

запропонованим алгоритмом, пічного вимикача дає змогу істотно знизити електродинамічні зусилля на обмотках мережевого трансформатора і тим самим підвищити надійність його роботи і СЕР ДСП загалом.

1. Варецкий Ю.Е., Гапанович В.Г., Кенс Ю.А., Жураховский А.В., Стряпан В.Н. Исследование бросков токов намагничивания в системе электроснабжения сверхмощных дуговых сталеплавильных печей // Техническая электродинамика. – К.: Наукова думка, 1990. – № 2. – С. 38–43. 2. Перхач В.С., Скрыпник А.И., Сегеда М.С. Программа анализа электромагнитных процессов электроэнергетических систем с вентильными устройствами в контурных координатах. / Гос. ФАП, № П006676. Укр. ФАП. – 1984. – № 6143. – 93 с. З. А. с. 1614139 (СССР). Способ управления системой электроснабжения дуговой сталеплавильной печи. / Варецкий Ю.Е., Гапанович В.Г., Кенс Ю.А., Стряпан В.Н., Харченко В.А., Дрогин В.И., Курлыкин В.Н., Татаров А.П. – Опубл. в Б.И., 1990, N 46.

УДК 007:681.516.4

Л.І. Демків

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра ПМ

## ВПЛИВ ВИБОРУ СТАНДАРТНОЇ ЛІНІЙНОЇ ФОРМИ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИНАМІЧНОЇ СИСТЕМИ З НЕЧІТКИМ МОДАЛЬНИМ РЕГУЛЯТОРОМ

© Демків Л.І., 2014

На прикладі двомасової системи з нечітким регулятором досліджено вплив коренів характеристичного полінома на характеристики динамічної системи. Зроблено висновки щодо доцільності налаштування регулятора на відповідні стандартні лінійні форми залежно від величини похибки регулювання вихідної координати системи.

**Ключові слова:** нечітка логіка, стандартна лінійна форма, динамічна система, модальний регулятор.

On the example of two-mass fuzzy control system the influence of characteristic polynomial's roots on the characteristics of a dynamic system is investigated. The conclusions about the advisability of setting controller to the appropriate standard linear forms depending on the size of the error of system's output coordinate.

**Key words:** fuzzy logic, standard linear form, dynamical system, modal controller.

### Вступ

Сьогодні під час проектування електромеханічних систем актуальним є питанням синтезу регулятора, який забезпечував би бажані показники динаміки. Одним з найпоширеніших підходів для цього є метод модального керування. Для його застосування нелінійну систему замінюють лінеаризованою моделлю і синтезоване для неї керування використовують для реальної нелінійної системи.

Як показано в роботі [6], більшість електромеханічних систем можна описати двомасовою моделлю. Під час синтезу модального керування за повним вектором стану для таких систем виникає питання вибору форми розподілу коренів характеристичного поліному.

Дослідженню цього питання присвячено низку робіт, зокрема, в роботі [1] досліджено поліноміальні методи для синтезу статичних та астатичних регуляторів швидкості систем підпорядко-

ваного керування електроприводів постійного струму з пружною кінематикою. Там запропоновано способи варіації коефіцієнтів нормованих характеристичних поліномів п'ятого та шостого порядків, що дасть змогу забезпечити стабілізацію та бажану динаміку перехідних процесів у системі. У роботі [11] розглянуто основні стандартні розподіли коренів характеристичних поліномів передавальних функцій, запропоновано та проведено різні способи нормалізації цих поліномів з метою забезпечення можливості порівняння їх впливу на показники динаміки системи. У роботі [15] запропонована методика синтезу системи підпорядкованого керування методом стандартних поліномів та порівняно вплив деяких з них на динамічні характеристики системи. Дослідженням стандартних поліноміальних функцій присвячена також і робота [2], де для випадку систем підпорядкованого регулювання проведено структурування характеристичних поліномів, що дало можливість знизити порядок системи автоматичного керування. У роботах [9, 10] проведено дослідження впливу вибору параметрів характеристичних поліномів передавальних функцій на динамічні характеристики системи підпорядкованого керування, однак про стандартні лінійні нормальні форми там не йдеся. Ще один підхід до синтезу керування розглянуто в роботі [7], а саме синтез електромеханічних систем методом параметричної оптимізації, основною проблемою якого є вибір вагових коефіцієнтів відповідного інтегрального критерію. У згаданій роботі обчислено значення вагових коефіцієнтів для двох стандартних лінійних форм (Батерворт та біноміальної) для порядків від першого до четвертого включно.

Метою усіх розглянутих вище робіт є визначення такого характеристичного поліному, який би забезпечував оптимальні (в розумінні дослідника) перехідні процеси в системі. Однак недоліком розглянутих підходів можна вважати те, що під час вибору якогось конкретного полінома синтезоване на його основі керування діятиме впродовж усього часу роботи системи. Для випадку класичного модального керування спробу усунення цього недоліку запропонували в роботі [3], де було запропоновано формувати характеристичний поліном на основі компромісних поєднань стандартних (Батерворт та біноміальної) лінійних форм нижчих порядків. Проведені в цій роботі дослідження свідчать, що такий підхід до формування керуючих впливів дає змогу покращити перехідні процеси в системі порівняно з класичним модальним регулюванням у разі налаштування на лінійні стандартні форми Батерворт та біноміальну. Проте, як показують дослідження (див. напр. [5]), швидкодію системи можна підвищити, застосовуючи підходи інтелектуального керування. А саме, застосовуючи керуючі впливи, що синтезовані за допомогою різних стандартних характеристичних поліномів залежно від величини похибки регулювання вихідної координати системи.

Метою цієї роботи є порівняння характеристик динамічної системи з нечітким регулятором, при поєднанні керуючих впливів, що налаштовані на різні стандартні лінійні форми.

Дослідження проводилось для стандартних лінійних форм, що наведено в табл. 1 (див. [11])

Таблиця 1  
Стандартні лінійні форми розподілу коренів характеристичного полінома

№ з/п	Назва стандартної лінійної форми	Коефіцієнти характеристичного полінома $p^3 + a_1wp^2 + a_2w^2p + a_3w^3$		
		$a_1$	$a_2$	$a_3$
1	Біноміальна (Бін)	3	3	1
2	Батерворт (Бат)	2	2	1
3	Бесселя (Бес)	2.43	2.47	1
4	Чебишева (Чеб)	1.4	1.92	1
5	Найбільша швидкодія (Ншв)	2.05	2.39	1
6	Мінімум середньоквадратичної похибки (Мпр)	1	2	1

Відомо, див. напр. [11], що у разі налаштування на біноміальну форму реакція системи на вхідний сигнал є доволі повільною, проте відсутніми є перерегулювання. Досягти вищої швидкодії дозволяють стандартні лінійні форми розподілу з комплексно-спряженими коренями характеристич-

ного полінома, зокрема стандартна форма Батервортса. Однак, наявність уявної складової в коренях характеристичного поліному призводить до виникнення перерегулювання. У разі застосування характеристичного поліному Бесселя у реакції системи на одиничне збурення практично немає коливань і забезпечується достатньо малий час регулювання. Іншим поширеним видом розподілу коренів характеристичного поліному на комплексній площині є стандартна лінійна форма Чебишова. Перевагою стандартної лінійної форми Чебишова є різкий спад амплітудно-частотної характеристики системи після частоти зрізу, що обумовлює широке застосування цього налаштування під час синтезу фільтрів низьких частот у різних пристроях автоматики. У разі характеристичного полінома, що забезпечує найбільшу швидкодію, приймають некратний розподіл комплексно-спряжених коренів з постійною дійсною частиною, а уявну складову задають у вигляді арифметичної прогресії.

