

# ДОДАТОК

УДК 620.179.14

М. А. Яцун

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра електричних машин і апаратів

## РІВНЯННЯ ГУСТИН РОЗРАХУНКОВИХ СТРУМІВ ВЕКТОРНОГО ПОТЕНЦІАЛУ МАГНІТНОГО ПОЛЯ НАКЛАДНОГО КІЛЬЦЕВОГО ВИХРОСТРУМОВОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧА З ЕЛЕКТРОПРОВІДНИМ ФЕРОМАГНІТНИМ ОСЕРДЯМ

ã Яцун М. А., 2017

На основі розкриття граничних умов отримано рівняння для визначення густин розрахункових струмів у випадку аналітичного розрахунку векторного потенціалу магнітного поля накладного кільцевого вихрострумовеого перетворювача з електропровідним феромагнітним осердям над об’єктом контролю у формі провідної феромагнітної пластини.

*Ключові слова:* магнітне поле, векторний потенціал, вихрострумовеий перетворювач, феромагнітне осердя, граничні умови, розрахункові струми.

On the basis of opening of boundary conditions the got equalizations are for determination of density of calculation currents in case of analytical calculation of vectorial potential of magnetic-field of the superimposed circular eddy current converter with electric conduction ferromagnetic core above the object of control in form a leading ferromagnetic plate.

*Keywords:* the magnetic field, vectorial potential, eddy current converter, ferromagnetic core, boundary conditions, calculation currents.

Із граничних умов між областями розрахункової моделі з різними фізичними властивостями [1] впливає така система із 14 рівнянь для визначення густин усіх розрахункових струмів:

