

## СПІВВІДНОШЕННЯ ІНДУКТИВНОСТЕЙ РОЗСІЯННЯ ЕКРАНОВАНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ СПІВВІСНИХ ОБМОТОК НА ФЕРОМАГНІТНОМУ ОСЕРДІ

Яцун М. А., 2016

Досліджені співвідношення індуктивностей розсіяння циліндричних співвісних обмоток на феромагнітному осерді залежно від геометричних розмірів і взаємного розміщення обмоток, розмірів і властивостей екрана.

*Ключові слова:* індуктивності розсіяння, екрановані циліндричні співвісні обмотки, феромагнітне осердя.

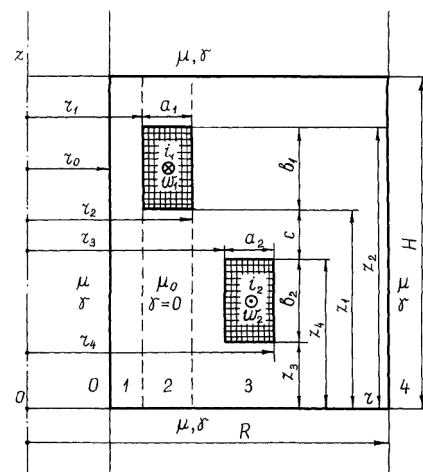
**Investigational correlations of inductances of dispersion of cylindrical align windings on ferromagnetic to the core depending on geometrical and mutual placing of windings, and properties of screen.**

*Key words:* inductances of dispersion, screened cylindrical align windings, ferromagnetic core.

### Постановка проблеми

Під час обчислення параметрів заступних схем трансформаторів індуктивні опори розсіяння обмоток двохобмоткових трансформаторів визначають [1, 2] як половину індуктивного опору короткого замикання. Така оцінка опорів розсіяння є наближеною. Тому актуальним стає визначення співвідношення індуктивних опорів розсіяння обмоток за відомим індуктивним опором короткого замикання цих обмоток за наявності феромагнітних екранів, які в розрахункових моделях індуктивностей циліндричних співвісних обмоток (котушок) на феромагнітному осерді відображають у силових масляних трансформаторах і багатьох реакторах стінки, дно і покривку бака, а також ярмові балки.

Як і в літературі [3], використаємо розрахункову модель (рисунок), яка складається із двох співвісних циліндричних котушок на феромагнітному осерді без втрат і замкненого екрана висотою  $H$  у формі двох циліндрів і двох однакових шайб з радіусами  $r_0$  і  $R$ , які приймаються з безмежно великою магнітною проникністю або надпровідними і відображають ярма і ярмові балки, дно, кришку і стінки бака [3]. Екран охоплює три області (1, 2, 3) з магнітною сталою  $\mu_0$ . Первинна обмотка (збудження) з числом витків  $w_1$  і струмом  $i_1$  має внутрішній і зовнішній радіуси відповідно  $r_1$  і  $r_2$ , ширину  $a_1$  і висоту  $b_1$ . Вторинна обмотка з числом витків  $w_2$  і струмом  $i_2$  має внутрішній і зовнішній радіуси відповідно  $r_3$  і  $r_4$ , ширину  $a_2$  і висоту  $b_2$ .



Розрахункова модель  
із циліндричними співвісними  
обмотками

### Аналіз останніх досліджень

У літературі [1, 2] індуктивності розсіяння обмоток визначаються за наближеними формулами (для плоскопаралельного магнітного поля) і значними застереженнями (припущеннями), а в

літературі [3], зокрема, визначені індуктивності розсіяння циліндричних співвісних обмоток на феромагнітному осерді у випадку плоскомеридіанного магнітного поля.

### Виклад основного матеріалу

Із [3] для випадку  $r_1 < r_2 \leq r_3 < r_4$  повні (основні і гармонічні складові) індуктивності розсіяння первинної обмотки

$$L_{S1} = \frac{2pw_1^2}{a_1^2 b_1^2 d_{01}} \int_{z_1}^{z_1+b_1} dz \int_{r_1}^{r_2} r A_2 dr = -\frac{pm_0 w_1^2 (r_2^2 - r_1^2)}{6H} + \frac{p^2 m_0 w_1^2 H}{2a_1 b_1} \times$$

$$\times \sum_{k=1}^{\infty} b_{k1} \left\{ \left[ \frac{b_{k1}}{(a_1 b_1)} \right] [r_2 P_1 D_2 - r_1 P_2 D_3 - B_0 F_{01}/n] - \left[ \frac{P_1 b_{k2}}{(a_2 b_2)} \right] (r_4 D_7 - r_3 D_8) \right\} / (nB_0), \quad (1)$$

