

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ВИБОРУ ПАРАМЕТРІВ ФУНКЦІЇ НАЛЕЖНОСТІ, ЯК СТУПЕНІВ СВОБОДИ НЕЧІТКОГО РЕГУЛЯТОРА, НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИНАМІЧНОЇ СИСТЕМИ

Демків Л. І.

Національний університет “Львівська політехніка”
вул. С. Бандери 12, 79013, Львів, Україна

(Отримано 30 вересня 2013 р.)

Розглянуто динамічну систему, що складається з двох підсистем. Досліджено вплив вибору значень параметрів функції належності на якісні та кількісні показники функціонування системи. Визначено оптимальне значення цих параметрів. Порівняно синтезований регулятор з відомими.

Ключові слова: нечітка логіка, нечіткий регулятор, функція належності, динамічна система.

УДК: 007:681.516.4

Вступ

Часто в низці розділів теорії керування виникає задача синтезу функції керування, котра б могла забезпечити бажану поведінку системи. До такої постановки приводять, зокрема, задачі оптимального керування [10], задачі робастного керування [9] тощо.

Ще одним із способів забезпечення необхідного налаштування системи є застосування системи моделі Такагі-Сугено для синтезу керуючих впливів [8]. Одним з основних питань, які виникають під час використання такого підходу, є вибір виду та параметрів функції належності, за допомогою якої здійснюється фазифікація потрібних змінних.

У роботі досліджено загальний випадок, коли обрані функції належності не задовольняють властивості поділу одиниці (partition of unity), та визначено вплив вибору параметрів таких функцій на характеристики динамічної системи.

I. Постановка задачі

Одним із ступенів свободи нечіткого регулятора є вибір параметрів функції належності. Задача визначення оптимальних значень параметрів функції належності часто виникає під час синтезу регуляторів електромеханічних систем. Зокрема в [4] запропоновано підхід до синтезу нейро-нечіткого регулятора типу Такагі-Сугено. Однак в цьому випадку у зв'язку з особливостями формування мережі виникають труднощі з формуванням бази правил та функції належності. Ще одним з методів формування регулятора системи є метод “backpropagation”, у якому правильний вибір параметрів функції належності може істотно пришвидшити час навчання мережі. Про важливість вибору параметрів функції належності наголошено також у працях інших авторів, зокрема,

J.Dombi [6], Y. Filev [12], D. Driankov [7], A.Piegat [11] тощо

Базовим поняттям теорії нечіткої логіки є лінгвістична змінна. Традиційно [7, 11] вважається, що із збільшенням кількості термів цієї змінної, підвищується точність моделі. Однак, з іншого боку, велика кількість термів призводить до великої кількості правил, що робить застосування нечіткої моделі майже неможливим (у випадку трьох лінгвістичних змінних та п'яти термів у кожній кількість правил становить 125). У роботі [5] запропоновано один з можливих шляхів вирішення цієї проблеми. А саме, проводити фазифікацію лише за похибкою регулювання. Інші координати вектора стану системи при цьому не фазифікуються.

У такому разі база правил матиме вигляд

$$\begin{aligned} IF (e \text{ in } B) THEN \bar{u}(t) &= f_B(\bar{x}), \\ IF (e \text{ in } S) THEN \bar{u}(t) &= f_S(\bar{x}), \end{aligned}$$

де $f_B(\bar{x})$ та $f_S(\bar{x})$ – відповідні функції вектора станів системи.

Існує багато функції належності, які можна розбити на два типи лінійні (трапецієподібна, трикутна тощо) та нелінійні (сигмоїдальна, Гаусса, дзвоноподібна тощо). Вибір функції належності є не простою задачею і часто залежить від об'єкта регулювання та поставленої задачі. У цьому випадку для лінгвістичної змінної “похибка регулювання” та двох її термів “Big”(B, велика) та “Small”(S, мала) застосуємо функції належності S та Z типів, що зображено на рис.1. [11]. На значення параметрів функції належності накладено природні обмеження