$$\begin{aligned} m_1 (\tilde{d}_{12} b_{12} D_{21} + \tilde{d}_{13} b_{13} D_{31}) &= m_0 (\tilde{d}_{01} b_{k01} D_{12} + \tilde{d}_{21} b_{21} D_{32} + \tilde{d}_{24} b_{24} D_{22}); \\ \tilde{d}_{12} b_{12} C_{21} + \tilde{d}_{13} b_{13} C_{31} &= \tilde{d}_{01} b_{k01} C_{12} + \tilde{d}_{21} b_{21} C_{32} + \tilde{d}_{24} b_{24} C_{22}; \\ \tilde{d}_{34} b_{34} D_{23} + \tilde{d}_{31} b_{31} D_{33} + \tilde{d}_{35} b_{35} D_{33} &= \tilde{d}_{43} b_{43} D_{34} + \tilde{d}_{42} b_{42} D_{24} + \tilde{d}_{46} b_{46} D_{24}; \\ \tilde{d}_{34} b_{34} C_{23} + \tilde{d}_{31} b_{31} C_{33} + \tilde{d}_{35} b_{35} C_{33} &= \tilde{d}_{43} b_{43} C_{34} + \tilde{d}_{42} b_{42} C_{24} + \tilde{d}_{46} b_{46} C_{24}; \\ \tilde{d}_{56} b_{56} D_{25} + \tilde{d}_{53} b_{53} D_{35} &= \tilde{d}_{65} b_{65} D_{36} + \tilde{d}_{64} b_{64} D_{26}; \\ \tilde{d}_{56} b_{56} C_{25} + \tilde{d}_{53} b_{53} C_{35} &= \tilde{d}_{65} b_{65} C_{36} + \tilde{d}_{64} b_{64} C_{26}; \\ m_1 d_{12}^{\%} a_{12} \frac{1}{p_1^2} \left[ \frac{\text{sh} p_1 h_1 [\text{ch} p_1 (H - h_1) - 1]}{\text{sh} p_1 H} \right] &+ m_1 d_{13}^{\%} a_{13} \frac{1}{p_1^2} \left[ \frac{\text{sh} p_1 (H - h_1) (\text{ch} p_1 h_1 - \text{ch} p_1 d_3)}{\text{sh} p_1 H} \right] = \\ = m d_{35}^{\%} a_{35} \frac{1}{p_3^2} \left[ \frac{\text{sh} p_3 (H - h_1) (\text{ch} p_3 d_3 - 1)}{\text{sh} p_3 H} \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \mathbf{m}\tilde{\mathbf{d}}_{34}a_{34} \frac{1}{p_3^2} \left[ \frac{\text{sh}p_3(H-h_1)(\text{ch}p_3h_1 - \text{ch}p_3d_3)}{\text{sh}p_3H} \right] + \mathbf{m}\tilde{\mathbf{d}}_{31}a_{31} \frac{1}{p_3^2} \left[ \frac{\text{sh}p_3h_1[\text{ch}p_3(H-h_1)-1]}{\text{sh}p_3H} \right] + \\
& \tilde{\mathbf{d}}_{12}a_{12} \frac{1}{p_1} \left[ \frac{\text{ch}p_1h_1[\text{ch}p_1(H-h_1)-1]}{\text{sh}p_1H} \right] + \tilde{\mathbf{d}}_{13}a_{13} \frac{1}{p_1} \left[ \frac{\text{ch}p_1(H-h_1)(\text{ch}p_1d_3 - \text{ch}p_1h_1)}{\text{sh}p_1H} \right] = \\
& \tilde{\mathbf{d}}_{34}a_{34} \frac{1}{p_3} \left[ \frac{\text{ch}p_3(H-h_1)(\text{ch}p_3d_3 - \text{ch}p_3h_1)}{\text{sh}p_3H} \right] + \tilde{\mathbf{d}}_{31}a_{31} \frac{1}{p_3} \left[ \frac{\text{ch}p_3h_1[\text{ch}p_3(H-h_1)-1]}{\text{sh}p_3H} \right] + \\
& \tilde{\mathbf{d}}_{35}a_{35} \frac{1}{p_3} \left[ \frac{\text{ch}p_3(H-h_1)(1 - \text{ch}p_3d_3)}{\text{sh}p_3H} \right]; \\
& \mathbf{m}_0\tilde{\mathbf{d}}_{01}a_{i1} \frac{1}{n_i^2} \left[ \frac{\text{sh}n_i h_1[\text{chn}_i(H-z_1) - \text{chn}_i(H-z_2)]}{\text{sh}n_i H} \right] + \mathbf{m}_0\tilde{\mathbf{d}}_{21}a_{21} \frac{1}{n_i^2} \left[ \frac{\text{sh}n_i h_1[\text{chn}_i(H-h_1)-1]}{\text{sh}n_i H} \right] + \\
& \mathbf{m}_0\tilde{\mathbf{d}}_{24}a_{24} \frac{1}{n_i^2} \left[ \frac{\text{sh}n_i(H-h_1)(\text{chn}_i h_1 - \text{chn}_i d_3)}{\text{sh}n_i H} \right] = \mathbf{m}\tilde{\mathbf{d}}_{43}a_{43} \frac{1}{p_3^2} \left[ \frac{\text{sh}p_3(H-h_1)(\text{ch}p_3h_1 - \text{ch}p_3d_3)}{\text{sh}p_3H} \right] + \\
& \mathbf{m}\tilde{\mathbf{d}}_{42}a_{42} \frac{1}{p_3^2} \left[ \frac{\text{sh}p_3h_1[\text{ch}p_3(H-h_1)-1]}{\text{sh}p_3H} \right] + \mathbf{m}\tilde{\mathbf{d}}_{46}a_{46} \frac{1}{p_3^2} \left[ \frac{\text{sh}p_3(H-h_1)(\text{ch}p_3d_3 - 1)}{\text{sh}p_3H} \right]; \\
& \tilde{\mathbf{d}}_{01}a_{i1} \frac{1}{n_i} \left[ \frac{\text{chn}_i h_1[\text{chn}_i(H-z_1) - \text{chn}_i(H-z_2)]}{\text{sh}n_i H} \right] + \tilde{\mathbf{d}}_{21}a_{21} \frac{1}{n_i} \left[ \frac{\text{chn}_i h_1[\text{chn}_i(H-h_1)-1]}{\text{sh}n_i H} \right] + \\