Крім розглянутих вище варіантів існують і інші стандартні лінійні форми, одержані в результаті мінімізації деяких функціоналів якості. Зокрема, якщо в системі необхідно забезпечити мінімум від квадрата похиби регулювання, мінімізують такий функціонал

$$J = \int_0^{\infty} (x(\infty) - x(t))^2 dt$$

### Постановка задачі

Розглянемо класичну задачу теорії керування в загальному вигляді (див. напр. [8])

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{x}(t)}{dt} &= A\bar{x}(t) + B\bar{u}(t), \\ \bar{y}(t) &= C\bar{x}(t) + D\bar{u}(t), \\ \bar{x}(0) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

де

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{k_c + k_{f1}}{T_{M1}} & -\frac{1}{T_{M1}} & \frac{k_c}{T_{M1}} \\ \frac{1}{T_c} & 0 & -\frac{1}{T_c} \\ \frac{k_c}{T_{M2}} & \frac{1}{T_{M2}} & -\frac{k_c + k_{f2}}{T_{M2}} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} \frac{1}{T_{M1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_{M2}} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = 0, \quad (3)$$

$$x(p) = (w_1^*(p), M_{12}^*(p), w_2^*(p)), \bar{u}(p) = (M_1^*(p), 0, M_c^*(p)). \quad (4)$$

Наведені в (2)–(4) змінні – це нормовані величини, фізичне значення яких задежить від типу двомасової системи: з пружними деформаціями скручування, розтягу чи згину. Зокрема, у випадку двомасової системи з пружними деформаціями скручування  $k_{f1}, k_{f2}$  – пропорційні до моментів зовнішнього в'язкого тертя в підшипниках зі змащуванням,  $k_c$  – пропорційний до коефіцієнта внутрішнього в'язкого тертя у пружному валу,  $T_{M1}, T_{M2}$  – сталі часу першої та другої мас відповідно, а  $T_c$  – стала часу пружного елемента,  $w_1^*(p)$  та  $w_2^*(p)$  – кутові швидкості на кінцях пружного вала,  $M_{12}^*$  – момент пружного елемента,  $M_1^*$  – нормований момент двигуна,  $M_c^*$  – нормований момент зовнішніх збурень. Надалі силами тертя будемо нехтувати, тобто приймемо  $k_{f1} = k_{f2} = k_c = 0$ .

### Результати досліджень

Перехідні процеси в двомасовій системі з традиційним модальним регулятором наведено на рис. 1. Здебільшого досліджують перехідні процеси за вихідною координатою ( $x_3(t)$ ). До того ж у реальних системах діють обмеження на проміжні координати. Тому на рисунках у цій роботі

наведено перехідні процеси і в проміжних координатах – швидкості першої маси ( $x_1(t)$ ) та пружний момент ( $x_2(t)$ ).

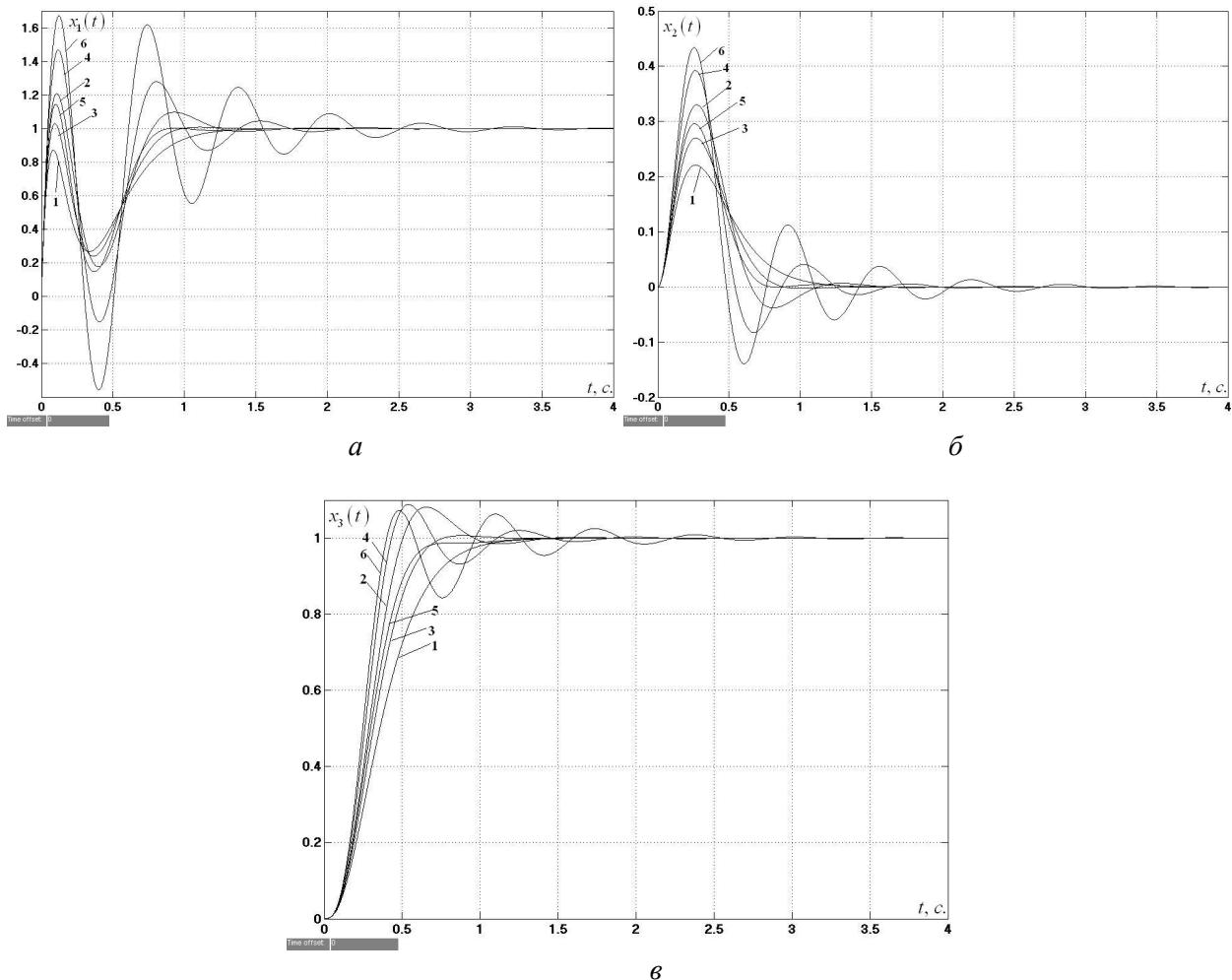


Рис. 1. Результати моделювання системи з регулятором, що налаштований

на стандартні лінійні форми з табл. 1: а –  $x_1(t)$ ; б –  $x_2(t)$ ; в –  $x_3(t)$ .

Лінії на графіках пронумеровано відповідно до табл. 1

Для зменшення перерегулювання в системі та забезпечення високої швидкодії введемо нечіткий регулятор рипу Такагі-Сугено [14]. У такому разі для лінгвістичної змінної “похибка регулювання” та двох її термів “Big”(B, велика) та ”Small”(S, мала) застосуємо функції належності, що зображені на рис. 2 (див. [13]). Треба зазначити, що у цій статті функція належності не оптимізувалась, як це зроблено в статті [4]. База правил матиме вигляд

$$IF (e \text{ in } B) THEN \bar{u}(t) = f_B(\bar{x}),$$

$$IF (e \text{ in } S) THEN \bar{u}(t) = f_S(\bar{x}),$$

де  $e = e(t) = x_{\text{зад},n} - x_n(t)$ ,  $f_B(\bar{x})$  та  $f_S(\bar{x})$  відповідні функції вектора станів системи. У випадку регулятора за повним вектором станів

$$f_i(\bar{x}) = K_i \bar{x}(t), \quad i \in \{B, S\}$$

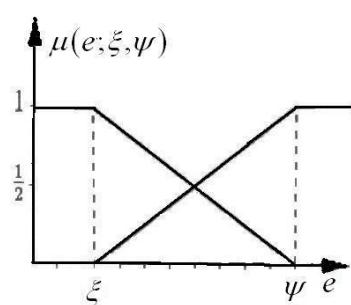


Рис. 2. Функції належності S  
та Z типу

Дефазифікацію проводитимемо спрощеним гравітаційним методом. Тоді

$$u(\bar{t}) = m(t) f_B(\bar{x}) + (1 - m(t)) f_s(\bar{x})$$

Для порівняння впливу розподілу коренів характеристичного полінома на характеристики досліджуваної динамічної системи з урахуванням проміжних координат обчислимо узагальнений інтегральні показники якості

$$I^* = 0.97I + 0.03F_{penalty} \quad (5)$$

де

$$I_1 = \int_0^T t e^2(t) dt; \quad I_2 = \int_0^T t |e(t)| dt, \quad (6)$$

$$I = 0.5(I_1 + I_2), \quad (7)$$

$$F_{penalty} = \left( \frac{x_1(t)}{x_{1,\max}} \right)^2 H\left( \frac{x_1(t)}{x_{1,\max}} \right) + \left( \frac{x_3(t)}{x_{3,\max}} \right)^2 H\left( \frac{x_3(t)}{x_{3,\max}} \right) + \frac{t_{ycm}}{3}.$$

Тут  $I_1, I_2$  – класичні інтегральні показники якості [12],  $F_{penalty}$  – функція покарання,  $H(\cdot)$  – функція Хевісайда,  $x_{1,\max}, x_{3,\max}$  – визначені максимальні допустимі перерегулювання і в цьому випадку вони становлять відповідно 20 та 5 %,  $t_{ycm}$  – час виходу на усталений режим функціонування (його поділено на три для співрозмірності з іншими величинами). Коефіцієнти 0.97 та 0.03 обрано з міркувань співрозмірності досліджуваних величин між собою.

