранованої кільцевої циліндричної котушки прямокутного поперечного перерізу зі струмом довільної форми, яка використовується як первинний перетворювач прохідного типу для діагностування технічного стану внутрішньої поверхні трубопроводів.

Ключові слова: векторний потенціал, вихрові струми, прохідний внутрішній перетворювач, діагностування трубопроводів.

The converted on Laplace vectorial potential of the magnetic field of the screened circular cylinder spool of rectangular transverse section with the current of free-form is certain which is used as a primary indoor transformer for diagnosticating of the technical state of internal surface of pipelines.

Key words: vectorial potential, eddy currents, indoor internal transformer, diagnosticating of pipelines.

Постановка проблеми

Діагностування технічного стану магістральних трубопроводів (газопроводів) потребує встановлення фактичної товщини стінки трубопроводу, виявлення дефектів типу порушення суцільності і визначення профілю його поверхні. При внутрішньотрубній технічній діагностиці [1–6] використовуються інтелектуальні поршні, розроблені на основі вихрострумове, магнітного і акустичного (ультразвукового) методів контролю. При вихрострумовому і магнітному методах контролю первинний прохідний перетворювач параметричного або трансформаторного типу має (може мати) форму циліндричної котушки з прямокутною формою поперечного перерізу і орієнтується (розташований) співвісно з контрольованою трубою. Тому актуальною є задача розрахунку

магнітного поля прохідного екранованого вихрострумowego первинного перетворювача параметричного і трансформаторного типів, розташованих всередині контрольованої труби, розрахункова модель якого подана на рисунку.

Вихрострумний метод контролю дає можливість виявити поверхневі тріщини з малим розкриттям та дефекти розшарування металу трубопроводу. Значними недоліками вихрострумowego методу контролю є недостатня швидкодія методу для сучасних швидкостей руху внутрішньо-трубних поршнів, значна залежність чутливості контролю від відстані між збуджуючою котушкою та об'єктом контролю та неглибоке проникнення вихрових струмів в об'єкт контролю (залежно від частоти збудження).

Аналіз останніх досліджень

Відомий метод [4, 5], коли магнітне поле збуджуючої котушки на відстані двох та більше діаметрів труби реєструється сенсорними котушками. Наявність будь-яких дефектів біля сенсорної котушки впливатиме на електромагнітні коливання, що проникають у стінку трубопроводу. Точність методу знаходиться на рівні методу вимірювання магнітного потоку. Для нього також характерні такі недоліки, як мала швидкодія та значне енергоспоживання.

Виклад основного матеріалу

На рис. 1 прийняті такі позначення: i_0 і δ_{01} – струм і густина струму в обмотці збудження давача; a_1 і b_1 – розміри (ширина і висота) поперечного перерізу обмотки збудження (1); a_2 і b_2 – розміри (ширина і висота) поперечного перерізу вимірної обмотки (2) у випадку трансформаторного перетворювача; r_1 і r_2 – внутрішній і зовнішній радіуси обмотки збудження; r_3 і r_4 – внутрішній і зовнішній радіуси вимірної обмотки; h_1 і h_2 – ординати вимірної обмотки; r_5 , r_6 і d – внутрішній і зовнішній радіуси і товщина контрольованої труби; μ і γ – абсолютна магнітна проникність і питома електрична провідність труби; R і H – радіус і висота екрана; 1, 2 і 3 – області всередині екрана. Приймаємо, що області всередині і ззовні труби (1 і 3) неферомагнітні ($\mu = \mu_0$) і мають питому електричну провідність відповідно γ_1 і γ_3 .

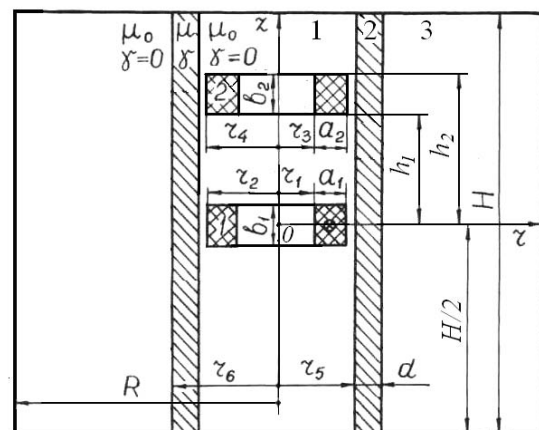


Рис. 1. Розрахункова модель екранованого вихрострумowego первинного перетворювача параметричного і трансформаторного типів всередині контрольованої труби