& \tilde{\mathbf{d}}_{24}a_{24} \frac{1}{n_i} \left[ \frac{\text{chn}_i(H-h_1)(\text{chn}_i d_3 - \text{chn}_i h_1)}{\text{sh}n_i H} \right] = \tilde{\mathbf{d}}_{43}a_{43} \frac{1}{p_3} \left[ \frac{\text{ch}p_3(H-h_1)(\text{ch}p_3d_3 - \text{ch}p_3h_1)}{\text{sh}p_3H} \right] + \\
& \tilde{\mathbf{d}}_{42}a_{42} \frac{1}{p_3} \left[ \frac{\text{ch}p_3h_1[\text{ch}p_3(H-h_1)-1]}{\text{sh}p_3H} \right] + \tilde{\mathbf{d}}_{46}a_{46} \frac{1}{p_3} \left[ \frac{\text{ch}p_3(H-h_1)(1 - \text{ch}p_3d_3)}{\text{sh}p_3H} \right]; \\
& \mathbf{m}\tilde{\mathbf{d}}_{34}a_{34} \frac{1}{p_3^2} \left[ \frac{\text{sh}p_3d_3[\text{ch}p_3(H-d_3) - \text{ch}p_3(H-h_1)]}{\text{sh}p_3H} \right] + \mathbf{m}\tilde{\mathbf{d}}_{31}a_{31} \frac{1}{p_3^2} \left[ \frac{\text{sh}p_3d_3[\text{ch}p_3(H-h_1)-1]}{\text{sh}p_3H} \right] + \\
& \mathbf{m}\tilde{\mathbf{d}}_{35}a_{35} \frac{1}{n_i^2} \left[ \frac{\text{sh}p_3(H-d_3)(\text{ch}p_3d_3 - 1)}{\text{sh}p_3H} \right] = \mathbf{m}_0\tilde{\mathbf{d}}_{56}a_{56} \frac{1}{n_i^2} \left[ \frac{\text{sh}n_i(H-d_3)(\text{chn}_i d_3 - 1)}{\text{sh}n_i H} \right] + \\
& \mathbf{m}_0\tilde{\mathbf{d}}_{53}a_{53} \frac{1}{n_i^2} \left[ \frac{\text{sh}n_i d_3[\text{chn}_i(H-d_3) - \text{chn}_i(H-h_1)]}{\text{sh}n_i H} \right]; \\
& \tilde{\mathbf{d}}_{34}a_{34} \frac{1}{p_3} \left[ \frac{\text{ch}p_3(H-d_3)(\text{ch}p_3d_3 - \text{ch}p_3h_1)}{\text{sh}p_3H} \right] + \tilde{\mathbf{d}}_{31}a_{31} \frac{1}{p_3} \left[ \frac{\text{ch}p_3d_3[\text{ch}p_3(H-h_1)-1]}{\text{sh}p_3H} \right] + \\
& \tilde{\mathbf{d}}_{35}a_{35} \frac{1}{p_3} \left[ \frac{\text{ch}p_3(H-d_3)(1 - \text{ch}p_3d_3)}{\text{sh}p_3H} \right] = \tilde{\mathbf{d}}_{56}a_{56} \frac{1}{n_i} \left[ \frac{\text{chn}_i(H-d_3)(1 - \text{chn}_i d_3)}{\text{sh}n_i H} \right] + \\
& \tilde{\mathbf{d}}_{53}a_{53} \frac{1}{n_i} \left[ \frac{\text{chn}_i d_3[\text{chn}_i(H-d_3) - \text{chn}_i(H-h_1)]}{\text{sh}n_i H} \right]; \\
& \mathbf{m}\tilde{\mathbf{d}}_{43}a_{43} \frac{1}{p_3^2} \left[ \frac{\text{sh}p_3d_3[\text{ch}p_3(H-d_3) - \text{ch}p_3(H-h_1)]}{\text{sh}p_3H} \right] + \mathbf{m}\tilde{\mathbf{d}}_{42}a_{42} \frac{1}{p_3^2} \left[ \frac{\text{sh}p_3d_3[\text{ch}p_3(H-h_1)-1]}{\text{sh}p_3H} \right] + \\
& \mathbf{m}\tilde{\mathbf{d}}_{46}a_{46} \frac{1}{p_3^2} \left[ \frac{\text{sh}p_3(H-d_3)(\text{ch}p_3d_3 - 1)}{\text{sh}p_3H} \right] = \mathbf{m}_0\tilde{\mathbf{d}}_{65}a_{65} \frac{1}{n_i^2} \left[ \frac{\text{sh}n_i(H-d_3)(\text{chn}_i d_3 - 1)}{\text{sh}n_i H} \right] + \\
& \mathbf{m}_0\tilde{\mathbf{d}}_{64}a_{64} \frac{1}{n_i^2} \left[ \frac{\text{sh}n_i d_3[\text{chn}_i(H-d_3) - \text{chn}_i(H-h_1)]}{\text{sh}n_i H} \right];
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \tilde{d}_{43}a_{43} \frac{1}{p_3} \left[ \frac{\operatorname{ch}p_3 d_3 [\operatorname{ch}p_3(H-d_3) - \operatorname{ch}p_3(H-h_1)]}{\operatorname{sh}p_3 H} \right] + \tilde{d}_{42}a_{42} \frac{1}{p_3} \left[ \frac{\operatorname{ch}p_3 d_3 [\operatorname{ch}p_3(H-h_1) - 1]}{\operatorname{sh}p_3 H} \right] + \\ & \tilde{d}_{46}a_{46} \frac{1}{p_3} \left[ \frac{\operatorname{ch}p_3(H-d_3)(1 - \operatorname{ch}p_3 d_3)}{\operatorname{sh}p_3 H} \right] = \tilde{d}_{65}a_{65} \frac{1}{n_i} \left[ \frac{\operatorname{ch}n_i(H-d_3)(1 - \operatorname{ch}n_i d_3)}{\operatorname{sh}n_i H} \right] + \\ & \tilde{d}_{64}a_{64} \frac{1}{n_i} \left[ \frac{\operatorname{ch}n_i d_3 [\operatorname{ch}n_i(H-d_3) - \operatorname{ch}n_i(H-h_1)]}{\operatorname{sh}n_i H} \right], \end{aligned}$$

