УДК 621.311:62-53

А. С. Куцик, А. О. Лозинський, О. Ф. Кінчур* Національний університет "Львівська політехніка", кафедра електроприводу і комп'ютеризованих електромеханічних систем, кафедра електричних машин і апаратів, * Національний університет водного господарства (м. Рівне)

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СИСТЕМИ «ЧАСТОТНО-КЕРОВАНИЙ ЕЛЕКТРОПРИВОД – НАСОС – ВОДОПРОВІДНА МЕРЕЖА»

© Куцик А. С., Лозинський А. О., Кінчур О. Ф., 2015

Розроблено математичну модель системи «частотно-керований електропривод насоса – водопровідна мережа», яка дає змогу досліджувати поведінку системи при різних законах керування в режимах накиду чи скидання навантаження, пуску асинхронного двигуна, і аналізувати енергетичну ефективність застосованих алгоритмів керування за різних графіків водоспоживання протягом доби. Для створення математичної моделі використано об'єктно-орієнтований підхід, який дозволяє використовувати різноманітні моделі елементів системи залежно від класу розв'язуваних задач.

Ключові слова: насос, частотно-керований електропривод, математичне моделювання.

The mathematical model of the system "The frequency-controlled electric drive – pump – water-supply network", that allows to research the behavior of the system with the different control laws, in the regimes of starting and loading of asynchronous motor, is carried out to analyze of power efficiency of the applied control algorithms for the different graphic of water consumption during twenty-four hours. For the creation of mathematical model the object-oriented method is used that allows to use the various models of elements of the system depending on the decided problem.

Key words: pump, frequency-controlled induction drive, mathematical modeling.

Постановка проблеми

Водопровідні насосні станції повинні забезпечувати безперервне подавання води споживачеві за дотримання заданого напору в контрольних точках водопровідної мережі відповідно до реального режиму водоспоживання. Одним з актуальних завдань підвищення енергоефективності роботи систем водопостачання є створення нових алгоритмів керування частотно-керованим електроприводом насоса, адже саме цей тип приводу набув найбільшого поширення і є одним з найбільших споживачів електричної енергії [1, 2]. Це своєю чергою вимагає розроблення математичних моделей, які враховували би характеристики електроприводів насосів, особливості роботи самого насоса та характеристики гідромережі.

Аналіз останніх досліджень

Специфіка роботи самого технологічного об'єкта та складність процесів, які відбуваються в системі «насосна станція – водопровідна мережа», а також широке коло розв'язуваних завдань спричинило використання під час проведення досліджень моделей різного рівня адекватності:

- найпростіші лінійні моделі на основі передавальних функцій керованого електроприводу та насоса, що застосовують для синтезу енергоефективних законів керування з використанням методів класичної теорії керування [3, 4];
- моделі з використанням детальнішого опису процесів в електричному двигуні і моделювання системи насос-водопровідна мережа за допомогою відповідної зміни моменту

навантаження, що використовують для синтезу законів керування перетворювачем частоти, які підвищують енергетичні показники самого приводу та забезпечують його роботу в широкому діапазоні зміни швидкостей [5–7];

- моделі з використання електрогідравлічних аналогій чи інших підходів для опису роботи насоса та водопровідної або іншої мережі, які найчастіше застосовують для аналізу процесів у різних точках мережі та ідентифікації пошкоджень [8, 9];
- моделі систем, які формуються на основі моделей окремих елементів різного рівня адекватності. За такого підходу найчастіше використовують модель асинхронного двигуна на основі заступної схеми, модель насоса на основі нелінійного диференційного рівняння першого порядку, в основі якого лежить параболічна залежність між характеристиками насоса та водопровідної мережі в усталеному режимі, а також модель ділянки водопровідної мережі, сформованої з використанням електрогідравлічних аналогій [10–13]. Такі моделі найчастіше застосовують для аналізу процесів у системі в моменти пуску та зупинки двигуна приводу насоса та оцінювання ефективності роботи запропонованого алгоритму керування.

Принцип моделювання систем з використанням моделей різного рівня адекватності реалізовано і в спеціалізованому пакеті SymHydraulics програмного пакета MatLab.

Наведені вище моделі для дослідження поведінки частотно-керованого електроприводу насоса з урахуванням впливу на водопровідну мережу не дають змоги досліджувати роботу системи в нормальних та аварійних режимах з урахуванням всіх визначальних чинників: нелінійності кривої намагнічування, можливої несиметрії напруги мережі живлення, взаємовпливів між водопровідною мережею і приводом наноса тощо.