Для проведення порівняння одержаних у цій статті результатів з класичним випадком в табл. 2 наведено результати дослідження системи з чітким модальним регулятором, який налаштований лише на якусь одну лінійну стандартну форму. Зазначимо, що усі форми досліджено за того самого значення  $w_0$ . Тут  $\max(x_1(t))$  – максимальне перерегулювання змінної  $x_1(t)$ ;  $\max(x_3(t))$  – максимальне перерегулювання змінної  $x_3(t)$ ;  $t_{5\%}$  – час входження в 5% зону;  $t_1$  – час першого досягнення заданого значення.

Таблиця 2

**Порівняння кількісного ефекту  
використання регуляторів, що налаштовані на різні стандартні форми**

	$I_2$	$I_4$	$I$	$\max(x_1(t))$	$\max(x_3(t))$	$I^*$	$t_{5\%}, \text{с}$	$t_1, \text{с.}$	$t_{ycm}, \text{с}$
Бін	0.04833	0.10667	0.07750	1.00000	1.00000	0.09375	0.83950	1.12100	1.85750
Бат	0.02963	0.06858	0.04911	1.20906	1.08147	0.13322	0.79550	0.49600	2.33050
Бес	0.03605	0.06854	0.05229	1.03110	1.00682	0.06783	0.61400	0.71100	1.71075
Чеб	0.02536	0.07272	0.04904	1.46926	1.08864	0.15681	0.96700	0.42600	3.20150
Ншв	0.03224	0.06510	0.04867	1.14512	1.00000	0.06674	0.57875	1.04150	1.95300
Мпр	0.02667	0.11979	0.07323	1.67263	1.07273	0.15063	1.16450	0.39550	–

Як зазначено у цій таблиці, у випадку системи з регулятором, що забезпечує мінімум інтеграла від квадрата похиби регулювання, за час моделювання 4с. система не вийшла на усталений режим функціонування.

Дослідимо тепер випадок системи з нечітким регулятором, параметри якого змінюються залежно від величини похиби регулювання. На рисунках, що зображені нижче, на початковому етапі (в області великих відхилень) траекторії позначені відповідно до табл. 1: траекторія системи у випадку коли підсистема, що функціонує в області великих відхилень, налаштована на стандартну форму 1 – біноміальну 2 – Батерворт; 3 – Бесселя; 4 – Чебишова; 5 – що забезпечує найбільшу швидкодію; 6 – що забезпечує мінімум інтеграла від квадрата похиби.

Для випадків, коли в області малих відхилень регулятор системи налаштовано на біноміальну форму, переходні процеси в системі зображені на рис. 3, а відповідні інтегральні показники якості (5)–(7) наведено у табл. 3.

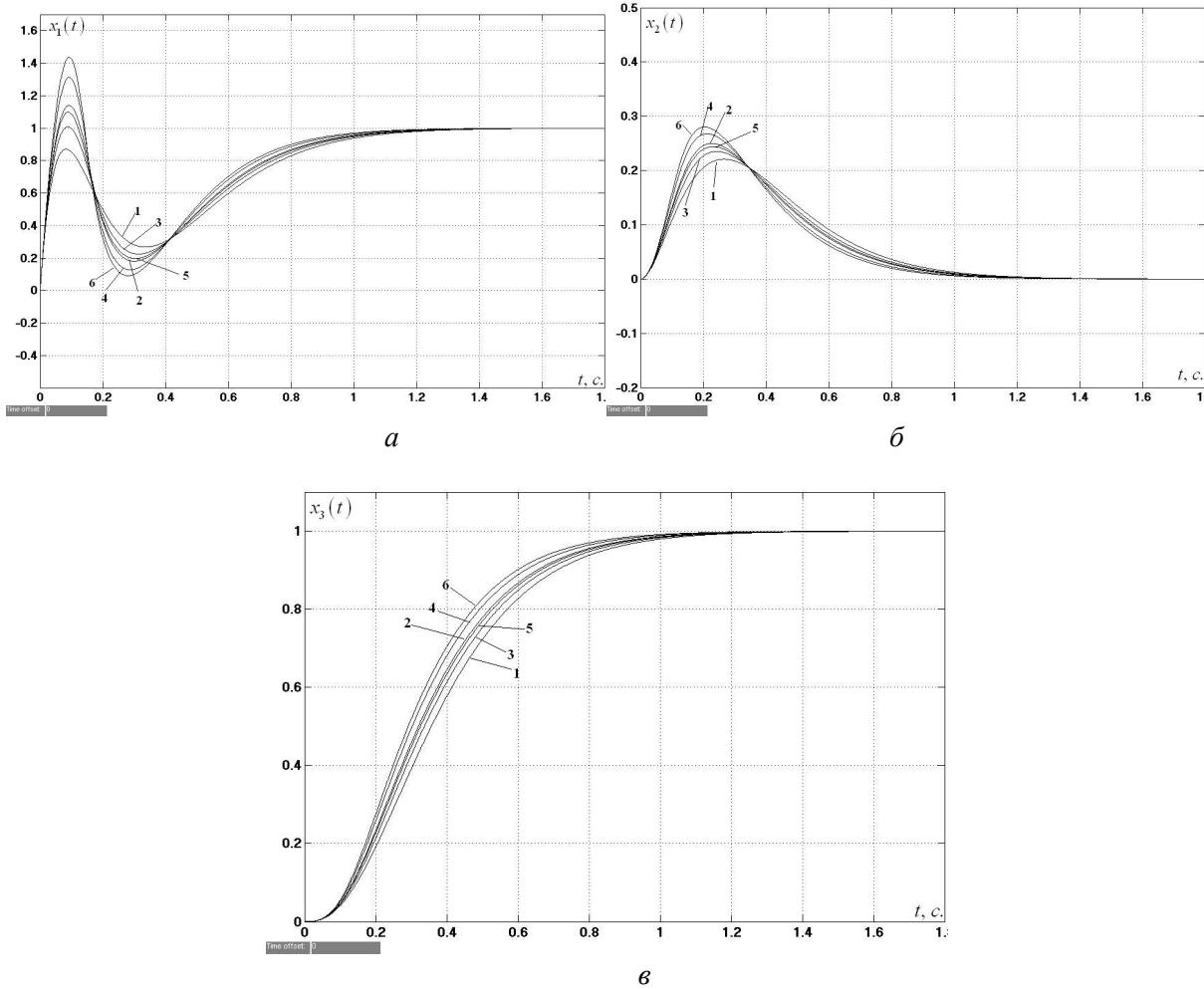


Рис. 3. Результати моделювання системи у випадку, коли підсистема, що функціонує в області малих відхилень, налаштована на стандартну лінійну біноміальну форму: а –  $x_1(t)$ ; б –  $x_2(t)$ ; в –  $x_3(t)$

Таблиця 3

**Порівняння кількісного ефекту використання регуляторів, у яких система, що функціонує в зоні малих відхилень, налаштована на стандартну біноміальну форму**

	$I_2$	$I_4$	$I$	$\max(x_1(t))$	$\max(x_3(t))$	$I^*$	$t_{5\%}, \text{с}$	$t_1, \text{с.}$	$t_{ycm}, \text{с}$
Бат-Бін	0.03971	0.08985	0.06478	1.14029	1.00000	0.08066	0.77950	1.05450	1.78250
Бес-Бін	0.04356	0.09765	0.07060	1.00814	1.00000	0.08670	0.80950	1.08800	1.82100
Чеб-Бін	0.03563	0.08110	0.05836	1.31353	1.00000	0.10983	0.74250	1.01050	1.72675
Ншв-Бін	0.04098	0.09258	0.06678	1.09852	1.00000	0.08275	0.79050	1.06750	1.79750
Мпр-Бін	0.03315	0.07540	0.05427	1.43682	1.00000	0.11244	0.71600	0.97675	1.67850

Наведені результати свідчать що у цьому випадку оптимальним є поєднання підсистем, що налаштовані на стандартну лінійну форму Батервортта та на біноміальну, адже в такому разі значення максимального перерегулювання перебуває в дозволених межах, а значення інтегральних показників якості є мінімальним.