де

$$A_2 = [\mu_0 i_1 w_1 / (6a_1 H)] (3r_1 r - r_1^3 / r - 2r^2) + (\pi \mu_0 i_1 w_1 / 2) \times$$

$$\times \sum_{k=1}^{\infty} \cos(nz) \left\{ \left[ \frac{b_{k1}}{(a_1 b_1)} \right] [r_2 B_1 D_2 - r_1 B_2 D_3 - B_0 L_1(nr)/n] - \left[ \frac{B_1 b_{k2}}{(a_2 b_2)} \right] (r_4 D_7 - r_3 D_8) \right\} / (nB_0)$$

– векторний потенціал магнітного поля при  $r_1 \leq r \leq r_2$

і вторинної обмотки

$$L_{\sigma 2} = \frac{2\pi w_2^2}{a_2^2 b_2^2 \delta_{02}} \int_{z_2}^{z_2+b_2} dz \int_{r_3}^{r_4} r A_{32} dr = \frac{\pi \mu_0 w_2^2}{6H} \left[ (r_4 + r_3)^2 + 2(r_3^2 - r_2^2 - r_2 r_1 - r_1^2) \right] +$$

$$+ \frac{\pi^2 \mu_0 w_2^2 H}{2a_2 b_2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{b_{k2}}{nB_0} \left\{ \left[ \frac{b_{k2}}{(a_2 b_2)} \right] [r_4 P_3 D_7 - r_3 P_4 D_6 - B_0 F_{04}/n] - \left[ \frac{P_4 b_{k1}}{(a_1 b_1)} \right] (r_2 D_1 - r_1 D_3) \right\}, \quad (2)$$

де

$$A_{32} = [\mu_0 i_1 w_1 / (H)] \left\{ \left[ \frac{r_2^2 + r_2 r_1 + r_1^2}{(6r)} - \left[ \frac{r_4 r / 2 - r_3^3 / (6r) - r^2 / 3}{a_2} \right] \right\} + (\pi \mu_0 i_1 w_1 / 2) \times$$

$$\times \sum_{k=1}^{\infty} \cos(nz) \left\{ \left[ \frac{B_2 b_{k1}}{(a_1 b_1)} \right] (r_2 D_1 - r_1 D_3) - \left[ \frac{b_{k2}}{(a_2 b_2)} \right] [r_4 B_1 D_7 - r_3 B_2 D_6 - B_0 L_1(nr)/n] \right\} / (nB_0)$$

– векторний потенціал магнітного поля при  $r_3 \leq r \leq r_4$ .

Відповідно індуктивність короткого замикання для випадку  $r_1 < r_2 \leq r_3 < r_4$

$$L_k = L_{S1} + L'_{S2} = L_{S1} + \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^2 L_{S2} = \frac{pm_0 w_1^2}{6H} \left[ (r_4 + r_3)^2 - (r_2 + r_1)^2 + 2(r_3^2 - r_2^2) \right] +$$

$$+ \frac{\pi^2 \mu_0 w_1^2 H}{2a_1 b_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{b_{k1}}{nB_0} \left\{ \left[ \frac{b_{k1}}{(a_1 b_1)} \right] [r_2 P_1 D_2 - r_1 P_2 D_3 - B_0 F_{01}/n] - \left[ \frac{P_1 b_{k2}}{(a_2 b_2)} \right] (r_4 D_7 - r_3 D_8) \right\} +$$

$$+ \frac{\pi^2 \mu_0 w_1^2 H}{2a_2 b_2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{b_{k2}}{nB_0} \left\{ \left[ \frac{b_{k2}}{(a_2 b_2)} \right] [r_4 P_3 D_7 - r_3 P_4 D_6 - B_0 F_{04}/n] - \left[ \frac{P_4 b_{k1}}{(a_1 b_1)} \right] (r_2 D_1 - r_1 D_3) \right\}, \quad (3)$$

де  $n = pk/H$ ; при  $k=1, 2, 3, \dots$ :  $b_{k1} = 4 \sin(nb_1/2) \cos[n(z_1 + b_1/2)] / (kp)$ ;

$$b_{k2} = 4 \sin(nb_2/2) \cos[n(z_3 + b_2/2)] / (k\pi);$$

$$B_0 = K_0(nr_0) I_0(nR) - I_0(nr_0) K_0(nR);$$

$$B_3 = I_1(nr_2) L_0(nr_2) - I_0(nr_2) L_1(nr_2); \quad B_4 = I_1(nr_1) L_0(nr_1) - I_0(nr_1) L_1(nr_1);$$