Формування цілей статті

Метою статті є розроблення математичної моделі системи «керований електропривод насоса – водопровідна мережа» з застосуванням об'єктно-орієнтованого методу, описаного в роботі [14], яка би відповідала зазначеним вище вимогам до повноти опису елементів системи і врахування взаємних впливів між ними.

Виклад основного матеріалу

Відповідно до згаданого підходу система (рис. 1) розбивається на окремі елементи: мережа живлення, перетворювач частоти, асинхронний двигун з к.з. ротором, насос, водопровідна мережа. Кожний елемент системи описується за допомогою математичної моделі, складність якої відповідає класу розв'язуваних задач.



Рис. 1. Структурна схема системи керування:

СК – система керування; ПЧ – перетворювач частоти; АД – асинхронний двигун з к.з. ротором, КТ – короткий трубопровід; ВМ – водопровідна мережа; ДТ – давач тиску



Під час моделювання використаємо модель AM в об'єктно-орієнтованому вигляді, описану в [15]. Розрахункова схема асинхронної машини як багатополюсника показана на рис. 2. Для цієї схеми рівняння електричної рівноваги, записані в векторноматричній формі, матимуть вигляд:

$$\mathbf{r}_{1} - \mathbf{r}_{2} = \mathbf{R}_{a_{M}} \mathbf{i}_{M} + \frac{d \mathbf{\Psi}_{a_{M}}}{dt}$$
(1)

$$\mathbf{\phi}_{1} = (\mathbf{\phi}_{A1}, \mathbf{\phi}_{B1}, \mathbf{\phi}_{C1}, \mathbf{\phi}_{a1}, \mathbf{\phi}_{b1}, \mathbf{\phi}_{c1})_{t}$$
,

 $\mathbf{\dot{\phi}}_{2} = (\mathbf{\phi}_{A2}, \mathbf{\phi}_{B2}, \mathbf{\phi}_{C2}, \mathbf{\phi}_{a2}, \mathbf{\phi}_{b2}, \mathbf{\phi}_{c2})_{t}$ – вектори потенціалів зовнішніх полюсів багатополюсника, $\mathbf{\dot{i}}_{M} = (\mathbf{i}_{A}, \mathbf{i}_{B}, \mathbf{i}_{C}, \mathbf{i}_{a}, \mathbf{i}_{b}, \mathbf{i}_{c})_{t}$ – вектори струмів зовнішніх віток багатополюсника, тобто струмів статора і ротора, $\mathbf{\dot{R}}_{aM} = diag(\mathbf{r}_{A}, \mathbf{r}_{B}, \mathbf{r}_{C}, \mathbf{r}_{a}, \mathbf{r}_{b}, \mathbf{r}_{c})$ – діагональна матриця активних опорів обмоток статора і ротора,

 $\Psi_{aM} = (\Psi_A, \Psi_B, \Psi_C, \Psi_a, \Psi_b, \Psi_c)_t$ – вектор потокозчеплень обмоток статора і ротора.

де

Потокозчеплення у виразі (1) є функціями струмів всіх фаз обмоток статора і ротора, а також кута повороту ротора $\gamma_{\rm am}$. Відповідно для потокозчеплення фази A статора можна записати

$$\frac{\mathrm{d}\psi_{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial\psi_{\mathrm{A}}}{\partial i_{\mathrm{A}}}\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial\psi_{\mathrm{A}}}{\partial i_{\mathrm{B}}}\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{B}}}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial\psi_{\mathrm{A}}}{\partial i_{\mathrm{C}}}\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{C}}}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial\psi_{\mathrm{A}}}{\partial i_{\mathrm{a}}}\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{a}}}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial\psi_{\mathrm{A}}}{\partial i_{\mathrm{b}}}\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{b}}}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial\psi_{\mathrm{A}}}{\partial i_{\mathrm{c}}}\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{c}}}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial\psi_{\mathrm{A}}}{\partial \gamma_{\mathrm{am}}}\frac{\mathrm{d}\gamma_{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}t}$$