Результати дослідження у випадку, коли в області малих відхилень система налаштована на стандартну форму Батервортса, наведено в табл. 4, а відповідні траєкторії руху систем та вихідні сигнали регуляторів зображені на рис. 4.

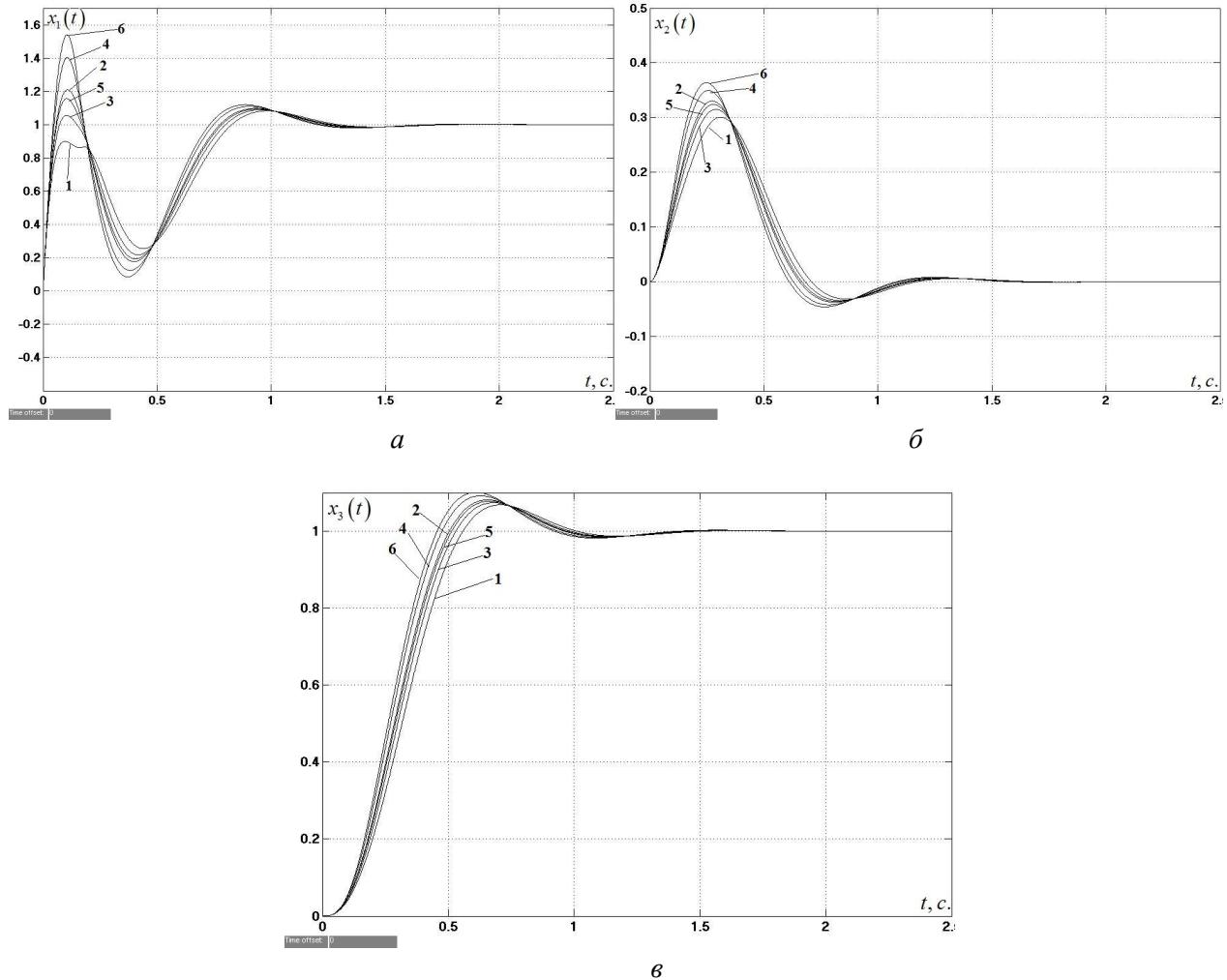


Рис. 4. Результати моделювання системи у випадку, коли підсистема, що функціонує в області малих відхилень, налаштована на стандартну лінійну форму Батервортса: а –  $x_1(t)$ ; б –  $x_2(t)$ ; в –  $x_3(t)$ .

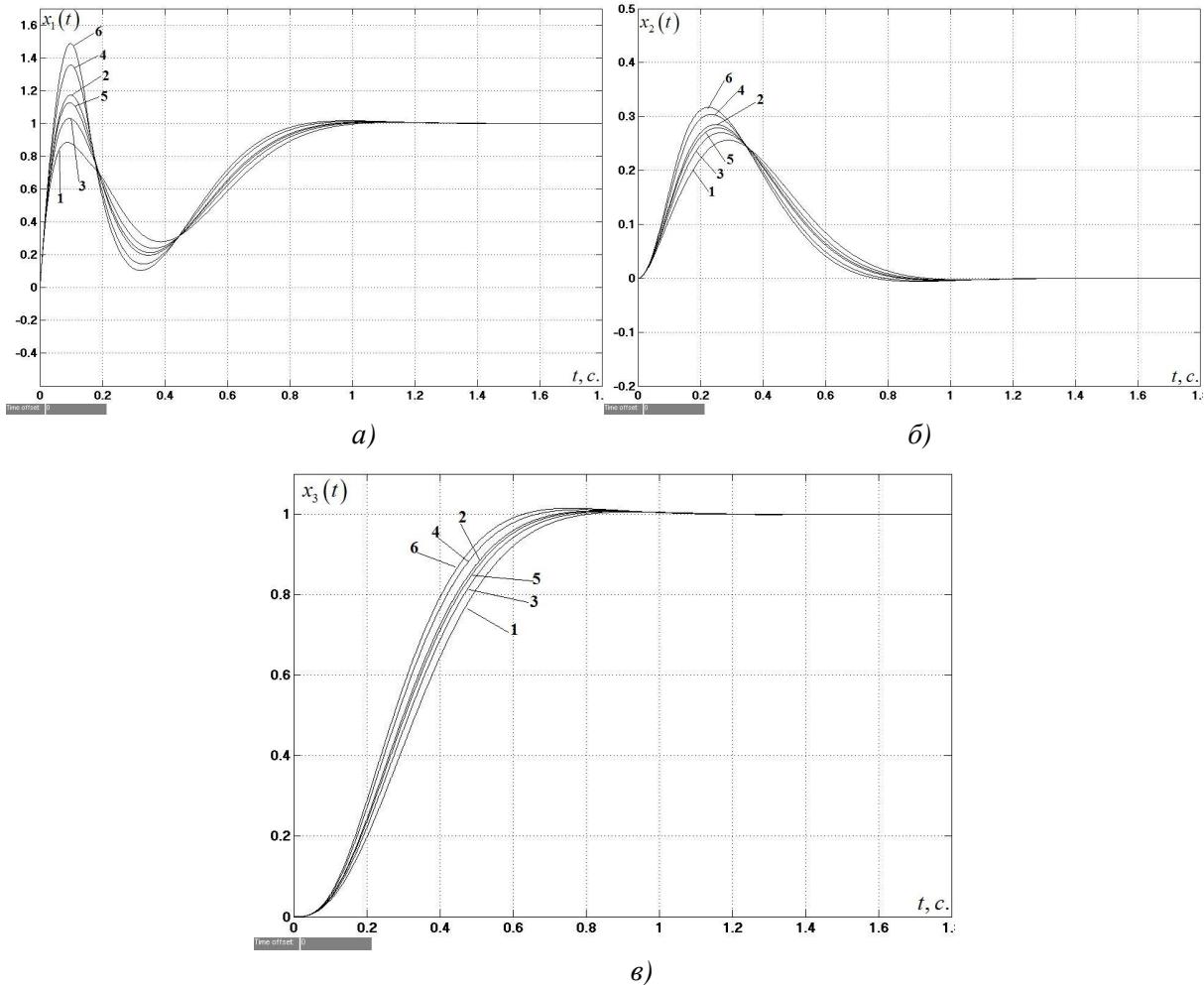
Таблиця 4

Порівняння кількісного ефекту використання регуляторів, у яких система, що функціонує в зоні малих відхилень, налаштована на стандартну форму Батервортса

	$I_2$	$I_4$	$I$	$\max(x_1(t))$	$\max(x_3(t))$	$I^*$	$t_{5\%}, \text{с}$	$t_1, \text{с.}$	$t_{ycm}, \text{с}$
Бін-Бат	0.03571	0.07668	0.05620	1.08296	1.06864	0.10927	0.81900	0.54850	2.36875
Бес-Бат	0.03225	0.07187	0.05206	1.08939	1.07422	0.10537	0.80550	0.52100	2.34800
Чеб-Бат	0.02701	0.06577	0.04639	1.40247	1.09224	0.14156	0.78550	0.46750	2.31200
Ншв-Бат	0.03043	0.06950	0.04997	1.15671	1.07836	0.10348	0.79850	0.50500	2.33650
Мпр-Бат	0.02553	0.06455	0.04504	1.53888	1.10115	0.14903	0.77975	0.44900	2.30075

Наведені результати свідчать про недоцільність застосування стандартної форми Батервортса в зоні малих відхилень, адже в такому випадку перерегулювання виходить за допустимі межі, а час виходу на усталений режим є достатньо великим порівняно з попередніми випадками.