$$B_5 = K_1(nr_2) L_0(nr_2) + K_0(nr_2) L_1(nr_2); \quad B_6 = K_1(nr_1) L_0(nr_1) + K_0(nr_1) L_1(nr_1);$$

$$\begin{aligned}
B_9 &= I_1(nr_4)L_0(nr_4) - I_0(nr_4)L_1(nr_4); & B_{10} &= I_1(nr_3)L_0(nr_3) - I_0(nr_3)L_1(nr_3); \\
B_{11} &= K_1(nr_4)L_0(nr_4) + K_0(nr_4)L_1(nr_4); & B_{12} &= K_1(nr_3)L_0(nr_3) + K_0(nr_3)L_1(nr_3); \\
D_1 &= B_3K_0(nr_0) + B_5I_0(nr_0); & D_2 &= B_3K_0(nR) + B_5I_0(nR); \\
D_3 &= B_4K_0(nr_0) + B_6I_0(nr_0); & D_6 &= B_{10}K_0(nr_0) + B_{12}I_0(nr_0); \\
D_7 &= B_9K_0(nR) + B_{11}I_0(nR); & D_8 &= B_{10}K_0(nR) + B_{12}I_0(nR);
\end{aligned}$$

$$F_{01} = \int_{r_1}^{r_2} rL_1(nr)dr; \quad F_{04} = \int_{r_3}^{r_4} rL_1(nr)dr;$$

$$F_1 = \int_{r_1}^{r_2} r_1 I_1(nr_1) dr_1 = \frac{P}{2n}(r_2 B_3 - r_1 B_4); \quad F_2 = \int_{r_1}^{r_2} r_1 K_1(nr_1) dr_1 = \frac{P}{2n}(r_2 B_5 - r_1 B_6);$$

$$F_7 = \int_{r_3}^{r_4} r I_1(nr) dr = \frac{P}{2n}(r_4 B_9 - r_3 B_{10}); \quad F_8 = \int_{r_3}^{r_4} r K_1(nr) dr = \frac{P}{2n}(r_4 B_{11} - r_3 B_{12});$$

$$P_1 = K_0(nr_0)F_1 - I_0(nr_0)F_2; \quad P_2 = K_0(nR)F_1 - I_0(nR)F_2;$$

$$P_3 = K_0(nr_0)F_7 - I_0(nr_0)F_8; \quad P_4 = K_0(nR)F_7 - I_0(nR)F_8;$$

$I_0(x)$  і  $K_0(x)$  – модифіковані функції Бесселя (циліндричні) відповідно першого і другого роду нульового порядку;  $I_1$  і  $K_1$  – модифіковані функції Бесселя першого порядку відповідно першого і другого роду;  $L_0(x)$  і  $L_1(x)$  – модифіковані функції Струве нульового і першого порядку.

### Висновки

Отримані вирази дають змогу дослідити вплив геометричних розмірів і взаємного розміщення обмоток, а також розмірів і властивостей елементів екрана на індуктивності (індуктивні опори) розсіяння (і короткого замикання) циліндричних співвісних обмоток на феромагнітному осерді. Якщо висота обмоток дорівнює висоті екрана ( $b_1 = b_2 = H$ ), то другі складові параметрів для феромагнітних екранів відсутні, а перші складові стають точними результатами.

1. Петров Г. Н. Трансформаторы, т. 1. М.; Л.: ГЭИ, 1934, 446 с. 2. Тихомиров П. М. Расчет трансформаторов: Учеб. пособие для вузов. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 528 с. 3. Яцун М., Яцун А. Векторний потенціал магнітного поля та індуктивності розсіяння і короткого замикання екранованих циліндричних співвісних обмоток на феромагнітному осерді // Теор. електротехніка. 2008. Вип. 59. С. 113–118. 4. Калантаров П. Л., Цейтлин Л. А. Расчет индуктивностей. – Л.: Энергия, 1970. 5. Скоклюк М. І., Яцун А. М., Яцун М.А. Власна і взаємна індуктивності циліндричних співвісних обмоток на феромагнітному осерді // Вісн. Держ. ун-ту «Львівська політехніка». 1997. № 301. С. 94–102. 6. Яцун М. А., Яцун А. М. Власна і взаємна індуктивності розсіяння циліндричних співвісних обмоток на феромагнітному осерді // Вісн. Нац. ун-ту «Львівська політехніка». – 2000. – № 400. – С. 158–164. 7. Яцун М. А., Яцун А. М. Основні складові власної і взаємної індуктивностей, індуктивностей розсіяння і короткого замикання циліндричних співвісних обмоток на феромагнітному осерді // Вісн. Нац. ун-ту «Львівська політехніка». – 2006. – № 563. – С. 187–193.