$$\alpha_B < \beta_B, \alpha_B < \beta_S, \alpha_S < \beta_S$$

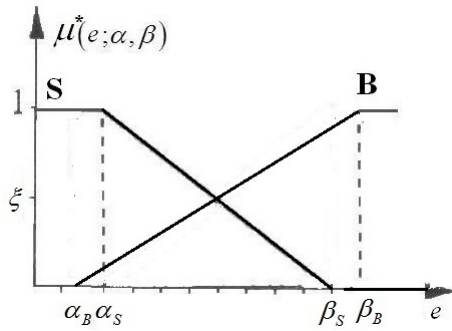


Рис. 1. Функції належності S та Z типу

Після нормування відповідні функції належності матимуть вигляд

$$\mu_j(e; \alpha_j, \beta_j) = \frac{\mu_j^*(e; \alpha_j, \beta_j)}{\sum_i \mu_i^*(e; \alpha_i, \beta_i)}, \quad i, j \in \{B, S\}$$

Зміна значень параметрів $\alpha_i, \beta_i, i \in \{B, S\}$ змінюватиме точку перемикання та ширину “вікна перемикання” функції належності, а отже, змінюватиме вихідний сигнал регулятора та характеристики динамічної системи, загалом. Вибір оптимальних значень параметрів функції належності, що б забезпечували бажані перехідні процеси в системі без сумніву є актуальною задачею. Слід зауважити, що згадані параметри не є єдиним джерелом впливу на поведінку системи. Зокрема, важливим є вибір значення середньгеометричного кореня, однак це виходить за межі цієї статті та буде предметом подальших досліджень.

Тут слід зауважити, що у випадку, коли $\xi = \mu^*\left(\frac{\alpha_S + \beta_B}{2}\right)$, значення нормованої функції належності не залежить від вибору ξ , а лише від параметрів α_S та β_S , адже в такому випадку

$$\mu_S = -2\xi \frac{1 - \beta_S}{\beta_S - \alpha_B}, \quad \mu_B = 2\xi \frac{1 - \alpha_B}{\beta_S - \alpha_B}$$

Розглянемо вплив параметрів функції належності на двомасову електромеханічну систему. Для порівняння цього впливу визначимо інтегральні показники якості [4, 6]

$$I = \int_0^T t |e(t)| dt, \quad (1)$$

тобто, фактично, завданням роботи є знаходження значення параметрів функції належності, за яких показники набувають мінімальних значень.

II. Результати дослідження

Більшість електромеханічних пристроїв можна змоделювати за допомогою двомасової системи. Дослідженню такої системи присвячено, зокрема, роботу [3], а у [2] показано, що тримасову систему можна звести до двомасової.

Розглянемо класичну задачу теорії керування в загальному вигляді

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{x}(t)}{dt} &= A\bar{x}(t) + B\bar{u}(t), \\ y_{\text{вих}}(t) &= C\bar{x}(t) + D\bar{u}(t), \\ \bar{x}(0) &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

де $\bar{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$ вектор станів системи, $\bar{u}(t)$ – вектор керуючих впливів, A, B, C та D – сталі матриці відповідних розмірів, $y(t)$ – вихідний сигнал системи. Прийнемо $C = [0, 0, \dots, 0, 1]$, $D = 0$.

Нехай в системі відбувається керування за повним вектором стану, тоді в класичній теорії керування $\bar{u}(t)$ визначається як

$$\bar{u}(t) = K\bar{x}(t),$$

де K – матриця з невідомими коефіцієнтами, які можна визначити, наприклад, методом модального керування [3].

Однак часто в реальних електромеханічних системах доцільно, щоб функція керування залежала також від величини похибки $\bar{e}(t) = \bar{x}_{\text{зад}} - \bar{x}(t)$. Наприклад, в задачах керування поворотними механізмами, де вимагається точність позиціонування в області великих відхилень (похибка $\bar{e}(t)$ велика), налаштувати систему на більшу швидкодію, а при зменшенні похибки, тобто при наближенні до кінцевої точки, зменшувати швидкодію системи, щоб уникнути механічних пошкоджень, коливань тощо.