Внаслідок осьової симетрії задачі векторний потенціал \vec{A} має тільки одну азимутальну складову і від кута α не залежить, тобто його зображення за Лапласом $\vec{A} = \vec{A}_\alpha(r, z)$. Тому в подальшому для спрощення виразів індекси « α » будуть пропущені. Тоді перетворений за Лапласом

векторний потенціал магнітного поля у циліндричній системі координат r , α і z для всіх областей дослідження (1, 2 і 3 на рис. 1) визначається виразами:

для області 1 (всередині труби з обмотками)

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \tilde{A}_1}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \tilde{A}_1}{\partial z^2} - \left(p\gamma_1 \mu_0 + \frac{1}{r^2} \right) \tilde{A}_1 = -\mu_0 \tilde{\delta}_0; \quad (1)$$

для області 2 (труби – об'єкта контролю)

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \tilde{A}_2}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \tilde{A}_2}{\partial z^2} - \left(p\gamma \mu + \frac{1}{r^2} \right) \tilde{A}_2 = 0 \quad (2)$$

для області 3 (зовні труби)

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \tilde{A}_3}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \tilde{A}_3}{\partial z^2} - \left(p\gamma_3 \mu_0 + \frac{1}{r^2} \right) \tilde{A}_3 = 0, \quad (3)$$

де $\tilde{\delta}_0 = \tilde{\delta}_{01}$ – зображення по Лапласу густини струму в обмотці збудження давача при $r_1 \leq r \leq r_2$ і $-b_1/2 \leq z \leq b_1/2$, а в іншій частині першої області $\tilde{\delta}_0 = 0$; μ_0 – магнітна стала.

У випадку надпровідного екрана (для спрощення розв'язку) нормальна складова магнітної індукції на поверхні екрана дорівнює нулю, тобто крайові умови виражаються співвідношеннями:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r\tilde{A}_1)}{\partial r} \right)_{z=-H/2} &= \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r\tilde{A}_2)}{\partial r} \right)_{z=-H/2} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r\tilde{A}_3)}{\partial r} \right)_{z=-H/2} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r\tilde{A}_1)}{\partial r} \right)_{z=H/2} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r\tilde{A}_2)}{\partial r} \right)_{z=H/2} = \\ &= \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r\tilde{A}_3)}{\partial r} \right)_{z=H/2} = - \left(\frac{\partial \tilde{A}_3}{\partial z} \right)_{r=R} = 0. \end{aligned}$$

Це означає, що на поверхні екрана векторний потенціал дорівнює нулю

$$\left(\tilde{A}_1 \right)_{z=-H/2} = \left(\tilde{A}_2 \right)_{z=-H/2} = \left(\tilde{A}_3 \right)_{z=-H/2} = \left(\tilde{A}_1 \right)_{z=H/2} = \left(\tilde{A}_2 \right)_{z=H/2} = \left(\tilde{A}_3 \right)_{z=H/2} = \left(\tilde{A}_3 \right)_{r=R} = 0. \quad (4)$$

Крім того, у досліджуваному просторі ($0 \leq r \leq R$, $-H/2 \leq z \leq H/2$) векторний потенціал повинен бути обмеженим.

Крайові умови (4) при $z = \pm H/2$ дотримуються при розкладі шуканих розв'язків рівнянь (1 – 3) і густини струму збудження в косинусний ряд Фур'є по координаті z , тобто:

$$\tilde{A} = \tilde{\delta}_{01} \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos m_k z; \quad (5)$$

$$\tilde{\delta}_0 = \tilde{\delta}_{01} \sum_{k=1}^{\infty} b_{k01} \cos m_k z, \quad (6)$$

де \tilde{A} – перетворений за Лапласом векторний потенціал магнітного поля в будь-якій області; C_k – коефіцієнти, які визначаються при розкритті граничних і крайових умов; $m_k = (2k-1)\pi/H$;

$b_{k01} = \frac{4}{H} \int_0^{b_1/2} \cos m_k z dz = \frac{4}{m_k H} \sin \frac{m_k b_1}{2}$ – коефіцієнт ряду Фур'є функції $f_2(z) = 1$ при

$-b_1/2 \leq z \leq b_1/2$ і $f_2(z) = 0$ при $-H/2 \leq z \leq -b_1/2$ і $b_1/2 \leq z \leq H/2$, розкладеної у проміжку $(-H/2, H/2)$.