В отриманому виразі часткові похідні потокозчеплення за струмами є динамічними індуктивностями, які в цьому випадку представимо індуктивностями статичними, зокрема власною індуктивністю фази А обмотки статора та взаємними індуктивностями між фазами і обмотками. Тоді в векторно-матричній формі можна записати:

$$\frac{d\Psi_{aM}}{dt} = L_{aM} \frac{d\dot{i}_{M}}{dt} + \frac{d\Psi_{aM}}{d\gamma_{aM}} p_{0}\omega = L_{aM} p \dot{i}_{M} + \frac{dL_{aM}}{d\gamma_{aM}} \dot{i}_{M} p_{0}\omega, \qquad (2)$$

де p₀ – кількість пар полюсів AM, ω – кутова швидкість обертання ротора, L_{am} – матриця власних та взаємних індуктивностей обмоток AM:

$$\mathbf{f}_{\mathbf{L}_{aM}} = \begin{bmatrix} L_{AA} & L_{AB} & L_{AC} & L_{Aa} & L_{Ab} & L_{Ac} \\ L_{BA} & L_{BA} & L_{BC} & L_{Ba} & L_{Bb} & L_{Bc} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_{CC} & L_{Ca} & L_{Cb} & L_{Cc} \\ L_{aA} & L_{aB} & L_{aC} & L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{bA} & L_{bB} & L_{bC} & L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{cA} & L_{cB} & L_{cC} & L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix}$$

Згідно з [14] моделі типових елементів електромашиновентильних систем (EMBC) подають у вигляді об'єктів, до складу яких входять методи-елементи, що визначають дії під час математичного моделювання.

Відкритими методами-елементами об'єкта-моделі AM є методи-елементи GsC та DY. Метод Gs визначає такі дії об'єкта-моделі AM:

• формування зовнішнього вузлового векторного рівняння вигляду

$$\mathbf{p}\mathbf{i}_{am} + \mathbf{G}_{am}\mathbf{\phi}_{am} + \mathbf{C}_{am} = 0$$
(3)

$$\mathcal{A}e, \quad \dot{i}_{aM} = \begin{pmatrix} \mathbf{i}_{A} & \mathbf{i}_{A} \\ \mathbf{i}_{A} & -\mathbf{i}_{M} \end{pmatrix}_{t} \quad , \quad \dot{\boldsymbol{\phi}}_{aM} = \begin{pmatrix} \mathbf{i}_{A} & \mathbf{i}_{A} \\ \boldsymbol{\phi}_{1} & \boldsymbol{\phi}_{2} \end{pmatrix}_{t} \quad , \quad \dot{\boldsymbol{G}}_{aM} = \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{L}}_{-1} & -\dot{\boldsymbol{L}}_{-1} \\ \boldsymbol{C}_{aM} & \boldsymbol{C}_{-1} \\ -\boldsymbol{L}_{aM} & \boldsymbol{L}_{aM} \end{bmatrix} \quad ; \quad \dot{\boldsymbol{C}}_{aM} = \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{L}}_{-1} \\ \boldsymbol{C}_{-1} \\ -\boldsymbol{L}_{-1} \\ -\boldsymbol{L}_{aM} \end{bmatrix} \times \overset{\mathbf{r}}{\mathbf{E}}_{aM} \quad ; \quad \dot{\boldsymbol{E}}_{AM} = \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{L}}_{-1} \\ \boldsymbol{C}_{-1} \\ -\boldsymbol{L}_{-1} \\$$

 $\mathbf{r}_{\mathrm{E}_{\mathrm{am}}} = p_0 \frac{\partial \bar{\Psi}_{\mathrm{am}}}{\partial \gamma_{\mathrm{am}}} \omega + \mathbf{R}_{\mathrm{am}} \mathbf{i}_{\mathrm{m}}, \mathbf{L}_{\mathrm{am}}$ – матриця індуктивностей AM, яка визначається так:

$$\begin{split} & \left(L_{aM} = \frac{2}{3} \right) \begin{bmatrix} L_{m} + L_{\sigma s} + \frac{L_{0s}}{2} & \frac{-L_{m} - L_{\sigma s} + L_{0s}}{2} & \frac{-L_{m} - L_{\sigma s} + L_{0s}}{2} \\ \frac{-L_{m} - L_{\sigma s} + L_{0s}}{2} & L_{m} + L_{\sigma s} + \frac{L_{0s}}{2} & \frac{-L_{m} - L_{\sigma s} + L_{0s}}{2} \\ \frac{-L_{m} - L_{\sigma s} + L_{0s}}{2} & \frac{-L_{m} - L_{\sigma s} + L_{0s}}{2} & L_{m} + L_{\sigma s} + \frac{L_{0s}}{2} \\ \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM}) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) \\ \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM}) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) \\ \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) \\ \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) \\ \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) \\ \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) \\ \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) \\ \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) \\ \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) \\ \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) \\ \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) \\ \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) \\ \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) \\ \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) \\ \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) \\ \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) \\ \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) \\ \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) \\ \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} + \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) \\ \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) \\ \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) & \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) \\ \frac{L_{m}}{k} \cos(\gamma_{aM} - \rho) & \frac{L_{m}}{k}$$