Одним з можливих підходів для надання системі таких властивостей є застосування апарата нечітких множин та нечіткої логіки для синтезу регулятора системи (функції керування).

У такому випадку систему можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{x}(t)}{dt} &= A\bar{x}(t) + B \sum_i \mu_i(e; \alpha_i, \beta_i) K_i \bar{x}(t) = \\ &= (A + B \sum_i \mu_i(x_{\text{зад},3} - \bar{x}_3(t); \alpha_i, \beta_i) K_i) \bar{x}(t), \\ y(t) &= x_3(t), \\ \bar{x}(0) &= 0, \quad i \in \{B, S\}, \end{aligned} \quad (3)$$

де $\mu_i(e; \alpha_i, \beta_i)$, $i \in \{B, S\}$ – відповідні функції належності з рис. 1.

Тобто в класичній постановці отримуємо просто лінійну систему диференціальних рівнянь першого порядку, розв'язок якої можна одержати одним з відомих чисельних методів і труднощі можуть виникати лише у випадку жорсткої задачі. Однак, в даному випадку, система диференціальних рівнянь є нелінійною та залежить від невідомих параметрів α_i та β_i , $i \in \{B, S\}$.

Застосуємо задачу до дослідження двомасової електромеханічної системи. Для запису нормованої двомасової системи у вигляді потрібно задати згадані там матриці та вектори. У загальному випадку такі матриці матимуть вигляд [3]

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{k_C+k_{f1}}{T_{M1}} & -\frac{1}{T_{M1}} & \frac{k_C}{T_{M1}} \\ \frac{1}{T_C} & 0 & -\frac{1}{T_C} \\ \frac{k_C}{T_{M2}} & \frac{1}{T_{M2}} & -\frac{k_C+k_{f2}}{T_{M2}} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$B = \begin{pmatrix} \frac{1}{T_{M1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_{M2}} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$x(p) = (\omega_1^*(p), M_{12}^*(p), \omega_2^*(p)), \quad (6)$$

$$\bar{u}(p) = (M_1^*(p), 0, M_c^*(p)), \quad (7)$$

де наведені в (4)–(5) змінні – це нормовані величини, фізичне значення яких залежить від типу двомасової системи: з пружними деформаціями скручування, розтягу чи згину. Зокрема, у випадку двомасової системи з пружними деформаціями скручування k_{f1} , k_{f2} – пропорційні моментам зовнішнього в'язкого тертя в підшипниках зі змазкою, k_C – пропорційний коефіцієнту внутрішнього в'язкого тертя у пружному валі, T_{M1} , T_{M2} – сталі часу першої та другої мас, відповідно, а T_C – стала часу пружного елемента, $\omega_1^*(p)$ та $\omega_2^*(p)$ – кутові швидкості на кінцях пружного вала, M_{12}^* – момент пружного елемента, M_1^* – нормований момент двигуна, M_c^* – нормований момент зовнішніх збурень. Надалі силами тертя будемо нехтувати, тобто приймемо $k_{f1} = k_{f2} = k_C = 0$.

Одним з можливих методів чисельного розв'язку (2),(4) – (7) є побудова відповідної структурної схеми в середовищі Simulink. У такому випадку розв'язання проводиться методом Bogacki-Shampine з кроком 0,001.