З урахуванням (5) диференціальні рівняння (1)–(3) для k -ї гармоніки набувають вигляду:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \tilde{A}_{1k}}{\partial r} \right) - \left(m_k^2 + p\gamma_1 \mu_0 + \frac{1}{r^2} \right) \tilde{A}_{1k} &= -\mu_0 b_{k01}; \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \tilde{A}_{2k}}{\partial r} \right) - \left(m_k^2 + p\gamma \mu + \frac{1}{r^2} \right) \tilde{A}_{2k} &= 0; \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \tilde{A}_{3k}}{\partial r} \right) - \left(m_k^2 + p\gamma_3 \mu_0 + \frac{1}{r^2} \right) \tilde{A}_{3k} &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Тоді загальні розв'язки рівнянь (5) мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_1 &= \tilde{A}_0 + \tilde{\delta}_{01} \sum_{k=1}^{\infty} [C_{11} I_1(p_1 r) + C_{12} K_1(p_1 r)] \cos m_k z; \\ \tilde{A}_2 &= \tilde{\delta}_{01} \sum_{k=1}^{\infty} [C_{21} I_1(p_2 r) + C_{22} K_1(p_2 r)] \cos m_k z; \\ \tilde{A}_3 &= \tilde{\delta}_{01} \sum_{k=1}^{\infty} [C_{31} I_1(p_3 r) + C_{32} K_1(p_3 r)] \cos m_k z, \end{aligned} \quad (8)$$

де I_1 і K_1 – модифіковані циліндричні функції Бесселя першого порядку першого і другого роду; $p_1^2 = m_k^2 + p\gamma_1 \mu_0$; $p_2^2 = m_k^2 + p\gamma \mu$; $p_3^2 = m_k^2 + p\gamma_3 \mu_0$; \tilde{A}_0 – перетворений векторний потенціал магнітного поля за відсутності провідної феромагнітної труби (об'єкта контролю) у неелектропровідному просторі, обмеженому екраном. Він приймається як частковий розв'язок неоднорідного диференціального рівняння (1).

Для визначення \tilde{A}_0 з дотриманням крайових умов (4) розкладемо шуканий розв'язок і густину струму в обмотці збудження у подвійний ряд: ряд Фур'є-Бесселя по координаті r і косинусний ряд Фур'є по координаті z [7], тобто

$$\tilde{A}_0 = \tilde{\delta}_{01} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} C_{0ik} J_1(n_i r) \cos(m_k z); \quad (9)$$

$$\tilde{\delta}_0 = \tilde{\delta}_{01} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} a_{i1} b_{k01} J_1(n_i r) \cos(m_k z), \quad (10)$$

де J_1 – функція Бесселя першого роду першого порядку; $n_i = \lambda_i / R$; $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_i, \dots$ – корені рівняння $J_1(\lambda) = 0$; a_{i1} – коефіцієнт ряду Фур'є-Бесселя функції $f_1(r) = 1$ при $r_1 \leq r \leq r_2$ і $f_1(r) = 0$ при $0 \leq r \leq r_1$ і $r_2 \leq r \leq R$, розкладеної у проміжку $(0, R)$. Тоді

$$a_{i1} = \int_0^R f_1(r) J_1(n_i r) r dr / \|J_1\|^2 = \frac{2Y_1}{R^2 J_0^2(\lambda_i)}, \quad (11)$$

де J_0 – функція Бесселя першого роду нульового порядку;

$$Y_1 = \int_0^R f_1(r) J_1(n_i r) r dr = \int_{r_1}^{r_2} f_1(r) J_1(n_i r) r dr = \int_{r_1}^{r_2} J_1(n_i r) r dr =$$

$$= \frac{1}{n_i} \left\{ r_1 J_0(n_i r_1) - r_2 J_0(n_i r_2) + \frac{2}{n_i} [J_1(n_i r_2) - J_1(n_i r_1) + J_3(n_i r_2) - J_3(n_i r_1) + J_5(n_i r_2) - J_5(n_i r_1) + \dots] \right\} -$$

ряд, який швидко сходиться;

$$\|J_1\|^2 = \frac{R^2}{2} [J_1'(\lambda_i)]^2 = \frac{R^2}{2} J_0^2(\lambda_i) - \text{квадрат норми.}$$

Тоді одержимо

$$\tilde{A}_0 = \mu_0 \tilde{\delta}_{01} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_{i1} b_{k01}}{n_i^2 + m_k^2} J_1(n_i r) \cos m_k z, \quad (12)$$

або: при $-H/2 \leq z \leq -b_1/2$

$$\tilde{A}_0 = \mu_0 \tilde{\delta}_{01} \sum_{i=1}^{\infty} a_{i1} J_1(n_i r) \frac{1}{n_i^2 \operatorname{ch}(n_i H/2)} [\operatorname{sh} n_i (b_1/2) \operatorname{sh} n_i (H/2 + z)];$$