де $\gamma_{a_{M}}$ – кут між осями однойменних фаз статора і ротора; $\frac{\partial \Psi_{a_{M}}}{\partial \gamma_{a_{M}}} = \frac{\partial L_{a_{M}}}{\partial \gamma_{a_{M}}} \mathbf{i}_{M}$ – вектор похідних

потокозчеплень обмоток за кутом γ_{am} . У разі врахування насичення робоча індуктивність L_m визначається як відношення модуля потокозчеплення ψ_m до струму намагнічування i_{μ} (ψ_m / i_{μ}).

- На основі матриці під'єднання П (описують спосіб під'єднання елемента-багатополюсника в систему) та коефіцієнтів рівняння вигляду (3) визначаються складові коефіцієнтів рівняння для визначення потенціалів вузлів системи (точок з'єднання зовнішніх віток елементів-багатополюсників), в складі якої працює асинхронна машина. У подальшому це рівняння розв'язується відносно потенціалів вузлів системи.
- На основі відомих інтегральних змінних асинхронної машини визначає інші змінні, зокрема електромагнітний момент:

$$M = \frac{3}{2} p_0 L_m (i_{r\beta} i_{s\alpha} - i_{r\alpha} i_{s\beta}),$$

$$\exists e \qquad i_{s\alpha} = \frac{2}{3} [i_A \cos(0) + i_B \cos(\rho) + i_C \cos(2\rho)] \qquad , \qquad i_{s\beta} = \frac{2}{3} [i_A \sin(0) + i_B \sin(\rho) + i_C \sin(2\rho)]$$

$$i_{r\alpha} = \frac{2}{3} [i_{a} \cos(\gamma_{aM}) + i_{b} \cos(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \cos(\gamma_{aM} - 2\rho)], \quad i_{r\beta} = \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM}) + i_{b} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - 2\rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM}) + i_{b} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - 2\rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM}) + i_{b} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - 2\rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM}) + i_{b} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - 2\rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM}) + i_{b} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - 2\rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM}) + i_{b} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - 2\rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - 2\rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_{aM} - \rho) + i_{c} \sin(\gamma_{aM} - \rho)] - \frac{2}{3} [i_{a} \sin(\gamma_$$

струми статора і ротора в прямокутній нерухомій системі координат α , β , $\rho = 2\pi/3$.

Метод DY визначає дії об'єкта-моделі асинхронної машини із знаходження вектора інтегрування асинхронної машини, елементами якого є похідні інтегральних змінних, на основі вектора потенціалів незалежних вузлів EMBC. Алгоритм його роботи такий:

- з рівняння (3) визначається вектор $p \tilde{i}_{aM}$, елементами якого є похідні струмів обмоток статора і ротора, з рівняння механічної рівноваги $pw = (M M_n)/J$ визначається похідна швидкості і за формулою р $\gamma_{aM} = p_0 \omega$ визначається похідна кута повороту ротора асинхронної машини. Момент навантаження привідного двигуна насоса визначаємо як $M_n(t) = \frac{rgQ(t)H_n(t)}{hw(t)}$, де $\rho = 1000$ кг/м³ густина води, η ККД насоса, ω кутова

швидкість обертання двигуна.

Аналогічно подано моделі інших елементів. Модель мережі з перетворювачем частоти, у цьому випадку, подано керованим джерелом живлення, що дає змогу збільшити швидкодію моделі для задач, в яких немає необхідності враховувати процеси в самому перетворювачі частоти, гармонічний склад напруги живлення асинхронного двигуна чи несиметрію напруги мережі.

Математична модель насоса відповідно до [4, 13] ґрунтується на використанні напірновитратної характеристики, апроксимованої виразом:

$$H_n(t) = av^2(t) + bv(t)Q(t) + cQ^2(t),$$

де H_n(t) – напір на виході насоса, v(t) – відносна швидкість обертання, Q(t) – витрата, a, b, c – коефіцієнти апроксимації.