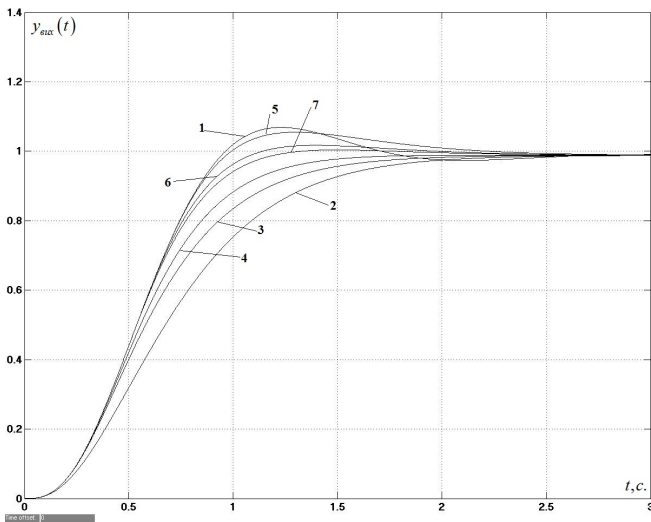


Рис. 2. Залежність від часу вихідного сигналу системи у випадках коли регулятор системи налаштований на 1 – Батерворт; 2 – біном;
 3 – $\alpha_B = 0.7, \beta_B = 0.9, \alpha_S = 0.8, \beta_S = 1.0$;
 4 – $\alpha_B = 0.5, \beta_B = 0.9, \alpha_S = 0.4, \beta_S = 1.0$;
 5 – $\alpha_B = 0.1, \beta_B = 0.3, \alpha_S = 0.2, \beta_S = 0.4$;
 6 – $\alpha_B = \alpha_S = 0.48, \beta_B = \beta_S = 0.5$ (параметри 2);
 7 – $\alpha_B = 0.57, \beta_B = 0.7, \alpha_S = 0.21, \beta_S = 0.58$ (параметри 1)

Проведені дослідження засвідчили, що для досліджуваної системи оптимальним є вибір параметрів $\alpha_B = 0.57, \beta_B = 0.7, \alpha_S = 0.21, \beta_S = 0.58$ (далі – параметри 1). З іншого боку, в [1] показано, що у випадку коли $\alpha_S = \alpha_B = \alpha, \beta_S = \beta_B = \beta$ оптимальними значеннями параметрів є $\alpha = 0.48, \beta = 0.5$ (далі – параметри 2). Для порівняння одержаних результатів на рис. 2 наведено траєкторії руху систем при різних значеннях параметрів функції належності.

Наведені на рисунку результати свідчать, що траєкторії руху систем, у випадках коли синтезовано нечіткий регулятор, функція належності якого має параметрами 1 та 2, відповідають бажаному налаштуванню. Зокрема у разі застосування регулятора з параметрами 1, перемикання з відтинку траєкторії системи, що налаштована лише на стандартну форму Батерворта, до відтинку траєкторії, що налаштована лише на стандартну біноміальну форму, відсутні перерегулювання (хоча для обох наборів параметрів максимальне перерегулювання лежить у допустимих межах), а вихід на заданий рівень функціонування відбувається швидше.

Під час синтезу регулятора важливим є також значення проміжних координат системи. На рис. 3 наведено графіки зміни відповідних координат у часі.

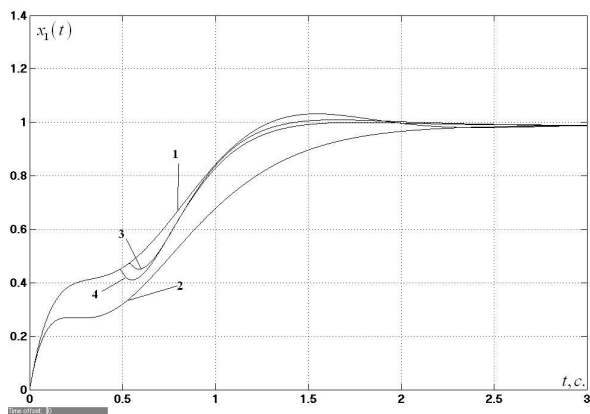
Результати досліджень, що зображені на цих рисунках, дають змогу стверджувати, що перемикання між підсистемами відбуваються плавно, без стрибків та перерегулювань.