Ще одним з можливих випадків є налаштування регулятора в області малих відхилень на стандартну лінійну форму Бесселя. Визначені у цьому випадку інтегральні показники якості (5)–(7) наведені у табл. 5, а відповідні перехідні характеристики зображені на рис. 5.



*Рис. 5. Результати моделювання системи у випадку, коли підсистема, що функціонує в області малих відхилень, налаштована на стандартну лінійну форму Бесселя: а –  $x_1(t)$ ; б –  $x_2(t)$ ; в –  $x_3(t)$*

*Таблиця 5*

**Порівняння кількісного ефекту використання регуляторів, у яких система, що функціонує в зоні малих відхилень, налаштована на стандартну форму Бесселя**

	$I_2$	$I_4$	$I$	$\max(x_1(t))$	$\max(x_3(t))$	$I^*$	$t_{5\%}, \text{с}$	$t_1, \text{с.}$	$t_{ycm}, \text{с}$
Бін-Бес	0.04015	0.07558	0.05786	1.00736	1.00577	0.07349	0.64400	0.74700	1.73650
Бат-Бес	0.03281	0.06281	0.04781	1.17302	1.00850	0.06326	0.58550	0.67450	1.68775
Чеб-Бес	0.02944	0.05692	0.04318	1.35655	1.01164	0.09685	0.55100	0.62950	1.66250
Ншв-Бес	0.03386	0.06473	0.04929	1.12653	1.00773	0.06477	0.59600	0.68850	1.69575
Мпр-Бес	0.02743	0.05354	0.04048	1.48667	1.01477	0.10178	0.52750	0.59800	1.64675

Грунтуючись на одержаних результатах, можемо стверджувати, що в цьому випадку оптимальна поведінка системи буде забезпеченa, коли на початковому етапі функціонуватиме підсистема з регулятором, що налаштований на стандартну форму Батерворт або на стандартну форму, що забезпечує найбільшу швидкодію. У випадку останньої, хоча показники швидкодії є дещо меншими, але вона дає змогу забезпечити жорсткіші умови на значення проміжних координат системи.

На рис. 6 зображені траєкторії руху та вихідні сигнали регулятора, відповідно, для систем, регулятори яких налаштовані на стандартну лінійну форму Чебишова у зоні малих відхилень. А у табл. 6 подано значення відповідних інтегральних показників якості.

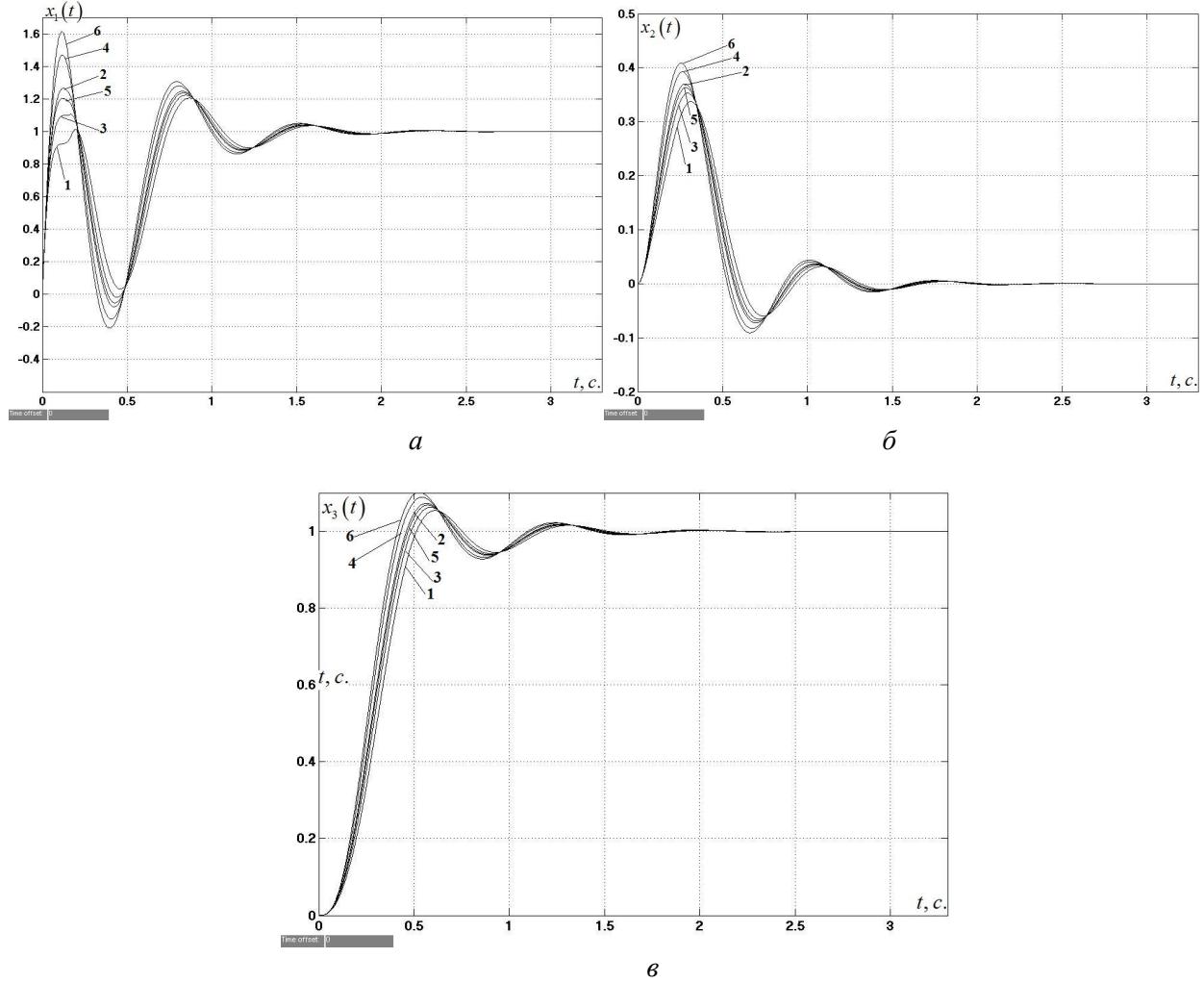


Рис. 6. Результати моделювання системи у випадку, коли підсистема, що функціонує в області малих відхилень, налаштована на стандартну лінійну форму Чебишова: а –  $x_1(t)$ ; б –  $x_2(t)$ ; в –  $x_3(t)$

Таблиця 6

**Порівняння кількісного ефекту використання регуляторів, у яких система, що функціонує в зоні малих відхилень, налаштована на стандартну форму Чебишова**

	$I_2$	$I_4$	$I$	$\max(x_1(t))$	$\max(x_3(t))$	$I^*$	$t_{5\%}, \text{с}$	$t_1, \text{с.}$	$t_{ycm}, \text{с}$
Бін-Чеб	0.03328	0.07914	0.05621	1.20515	1.05445	0.14736	0.98200	0.50450	3.23300
Бат-Чеб	0.02770	0.07371	0.05070	1.26515	1.07288	0.14596	0.97200	0.45350	3.21075
Бес-Чеб	0.03007	0.07558	0.05283	1.22344	1.06228	0.14533	0.97600	0.47750	3.22000
Ншв-Чеб	0.02841	0.07404	0.05123	1.23675	1.06826	0.14474	0.97250	0.46200	3.21350
Мпр-Чеб	0.02409	0.07283	0.04846	1.61308	1.10153	0.16619	0.96400	0.40850	3.19575

Наведені результати та міркування, аналогічні до випадку стандартної форми Батервorta у зоні малих відхилень, дозволяють стверджувати про недоцільність застосування стандартної лінійної форми Чебишова у зоні малих відхилень.