при $-b_1/2 \leq z \leq b_1/2$

$$\tilde{A}_0 = \mu_0 \tilde{\delta}_{01} \sum_{i=1}^{\infty} a_{i1} J_1(n_i r) \frac{1}{n_i^2 \operatorname{ch}(n_i H/2)} [\operatorname{ch} n_i (H/2) - \operatorname{ch} n_i ((H - b_1)/2) \operatorname{ch} n_i z]; \quad (13)$$

при $b_1/2 \leq z \leq H/2$

$$\tilde{A}_0 = \mu_0 \tilde{\delta}_{01} \sum_{i=1}^{\infty} a_{i1} J_1(n_i r) \frac{1}{n_i^2 \operatorname{ch}(n_i H/2)} [\operatorname{sh} n_i (b_1/2) \operatorname{sh} n_i (H/2 - z)].$$

Остаточно загальні розв'язки (8) набувають такого вигляду:

$$\tilde{A}_1 = \mu_0 \tilde{\delta}_{01} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_{i1} b_{k01}}{n_i^2 + m_k^2} J_1(n_i r) \cos m_k z, + \tilde{\delta}_{01} \sum_{k=1}^{\infty} [C_{11} I_1(p_1 r) + C_{12} K_1(p_1 r)] \cos m_k z;$$

$$\tilde{A}_2 = \tilde{\delta}_{01} \sum_{k=1}^{\infty} [C_{21} I_1(p_2 r) + C_{22} K_1(p_2 r)] \cos m_k z; \quad (14)$$

$$\tilde{A}_3 = \tilde{\delta}_{01} \sum_{k=1}^{\infty} [C_{31} I_1(p_3 r) + C_{32} K_1(p_3 r)] \cos m_k z,$$

Граничні умови між областями виражаються співвідношеннями на основі рівності нормальних складових векторів магнітної індукції, тобто самих векторних потенціалів, і дотичних складових векторів напруженості магнітного поля. Коефіцієнти C з різними індексами у розв'язках (14) визначаються із неврахованих ще крайової і граничних умов: при $r=0$ $|\tilde{A}_1| < \infty$ – умова обмеженості векторного потенціалу на осі z , звідки безпосередньо слідує, що $C_{12} = 0$; при $r=R$ $\tilde{A}_3 = 0$;

при

$$r = r_5 \quad (\tilde{A}_1)_{r=r_5} = (\tilde{A}_2)_{r=r_5} \quad \text{і} \quad \frac{1}{\mu_0 r_5} \left(\frac{\partial(r\tilde{A}_1)}{\partial r} \right)_{r=r_5} = \frac{1}{\mu r_5} \left(\frac{\partial(r\tilde{A}_2)}{\partial r} \right)_{r=r_5};$$

при

$$r = r_6 \quad (\tilde{A}_2)_{r=r_6} = (\tilde{A}_3)_{r=r_6} \quad \text{і} \quad \frac{1}{\mu r_6} \left(\frac{\partial(r\tilde{A}_2)}{\partial r} \right)_{r=r_6} = \frac{1}{\mu_0 r_6} \left(\frac{\partial(r\tilde{A}_3)}{\partial r} \right)_{r=r_6}. \quad (15)$$

Після розкриття граничних і крайових умов (15) для визначення невідомих сталих коефіцієнтів C з різними індексами одержимо таку систему із семи рівнянь:

$$\begin{aligned} D_1 + C_{11} I_1(p_1 r_5) &= C_{21} I_1(p_2 r_5) + C_{22} K_1(p_2 r_5); \\ \mu D_2 + \mu p_1 C_{11} I_0(p_1 r_5) &= \mu_0 p_2 C_{21} I_0(p_2 r_5) - \mu_0 p_2 C_{22} K_0(p_2 r_5); \\ C_{21} I_1(p_2 r_6) + C_{22} K_1(p_2 r_6) &= C_{31} I_1(p_3 r_6) + C_{32} K_1(p_3 r_6); \\ \mu_0 p_2 C_{21} I_0(p_2 r_6) - \mu_0 p_2 C_{22} K_0(p_2 r_6) &= \mu p_3 C_{31} I_0(p_3 r_6) - \mu p_3 C_{32} K_0(p_3 r_6); \\ C_{31} I_1(p_3 R) + C_{32} K_1(p_3 R) &= 0, \end{aligned} \quad (16)$$

де

$$D_1 = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2Y_1 b_{k01} J_1(n_i r_5)}{R^2 J_0^2(\lambda_i)(n_i^2 + m_k^2)}; \quad D_2 = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2n_i Y_1 b_{k01} J_0(n_i r_5)}{R^2 J_0^2(\lambda_i)(n_i^2 + m_k^2)};$$

I_0 і K_0 – модифіковані циліндричні функції Бесселя нульового порядку.