Під час синтезу системи слід не тільки враховувати значення інтегрального показника якості (1), а й зважати на допустимість значень проміжних та вихідної координат системи. Для порівняння значень проміжних координат системи при різних значеннях параметрів функції належності обчислимо значення функції покарання

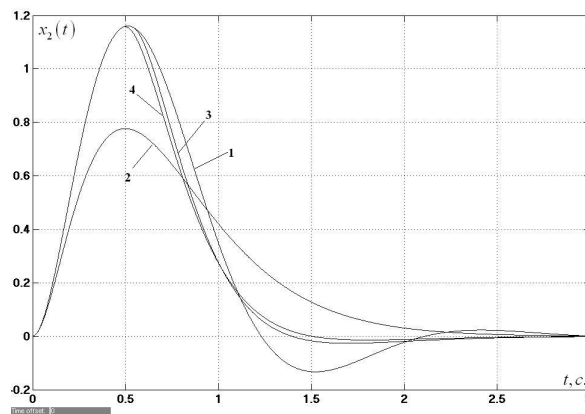
$$F_{penalty} = \nu \cdot \int_0^T H(x_1(t) - x_{max}) \left(\frac{x_1(t)}{x_{max}} \right)^2 + H(x_3(t) - x_{max}) \left(\frac{x_3(t)}{x_{max}} \right)^2 dt,$$

де $H(\cdot)$ – функція Хевісайда, $\nu = 0.1$ – ваговий коефіцієнт. Тоді загальний інтегральний показник якості матиме вигляд $I^* = I + F_{penalty}$. Функція Хевісайда введена тут для того, щоб враховувати лише значення координат системи, що перевищують задані.

Результати обчислень для випадку, коли $x_{max} = 0.95 \cdot x_{input} W(0)$ (тут $W(p)$ – передавальна функція досліджуваної системи (2),(4) – (7), 0.95 – нижня межа 5% зони) наведено в таблиці, де подано порівняння інтегральних значень показників якості і випадку досліджуваних значень функції належності, а також відповідні значення функції покарання.



а)



б)

Рис. 3. Залежність від часу проміжних координат системи а) $x_1(t)$; б) $x_2(t)$ у випадках коли регулятор системи налаштований на 1 – стандартну форму Батерворта; 2 – біноміальну форму; 3 – нечіткий регулятор при $\alpha_B = \alpha_S = 0.48, \beta_B = \beta_S = 0.5$ (параметри 2); 4 – нечіткий регулятор при $\alpha_B = 0.57, \beta_B = 0.7, \alpha_S = 0.21, \beta_S = 0.58$ (параметри 1)

Характеристики динамічних систем у разі різних керуючих впливів

Вид регулятора	I	$F_{penalty}$	I^*	max	$t_{5\%}$, с.
лише біном	0.3694	0.2927	0.6621	0.988	1.66
лише Батерворт	0.2346	0.6747	0.9093	1.069	1.42
нечіткий з параметр. 1	0.2021	0.4231	0.6252	1.003	1.03
нечіткий з параметр. 2	0.2109	0.4382	0.6491	1.017	0.97

З результатів, що наведені у таблиці, випливає, що застосування нечіткого регулятора забезпечує вигреш у швидкодії порівняно зі стандартними лінійними формами, за допустимих перерегулювань. Причому, з точки зору лише інтегрального показника якості (1), біноміальна форма є істотно гіршою за інші, однак при врахуванні функції покарання, яка штрафує за наявність перерегулювань, біноміальна форма хоч і виходить істотно кращою за форму Батерворта, однак значення загального інтегрального показника якості у неї є більшим за системи з нечіткими регуляторами з параметрами 1 та 2, а час входження в 5% зону в системи з регулятора, що налаштований на стандартну біноміальну форму є в 1.6 рази більшим за системи з запропонованим нечітким регулятором.

Якщо ж визначити функцію покарання як $x_{max} = 1.05 \cdot x_{input} W(0)$, то значення функції у випадку всіх регуляторів, крім регулятора, що налаштований на стандартну лінійну форму Батерворта, будуть нульовими, що дозволяє зробити аналогічні висновки про доцільність їх застосування.

Якщо ж говорити про вибір між системами з нечіткими регуляторами з параметрами 1 та 2, то, як випливає з таблиці, регулятор з параметрами 2 має вищу швидкодію. Це зумовлено тим, то його максимальне перерегулювання є меншим, хоч його час вхо-

дження в 5% зону і є більшим.