Результати дослідження для випадку налаштування регулятора системи на стандартну лінійну форму, що забезпечує найбільшу швидкодію, наведено на рис. 7, а відповідні значення інтегральних показників якості подано у табл. 7.

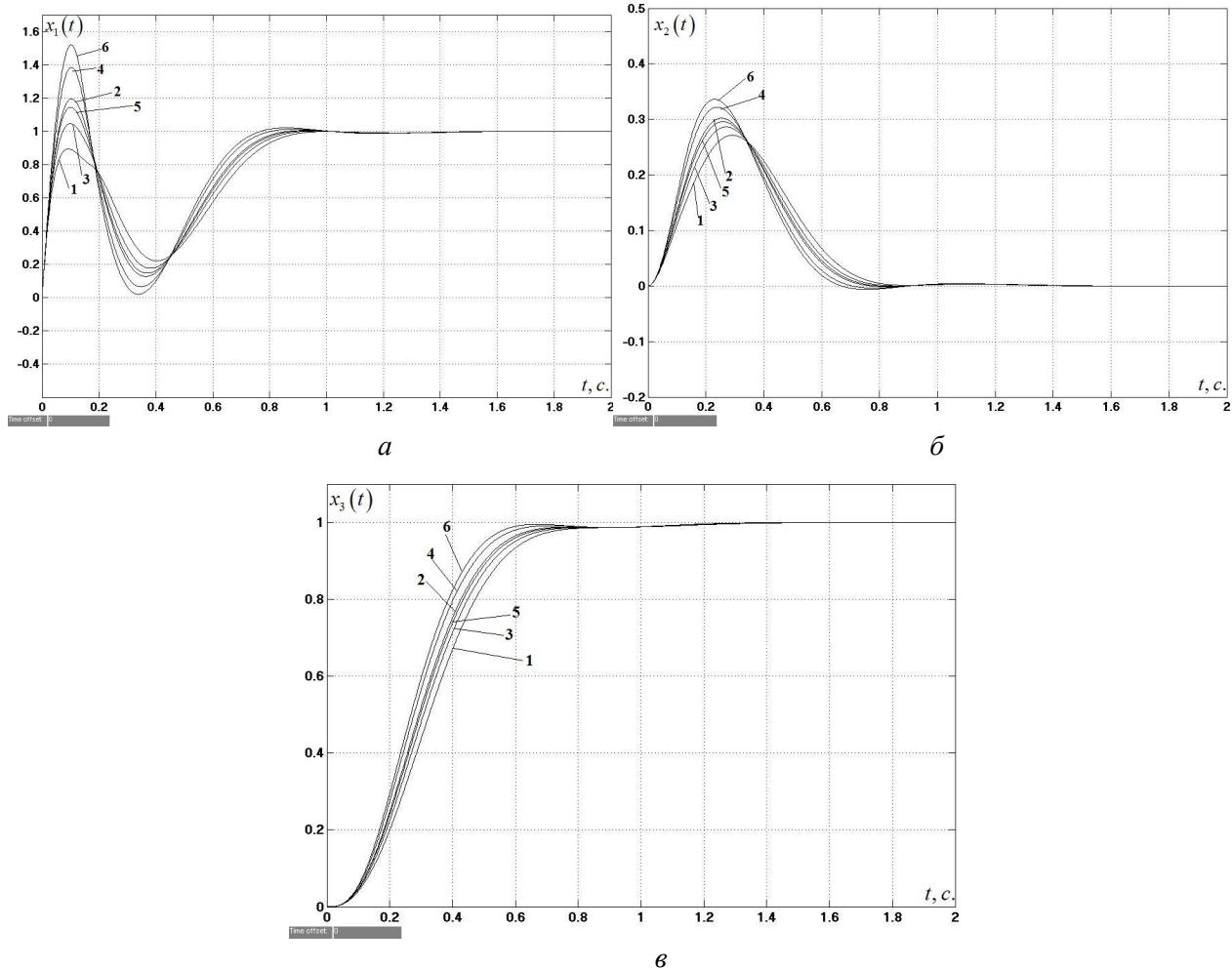


Рис. 7. Результати моделювання системи у випадку, коли підсистема, що функціонує в області малих відхилень, налаштована на стандартну лінійну форму, що забезпечує найбільшу швидкодію:

$$A - x_1(t); \delta - x_2(t); \vartheta - x_3(t)$$

Таблиця 7

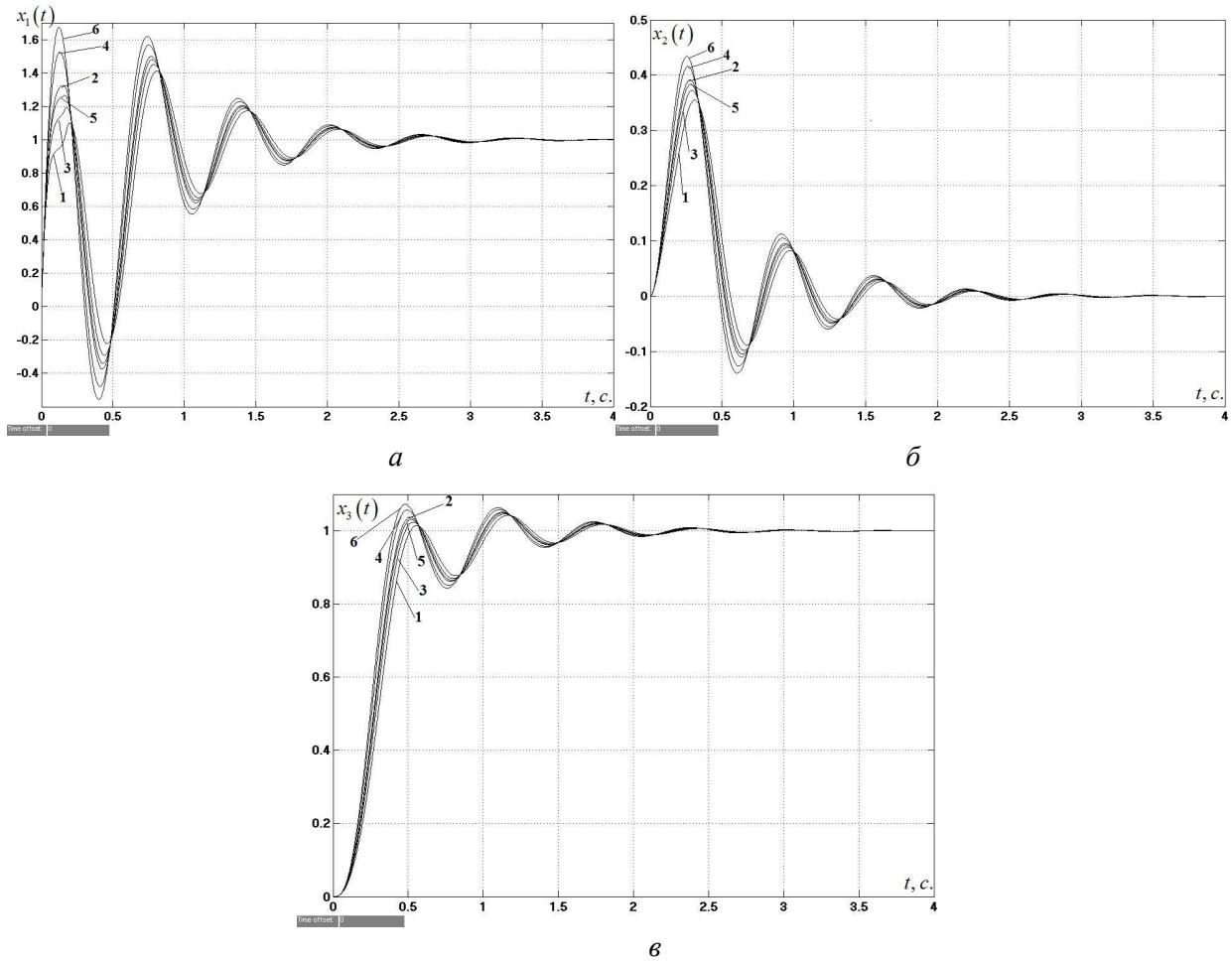
Порівняння кількісного ефекту використання регуляторів, у яких система, що функціонує в зоні малих відхилень, налаштована на стандартну лінійну форму, що забезпечує максимальну швидкодію