З врахуванням інерційності напір на виході насоса визначається з рівняння:

$$\frac{\mathrm{dH}_{1}(t)}{\mathrm{dt}} = \frac{\mathrm{H}_{n}(t) - \mathrm{H}_{1}(t)}{\mathrm{T}_{n}}$$

Для моделювання гідравлічної мережі використано модель, описану в [12,13], відповідно до якої рівняння витрати та напору для ділянки трубопроводу мають такий вигляд:

$$\frac{dQ_{1}(t)}{dt} = \frac{1}{l_{1}} (H_{1}(t) - H_{2}(t) - r_{1}Q_{1}^{2}(t)),$$

$$\frac{dH_{2}(t)}{dt} = C_{1} (Q_{1}(t) - Q_{2}(t)),$$

де $H_1(t)$, $H_2(t)$ – напір на вході і на виході ділянки трубопроводу; $Q_1(t)$, $Q_2(t)$ – витрата на сусідніх ділянках трубопроводу; r_1 – гідравлічний опір ділянки гідромережі; $l_1 = l_{01}/(Sg)$, де l_{01} , S – довжина та площа поперечного перерізу трубопроводу.

Для математичного моделювання процесів використані такі параметри обладнання. Параметри насоса: Р = 760 кВт, η = 0.75, Q_{μ} = 0.556 м³/с, H_{μ} = 100 м. Параметри привідного асинхронного двигуна: $P_{\pi\mu}$ = 800 кВт, n_{μ} = 1500 об/хв., U_{μ} = 6000 В, I_{μ} = 94.5 A, J = 38 кг/м², індуктивність намагнічення L_m = 0.3 Гн, індуктивності розсіювання $L_{\sigma 1}$ = L' $_{\sigma 2}$ = 0.011 Гн, активні опори обмоток R_1 = 0.512 Ом, R'_2 = 0.53 Ом. Параметри гідромережі: a = 118, b = -20.38, c = -94.88, T_n = 0.1, l_1 = 20.28, r_1 = 0.62, C_1 = 4264.

Результати досліджень динамічних характеристик систем «частотно-керований асинхронний електропривід – насос – трубопровід» для режиму зміни витрат від 0.2 Qн до Qн (рис. 3) показано у вигляді часових залежностей основних координат. Основним завданням системи регулювання тиску, у цьому випадку, є стабілізація тиску (напору) на заданому рівні (70 м). Враховуючи розподіленість параметрів трубопроводу, тиск на його виході (рис. 5) дещо відрізняється від тиску на вході (рис. 4), а саме: зі збільшенням віддалі від насоса, на виході якого здійснюється регулювання тиску, зростає коливність тиску. Спостерігається зменшення тиску на виході трубопроводу,

зниження тиску на ділянці трубопроводу пропорційне до квадрата витрати води. Стабілізація тиску насоса здійснюється системою з ПІ-регулятором тиску, вихідний сигнал якого задає частоту напруги живлення АД і, відповідно, швидкість обертання (рис. 6). Величина напруги живлення АД, у цьому випадку, визначається законом частотного регулювання і для закону регулювання U/f = const, показана на рис. 7. На рис. 8 та 9 показана зміна струмів статора та ротора асинхронного двигуна за зміни навантаження. Струм ротора АД (рис. 8) визначається ковзанням, відповідно амплітуда і частота струму ротора зростає за збільшення витрати.



Вибраний закон частотного регулювання визначає зміну коефіцієнта потужності електроприводу за зміни витрати (рис. 10). Використання закону керування $U/f^2 = \text{const}$ дає змогу підвищити коефіцієнт потужності у разі зменшення витрати, а найкращий результат, для цієї системи, з погляду забезпечення максимального коефіцієнта потужності, дає використання закону $U/f^3 = \text{const}$, за якого відбувається максимальне зменшення магнітного потоку і струму намагнічення для низьких швидкостей обертання АД (у разі малих витрат).