Крім того, було проведено дослідження поведінки системи при дії зовнішнього навантаження. А саме, коли величина M_C^* набуває значення 50% від $x_{зад,n}$ коли $t \in [3.1; 5]$. З наведених результатів випливає, що система належно відпрацьовує збурення, при цьому відсутні коливання, а при зніманні зовнішнього навантаження система повертається в окіл робочої точки. Одержані результати, що наведені на рис. 4, є цілком очікуваними, адже у випадку коли похибка $e(t)$ є малою, активною є лише підсистема, що налаштована на стандартну лінійну біноміальну форму.

Для зменшення статичної похибки системи, що перебуває під дією зовнішніх збурень, можливим є застосування компромісного налаштування параметрів нечіткого регулятора (див. рис. 4 траєкторія 5).

У цьому випадку максимальне перерегулювання в системі буде 1.035 (більшим на 3.2%; тут і далі порівнюють з системою з нечітким регулятором з параметрами 2), час входження в 5% зону – 0.93 с. (менший на 10%). Значення загального інтегрального показника якості буде більшим на 25%, а статична похибка буде меншою на 9%, що може бути істотним вигрешем у роботі динамічних систем.

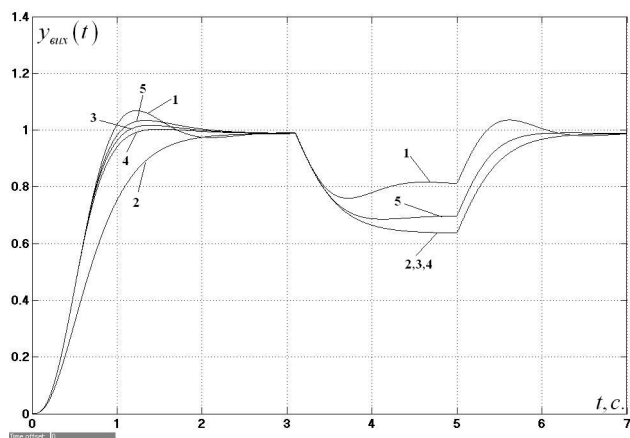


Рис. 4. Вихідний сигнал системи у випадку дії на неї зовнішніх впливів, а регулятор системи налаштований на 1 – стандартну форму Батерворта; 2 – біноміальну форму; 3 – нечіткий регулятор при $\alpha_B = \alpha_S = 0.48, \beta_B = \beta_S = 0.5$ (параметри 2); 4 – нечіткий регулятор при $\alpha_B = 0.57, \beta_B = 0.7, \alpha_S = 0.21, \beta_S = 0.58$ (параметри 1); 5 – нечіткий регулятор з компромісними налаштуваннями $\alpha_B = 0, \beta_B = 0.7, \alpha_S = 0.21, \beta_S = 0.58$

Висновки

Застосування апарата теорії нечітких множин робить синтез динамічної системи дуже багатограним: з одного боку, збільшується складність в налаштуванні через збільшення кількості ступенів свободи, з іншого боку, за рахунок великої кількості ступе-

нів свободи вдається точніше здійснити бажане налаштування системи та забезпечити її відповідну поведінку.

Результати, одержані в роботі, можуть бути застосовані при синтезі керуючих впливів для поворотних механізмів (кран, башта бульдозера) або механізмів типу роботизована рука, адже ситнезоване таким чином керування забезпечує швидкий підхід до області робочої точки, плавне наближення до неї та відсутність перерегулювань. Гладкість проміжних координат та керування підвищує зносостійкість елементів досліджуваних електромеханічних систем.

Проведене порівняння показує, що при застосуванні пропонованого в роботі регулятора можна одержати вигоду не тільки порівняно з налаштуваннями на стандартні форми Батерворта та бінома, але й порівняно з системою з регулятором [1]. При цьому величина максимального перерегулювання та значення функції покарання є меншими.

У випадку дії на систему зовнішніх впливів можливим є компромісне налаштування, яке забезпечує краще відпрацювання збурень. І хоча при цьому значення загального інтегрального показника якості збільшується, значення вихідної та проміжних координат системи залишаються в допустимих межах.