	$I_2$	$I_4$	$I$	$\max(x_1(t))$	$\max(x_3(t))$	$I^*$	$t_{5\%}, \text{с}$	$t_1, \text{с.}$	$t_{ycm}, \text{с}$
Бін-Ншв	0.03831	0.07616	0.05723	1.00000	1.00000	0.07529	0.62950	1.05850	1.97750
Бат-Ншв	0.03123	0.06298	0.04711	1.19495	1.00000	0.06519	0.56750	1.03900	1.94950
Бес-Ншв	0.03435	0.06908	0.05172	1.04637	1.00000	0.06979	0.59800	1.04750	1.96175
Чеб-Ншв	0.02797	0.05613	0.04205	1.38513	1.00000	0.10012	0.52975	0.65950	1.93600
Мпр-Ншв	0.02602	0.05166	0.03884	1.51966	1.00000	0.10506	0.50450	0.59875	1.92775

З наведених результатів випливає, що у випадку, коли в області малих відхилень регулятор налаштований на стандартну лінійну форму, що забезпечує найбільшу швидкодію у зоні великих

відхилень доцільно налаштовувати регулятор Батерворт, адже у випадку налаштування на стандартну форму, що забезпечує мінімум від квадрата похибки, максимальне перерегульовання перевищує допустиму межу у 5%, хоча значення  $I$  і  $\epsilon$  є найменшим.

Крім того, було визначені шукані значення інтегральних показників якості у випадку, коли регулятор системи налаштований на мінімум квадрата похибки регульовання. Результати досліджень у цьому випадку наведено на рис. 8 та у табл. 8.



*Рис. 8. Результати моделювання системи у випадку, коли підсистема, яка функціонує в області малих відхилень, налаштована на стандартну лінійну форму, що забезпечує мінімум від квадрата похибки: а –  $x_1(t)$ ; б –  $x_2(t)$ ; в –  $x_3(t)$*

*Таблиця 8*

**Порівняння кількісного ефекту використання регуляторів, у яких система, яка функціонує в зоні малих відхилень, налаштована на стандартну лінійну форму, що забезпечує мінімум інтеграла від квадрата похибки**

	$I_2$	$I_4$	$I$	$\max(x_1(t))$	$\max(x_3(t))$	$I^*$	$t_{5\%}, \text{с}$	$t_1, \text{с.}$	$t_{ycm}, \text{с}$
Бін-Мпр	0.03459	0.11502	0.07481	1.41138	1.04210	0.10406	0.97175	0.50175	–
Бат-Мпр	0.02956	0.11422	0.07189	1.49982	1.05109	0.13666	1.14850	0.44350	–
Бес-Мпр	0.03164	0.11349	0.07256	1.45089	1.04612	0.10424	0.95450	0.47150	–
Чеб-Мпр	0.02762	0.11686	0.07224	1.56718	1.05792	0.14170	1.16175	0.41375	–
Ншм-Мпр	0.03015	0.11343	0.07179	1.47912	1.04898	0.10522	0.94475	0.45350	–

З наведених на рис. 8 результатів випливає, що застосування регулятора системи, який в зоні малих відхилень налаштований на стандартну лінійну форму, що забезпечує мінімум квадрата

похибки, спричиняє значну інерційність у системі, та коливність і питання доцільності застосування її в зоні малих відхилень викликає сумніви.

Таблиця 9  
Зведенна таблиця кількісних оцінок застосування  
різних стандартних лінійних форм для синтезу нечіткого регулятора

№ з/п		$I_2$	$I_4$	$I$	$\max(x_1(t))$	$\max(x_3(t))$	$I^*$	$t_{5\%}, \text{c}$	$t_1, \text{c.}$	$t, \text{c}$
1	Бес	0.03605	0.06854	0.05229	1.03110	1.00682	0.06783	0.61400	0.71100	1.71075
2	Ншв	0.03224	0.06510	0.04867	1.14512	1.00000	0.06674	0.57875	1.04150	1.95300
3	Бат-Бес	0.03281	0.06281	0.04781	1.17302	1.00850	0.06326	0.58550	0.67450	1.68775
4	Ншв-Бес	0.03386	0.06473	0.04929	1.12653	1.00773	0.06477	0.59600	0.68850	1.69575
5	Бат-Ншв	0.03123	0.06298	0.04711	1.19495	1.00000	0.06519	0.56750	1.03900	1.94950
6	Ншв-Мпр-Бес	0.03066	0.05466	0.04266	1.14512	1.00325	0.05704	0.52350	0.60575	1.56550

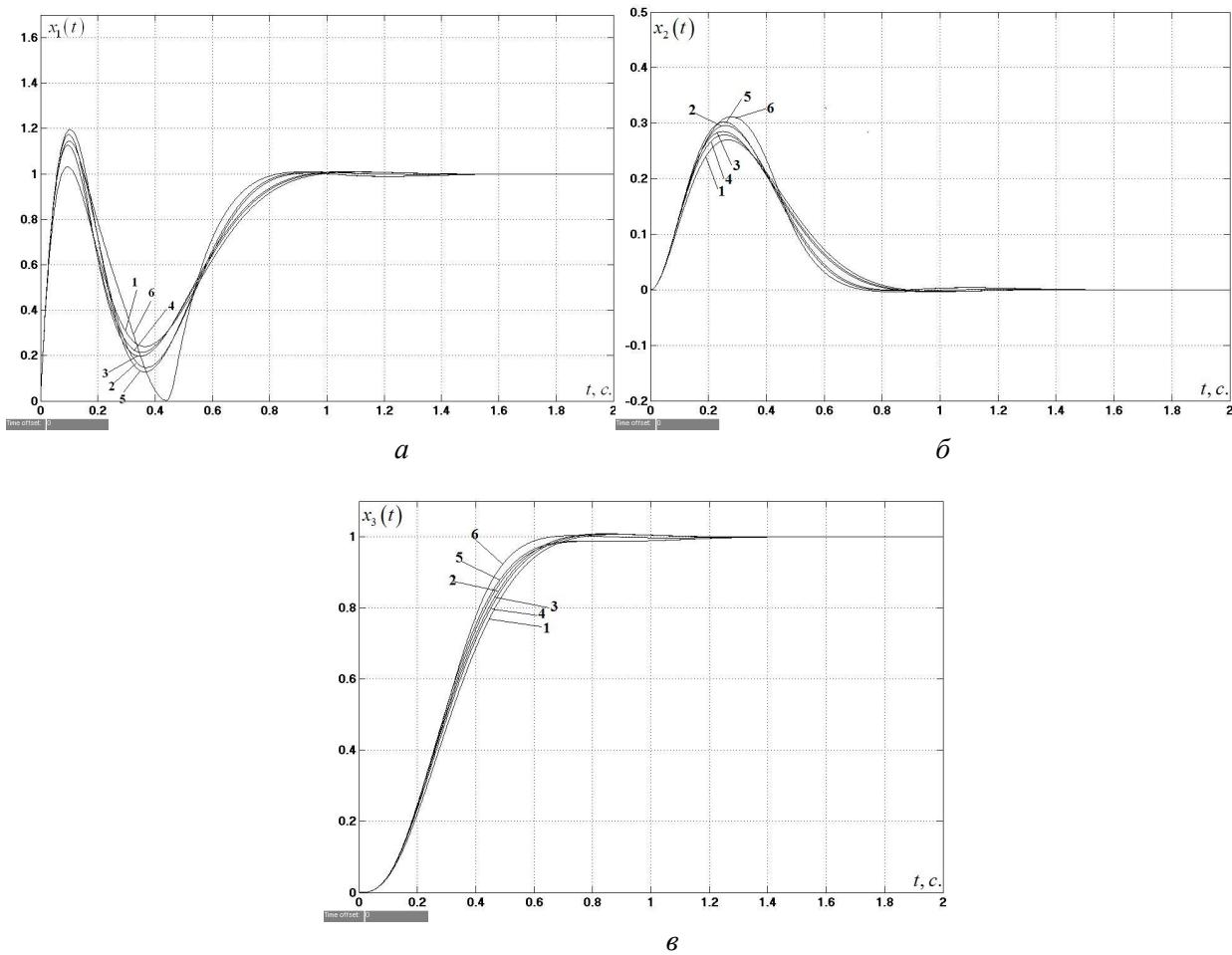


Рис. 9. Результати моделювання системи: а –  $x_1(t)$ ; б –  $x_2(t)$ ; в –  $x_3(t)$ .