Із системи рівнянь (16) для сталих коефіцієнтів одержимо:

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{\mu N_1 P_1 I_1(p_2 r_5) + \mu N_2 P_1 K_1(p_2 r_5) - P_2 D_1}{P_2 I_1(p_1 r_5)}; \quad C_{12} = 0; \quad C_{21} = \frac{\mu N_1 P_1}{P_2}; \quad C_{22} = \frac{\mu N_2 P_1}{P_2}; \\ C_{31} &= \frac{\mu P_1 K_1(p_3 R) [N_1 I_1(p_2 r_6) + N_2 K_1(p_2 r_6)]}{P_2 [I_1(p_3 r_6) K_1(p_3 R) - I_1(p_3 R) K_1(p_3 r_6)]}; \\ C_{32} &= -\frac{\mu P_1 I_1(p_3 R) [N_1 I_1(p_2 r_6) + N_2 K_1(p_2 r_6)]}{P_2 [I_1(p_3 r_6) K_1(p_3 R) - I_1(p_3 R) K_1(p_3 r_6)]}; \end{aligned} \quad (17)$$

де

$$\begin{aligned} N_1 &= \mu_0 p_2 M_1 K_0(p_2 r_6) + \mu p_3 M_2 K_1(p_2 r_6); \quad N_2 = \mu_0 p_2 M_1 I_0(p_2 r_6) - \mu p_3 M_2 I_1(p_2 r_6) \\ M_1 &= I_1(p_3 r_6) - I_1(p_3 R) K_1(p_3 r_6) / K_1(p_3 R); \quad M_2 = I_0(p_3 r_6) + I_1(p_3 R) K_0(p_3 r_6) / K_1(p_3 R); \\ P_1 &= D_2 I_1(p_1 r_5) - p_1 D_1 I_0(p_1 r_5); \\ P_2 &= \mu_0 p_2 I_1(p_1 r_5) [N_1 I_0(p_2 r_5) - N_2 K_0(p_2 r_5)] - \mu p_1 I_0(p_1 r_5) [N_1 I_1(p_2 r_5) + N_2 K_1(p_2 r_5)]. \end{aligned}$$

Висновки

Отримані вирази для перетвореного за Лапласом векторного потенціалу магнітного поля екранованої кільцевої циліндричної котушки прямокутного поперечного перерізу зі струмом

довільної форми, яка використовується як первинний перетворювач (давач) для діагностування технічного стану внутрішньої поверхні трубопроводів. Отримані результати доцільно використати для визначення власних і взаємних, основних і внесених індуктивностей прохідного первинного вихрострумowego перетворювача і їх чутливостей до параметрів і дефектів об'єкта контролю.

1. *Pipeline Inspection Technologies Demonstration Report*. – Gas Research Institute. – 2004. – 98 p.
2. Muzhitsky V.F. *Computerized Eddy Current Flaw Detector VD-89NM with Higher Reliability of Detection and Danger Level estimation of Stress-corrosion cracks when Inspecting Gas Pipeline under Stress-Corrosion* / V.F. Muzhitsky, V.A. Karabtchewski // *Pipeline & Gas Journal*. – 2002. – Vol. 2. – P. 35–44.
3. Albert Teisma. *Technical Assessment Report Technology Assessment for Delivery Reliability for Natural Gas*. – Gas Technology Institute. – 2004. – 56 p.
4. *Experience with the Remote Field Eddy Current Technique* / Schmidt T.R., Atherton D.L., Sullivan S., // *Proc. of 3rd Nat. Sem. on Nondestructive Evaluation of Ferromagnetic Materials, Houston, March 23–25th, 1988*. – 1988. – P. 89–97.
5. *Remote Field Eddy Current Defect Interaction, GRI Final Report GRI-95/0506. December 1995*. Atherton, D.L., Clapham, L., Czura, W., Mergelas, B.J., Smith, S., Winslow, J., Zhang, Y. Gas Research Institute. – 1995. – 125 p.
6. *Delivery Reliability for Natural Gas – Inspection Technologies. Technical Semiannual Progress Report DE-FC26-04NT42266*. – Gas Technology Institute. – 2005. – 215 p.
7. Яцун М.А. *Разработка теории экранированных вихретоковых преобразователей и их применение для контроля труб нефтяного сортамента: Дис. ...до-ра техн. наук.* – Ивано-Франковск, 1983. – 374 с.