де у загальному виразі густини розрахункових струмів  $\tilde{d}_{mn}$  індекс  $m$  визначає область, для якої визначається векторний потенціал, а індекс  $n$  – область, в якій розміщений додатковий струм;

$$\begin{aligned} D_{12} &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2Y_1 J_1(n_i r_0)}{R^2 J_0^2(I_i)(n_i^2 + m_k^2)}; & D_{32} &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2Y_3 J_1(n_i r_0)}{R^2 J_0^2(I_i)(n_i^2 + m_k^2)}; \\ D_{21} &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2Y_2 J_1(n_i r_0)}{R^2 J_0^2(I_i)(n_i^2 + m_k^2 + pg_1 m_1)}; & D_{31} &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2Y_3 J_1(n_i r_0)}{R^2 J_0^2(I_i)(n_i^2 + m_k^2 + pg_1 m_1)}; \\ C_{12} &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2n_i Y_1 J_0(n_i r_0)}{R^2 J_0^2(I_i)(n_i^2 + m_k^2)}; & C_{32} &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2n_i Y_3 J_0(n_i r_0)}{R^2 J_0^2(I_i)(n_i^2 + m_k^2)}; \\ C_{21} &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2n_i Y_2 J_0(n_i r_0)}{R^2 J_0^2(I_i)(n_i^2 + m_k^2 + pg_1 m_1)}; & C_{31} &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2n_i Y_3 J_0(n_i r_0)}{R^2 J_0^2(I_i)(n_i^2 + m_k^2 + pg_1 m_1)}; \\ D_{23} = D_{24} &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2Y_2 J_1(n_i r_0)}{R^2 J_0^2(I_i)(n_i^2 + m_k^2 + pgm)}; & D_{33} = D_{34} &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2Y_3 J_1(n_i r_0)}{R^2 J_0^2(I_i)(n_i^2 + m_k^2 + pgm)}; \\ C_{23} = C_{24} &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2n_i Y_2 J_0(n_i r_0)}{R^2 J_0^2(I_i)(n_i^2 + m_k^2 + pgm)}; & C_{33} = C_{34} &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2n_i Y_3 J_0(n_i r_0)}{R^2 J_0^2(I_i)(n_i^2 + m_k^2 + pgm)}; \\ D_{25} = D_{26} &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2Y_2 J_1(n_i r_0)}{R^2 J_0^2(I_i)(n_i^2 + m_k^2)}; & D_{35} = D_{36} &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2Y_3 J_1(n_i r_0)}{R^2 J_0^2(I_i)(n_i^2 + m_k^2)}; \\ C_{25} = C_{26} &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2n_i Y_2 J_0(n_i r_0)}{R^2 J_0^2(I_i)(n_i^2 + m_k^2)}; & C_{35} = C_{36} &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2n_i Y_3 J_0(n_i r_0)}{R^2 J_0^2(I_i)(n_i^2 + m_k^2)}; \end{aligned}$$

Цю систему рівнянь можна розв'язати у програмному середовищі MathCad.