Лінії на графіках пронумеровано відповідно до табл. 9

Наведені результати експериментів свідчать про те, що здебільшого значення  $x_1(t)$  перевищує або наближається до максимального допустимого значення. Наведені графіки переходних процесів свідчать, що амплітуда коливань цієї змінної з часом зменшується. Тому доцільним є розглянути систему, що складається з трьох підсистем, в якої на початковому етапі діяли підсистема з малим максимальним значенням  $x_1(t)$ , а на кінцевому (в області малих відхилень) – підсистема, що забезпечуватиме плавне

наближення до області робочої точки. Зокрема істотного виграшу у швидкодії системи можна досягти, застосувавши на початковому етапі (в області великих відхилень) підсистему з регулятором, що забезпечує найбільшу швидкодію, потім підсистему, що забезпечує мінімум інтеграла від квадрата похибки, а в області малих відхилень – підсистему з регулятором, що налаштована на стандартну лінійну форму Бесселя.

Для порівняння пропонованих підходів на рис. 9 зображені переходні процеси в досліджуваній системі з регуляторами, що забезпечують мінімальні значення інтегрального показника якості за дотримання обмежень на проміжні координати. Відповідні значення досліджуваних величин наведено в табл. 9.

Наведені результати свідчать, що застосування динамічної системи з нечітким регулятором, що складається з трьох підсистем, дозволяє забезпечити виграш у швидкодії порівняно як з системами з класичними модальними регуляторами, так і порівняно з системами з нечіткими регуляторами та двома підсистемами.

## Висновки

Грунтуючись на одержаних результатах (див. табл. 9), можемо стверджувати, що застосування інтелектуального керування істотно покращує динамічні характеристики системи.

Наведені результати свідчать, що оптимальним є застосування системи, що складається з трьох підсистем: підсистеми з регулятором, що налаштований на стандартну лінійну форму, яка забезпечує максимальну швидкодію (в області великих відхилень), підсистеми з регулятором, який налаштований на стандартну лінійну форму Бесселя (в області малих відхилень) та підсистеми з регулятором, що налаштований на стандартну форму, яка забезпечує мінімум інтеграла від квадрата похибки. У такому разі вдається досягти виграшу у швидкодії до 1.82 разу порівняно зі стандартною біноміальною формою, до 1.15 разів порівняно зі стандартною формою Батервортса, 1.23 разу порівняно з стандартною формою Бесселя, 1.15 разу порівняно зі стандартною формою Чебишова, 1.14 разу порівняно з стандартною формою, що забезпечує найбільшу швидкодію та до 1.72 разу порівняно зі стандартною формою, що забезпечує мінімум інтеграла похибки регулювання.

1. Акимов Л.В. Динамика двухмассовых систем с нетрадиционными регуляторами скорости и наблюдателями состояния / Л.В. Акимов, В.И. Колотило, В.С. Марков – Харків: ХПІУ, 2000. – 93 с.
2. Бойчук Б.Г. Аналіз динаміки систем автоматичного керування 4-го порядку за коефіцієнтами їх структурованих характеристичних поліномів / Б.Г. Бойчук, Я.С. Паранчук // Збірник наукових праць Дніпродзержинського ДТУ. Тематичний випуск "Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика" / Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2007. – С. 334-337.
3. Головач І.Р. Формування характеристичного полінома на основі компромісних поєднань стандартних форм / І.Р. Головач, А.О. Лозинський // Збірник наукових праць Дніпродзержинського ДТУ. Тематичний випуск "Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика" / Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2007. – С. 346-348.
4. Демків Л.І. Дослідження впливу вибору параметрів функції належності, як ступенів свободи нечіткого регулятора, на характеристики динамічної системи / Л.І. Демків // Вісник НУ"Львівська політехніка", серія "Фізико-математичні науки". – 2013. – № 768.– С. 105-110.
5. Лозинський А.О. Дослідження впливу вигляду функції належності на динамічні показники системи при багатокритеріальній оптимізації зі змінними ваговими коефіцієнтами / А.О. Лозинський, Л.І. Демків // Електротехнічні та комп'ютерні системи. – 2012. – № 5.– С. 137-144.
6. Лозинський О.Ю. Синтез двомасових і тримасових систем автоматичного регулювання положення електродів при врахуванні випадкового характеру збурень. / О. Ю. Лозинський, Я. Ю. Марущак, Я.С. Паранчук, Н.Ю. Попова // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка". – 1997. – № 288. – С. 77-85.
7. Марущак Я.Ю. Використання стандартних форм розподілу коренів при синтезі електромеханічних систем методом параметричної оптимізації / Я.Ю. Марущак // Вісник Харківського Національного політехнічного університету. Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика. Харків: ХНІУ. – 2001. – № 10. – С. 88-90.
8. Марущак Я.Ю. Синтез електромеханічних систем з послідовним та паралельним коригуванням / Я.Ю. Марущак – Львів: Видавництво Нац. ун-ту "Львівська політехніка", 2005. – 207 с.
9. Мирославский Д.Е. Проектирование регуляторов электроприводов на базе стандартных передаточных функций / Д.Е. Мирославский // Агентство научно-

технической информации. Научно-техническая библиотека[Електронний ресурс]. – 2009. – Режим доступу до журн.: <http://sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/9692.html>. – 10. Мирославский Д.Е. Линейные оптимальные регуляторы электроприводов / Д.Е. Мирославский // Агентство научно-технической информации. Научно-техническая библиотека[Електронний ресурс]. – 2010. – С. 21. – Режим доступу до журн.: <http://www.sciteclibrary.ru/texsts/rus/stat/st3404.pdf>. 11. Осичев А.В. Стандартные распределения корней в задачах синтеза в электроприводе / А.В. Осичев, В.О. Комляров, В.С. Марков // Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика:[Труды конференции]. Харьков: Основа. – 1997. – С. 104–109. 12. Nagrath I.J. Control systems engineering / I.J. Nagrath, M. Gopal – New age Int., 2011. 13. Piegat A. Modelowanie i sterowanie rozmyte / A. Piegat – Warszawa: "Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT", 2003. – 678 p. 14. Takagi T. Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control / T. Takagi, M. Sugeno // IEEE Trans. on Syst. – 1985. – V. SMC-15. No. 1. – P. 116–132. 15. Толочко О.И. Применение метода стандартных полиномов при синтезе систем подчинённого регулирования / О.И. Толочко // Вісник Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля. – Луганськ. – № 4(62). – С. 114–120.

УДК 621.311:62-53

Б.Л. Копчак

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра ЕМА

## АНАЛІЗ ТОЧНОСТІ АПРОКСИМАЦІЇ ОБ’ЄКТІВ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ ВИСОКОГО ПОРЯДКУ ДРОБОВИМИ ПЕРЕДАВАЛЬНИМИ ФУНКЦІЯМИ РІЗНОГО ТИПУ

© Копчак Б.Л., 2014

Проведено апроксимацію передавальної функції високого порядку синтезованими методом рою частинок ланками (моделями) дробового порядку різного типу та отримано оцінку точності такої апроксимації на основі порівняння переходних та частотних характеристик шляхом математичного моделювання в середовищі MATLAB Simulink. Доведено, що для апроксимації переходної характеристики асинхронного генератора з самозбудженням доцільноті використовувати дробову модель першого порядку.

**Ключові слова:** об’єкти електромеханічних систем, метод рою частинок, ланка дробового порядку, апроксимація.

An approximation of the transfer function of the high-order particle swarm synthesized by links (models) of various types of fractional order and estimate the accuracy of this approximation by comparing transient and frequency characteristics by means of mathematical modelling in MATLAB Simulink. We prove that the approximations for induction generator with self excitation using fractional model of the first order.

**Key words:** electromechanical systems, particles swarm method, fractional order transfer function, approximation.

### Постановка проблеми

Під час оптимізації контурів систем автоматичного керування (САК) електромеханічних систем (ЕМС), в яких об’єкти керування описуються передавальними функціями (ПФ) високого порядку, зазвичай, вдаються до пониження порядку чисельника і знаменника, нехтуючи складовими з операторами з високими степенями. Як показано в [1], представлення об’єкта