Дослідження показників роботи системи «частотно-керований асинхронний електропривід – насос – трубопровід» проводились також і для реального характеру зміни витрат впродовж доби (рис. 11). Під час розрахунку реальний характер зміни добових витрат був апроксимований залежністю у зменшеному масштабі часу (рис. 12). Зміна споживання кожної наступної години моделювалася стрибкоподібною зміною споживання, яка через задавач інтенсивності подавалася в систему на виході водопровідної мережі. На рис. 13–18 показано характер зміни величин, які характеризують роботу системи у разі застосування скалярного закону керування $U/f^2 = \text{const.}$ Максимальне динамічне відхилення напору (тиску) в системі з ПІ-регулятором тиску становило 5.9 % в точці регулювання (на виході насоса, рис. 13).



Висновки

Отримані результати дають змогу стверджувати, що запропонована математична модель системи «частотно-керований електропривід – насос – водопровідна мережа» дозволяє і досліджувати поведінку системи при різних законах керування в режимах накиду чи скидання

навантаження, пуску асинхронного двигуна, і аналізувати енергетичну ефективність застосованих алгоритмів керування за різних графіків водоспоживання протягом доби.

Використання об'єктно-орієнтованого підходу під час моделювання системи дає змогу використовувати різноманітні моделі елементів системи залежно від класу розв'язуваних задач. Зокрема, оскільки вплив несиметрії напруги мережі, гармонічного складу напруги перетворювача частоти, а також аналіз поведінки в аварійних режимах у перетворювачі на роботу системи «насос – водопровідна мережа» не входив у завдання досліджень, замість детальної моделі «мережа живлення – перетворювач частоти» застосовано простішу модель керованого джерела живлення.

1. Лезнов Б. С. Энергосбережение и регулируемый привод в насосных и воздуходувных установках. – М:Энергоатомиздат, 2006 – 360 с. 2. Using variable speed drives (VSDs)in pump applications. Application guide No. 2. – ABB drives. – 36 р. 3. Попович М. Г., Кіселичник О. І. Соколовський О.Ф. Особливості інтерактивного керування в насосних установках // Вісник ЖДТУ № 4 (47)/2008. – Cmop. 174-179. 4. Kiselychnyk O., Bodson M., Werner H. Overview of Energy Efficient Control Solutions for Water Supply Systems // Вісник КДПУ імені М. Остроградського. Випуск 3/2008 (50). Частина 2. – C. 8–12. 5. Ebrahim O. S., Bard M. A., Elgendy A. S., Jain P. K. ANN-based optimal energy control of induction drive in pumping application // IEEE Trans. of Energy Convertion 10/2010. 6. Vargues H., Parker J. K. A new simplified mathematical model for a switched reluctance motor in a variable speed pumping application // Mechatronics 14 (2004). – P. 1055–1068. 7. Orlovskis G., Ketners K. Start-up and reverse analysis of induction motor model in pump regime// Power and Electronic Engineering – 2013/31. – Р. 117–122. 8. Костышин В. Моделирование режимов работы центробежных насосов на основе электрогидравлической аналогии. – Ивано-Франковск, 2000. 163 с. 9. Popesku D., Duinea A. M., Rusinaru D. The control of variable speed pumps in series operation // Advances in Environment Technologies, Agriculture, Food and Animal Science. - P. 212-216. 10. Janevska G. Mathematical modeling of pump system // 2nd Int. Electronic Interdisciplinary conference, Sep. 2–6, 2013. –P. 445–458. 11. Ghafour J., Khayatradch F., Khayatradch A. Dynamic modeling of variable speed centrifugal pump utilizing MatLab/Simulink // Int. journal of science and Engineering Investigations. Vol. 1, Issue 5, June 2012. – Р. 1–7. 12. Клепиков В. Б., Коротаев П. А. Влияние параметров пуска электропривода насосного агрегата на давление в водопроводной сети как линии с распределенными параметрами// Електромеханічні і енергозберігаючі системи. Щоквартальний науково-виробничий журнал. – Кременчук: КДПУ, 2012. – Випуск 3/2012 (19). – С. 203–204. 13. Кравец А. М., Коренькова Т. В. Математическая модель гидротранспортного комплекса с управляемой трубопроводной арматурой // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. Щоквартальний науково-виробничий журнал. – Кременчук: КДПУ, 2009. – Вип. 2 (6). – С. 29–32. 14. Куцик А.С. Математичне моделювання елементів електромеханічних систем згідно з принципом об'єктно-орієнтованого підходу // Електромашинобудування та електрообладнання. Вип. 64 /2005. – С. 10–17. 15. Кушик А. С. Об'єктно-орієнтована модель асинхронної машини // Східно-європейський журнал передових технологій. – 2005. – № 6 (18). – С. 163–166.