Незважаючи на те, що найуживанішими при практичному синтезі систем є стандартні лінійні форми Батерворта та біноміальна, застосування апарата нечітких множин забезпечує покращення показників динамічної системи і у випадку застосування інших стандартних лінійних форм (Бесселя, Чебишева тощо), що і буде предметом подальших досліджень.

Література

- [1] Лозинський А.О. Дослідження впливу вигляду функції належності на динамічні показники системи при багатокритеріальній оптимізації зі змінними ваговими коефіцієнтами / А.О. Лозинський, Л.І. Демків // Електротехнічні та комп'ютерні системи. – 2012. – № 5. – С. 137–144.
- [2] Лозинський О.Ю. Синтез двомасових і тримасових систем автоматичного регулювання положення електродів при врахуванні випадкового характеру збурень. / О. Ю. Лозинський, Я. Ю. Марущак, Я.С. Паранчук, Н.Ю. Попова // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка". – 1997. – № 288. – С. 77–85.
- [3] Марущак Я.Ю. Синтез електромеханічних систем з послідовним та паралельним коригуванням / Я.Ю. Марущак. – Львів: Вид-во Нац. ун-ту "Львівська політехніка". 2005. – 207 с.
- [4] Рутковская Д. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы / Д. Рутковская, М. Пилинский, Л. Рутковский. – М.: Горячая линия, 2006.
- [5] Hu B.G. A systematic study of fuzzy PID controllers function based evaluation approach / Hu B.G., Mann G.K.I., Gosine R.G. // IEEE Trans. on fuzzy systems. – 2001. – V. 9, No. 5. – P. 699–712.
- [6] Dombi J. Membership function as an evaluation / J. Dombi // Fuzzy Sets and Systems. – 1990. – V. 75. – P. 1–21.
- [7] Driankov D. Wprowadzenie do sterowania rozmytego / D. Driankov, H. Hellendoorn, M. Reinfrank. – Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1996. – 320 p.
- [8] Gang Feng A survey on analysis and design of model-based fuzzy control systems / Gang Feng // IEEE transactions on fuzzy systems. – 2006. – V. 14, No. 5. – P. 676–697.
- [9] Lin Feng Robust control design / Feng Lin – New York: John Wiley & Sons, Ltd, 2007. – 364 p.
- [10] Naidu D.S. Optimal control systems / D.S. Naidu. – CRC Press, 2002. – 433 p.
- [11] Piegat A. Modelowanie i sterowanie rozmyte / A. Piegat. – Warszawa: Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, 2003. – 678 p.
- [12] Yager R.R. Essentials of fuzzy modeling and control / R.R. Yager, D.P. Filev. – New York: John Wiley & Sons, 1994.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВЫБОРА ПАРАМЕТРОВ ФУНКЦИИ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ, КАК СТУПЕНЕЙ СВОБОДЫ НЕЧЕТКОГО РЕГУЛЯТОРА, НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Демків Л. І.

*Национальный университет "Львівська політехніка",
ул. С. Бандеры, 12, Львов, 79013, Украина*

Рассмотрено динамическую систему, состоящую из двух подсистем. Исследовано влияние выбора значений параметров функции принадлежности на качественные и количественные показатели функционирования системы. Определены оптимальные значения этих параметров. Проведено сравнение синтезированного регулятора с известными.

Ключевые слова: нечеткая логика, нечеткий регулятор, функция принадлежности, динамическая система.

УДК: 007:681.516.4

STUDY OF INFLUENCE OF MEMBERSHIP FUNCTION'S PARAMETERS SELECTION, AS FUZZY REGULATOR'S DEGREES OF FREEDOM, ON THE CHARACTERISTICS OF DYNAMIC SYSTEM

Demkiv L. I.

*National University "Lvivska Politechnika"
12 S. Bandera Str., 79013, Lviv, Ukraine*

A dynamic system that consists of two subsystems is considered. The influences of membership function's parameters on qualitative and quantitative indicators of the system is investigated. The optimal values of these parameters are determined. A comparison of the synthesized controller with the known ones is held.

Key words: fuzzy logic, fuzzy controller, membership function, dynamical system.

УДК: 007:681.516.4