

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ РОЗПОДІЛУ КОРЕНІВ ХАРАКТЕРИСТИЧНОГО ПОЛІНОМА НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У ДИНАМІЧНІЙ СИСТЕМІ

Демків Л. І.

Національний університет “Львівська політехніка”
вул. С. Бандери, 12, 79013, Львів, Україна

(Отримано 7 жовтня 2014 р.)

Розглянуто двомасову динамічну систему третього–п’ятого порядків. Досліджено вплив розподілу коренів характеристичного полінома системи на якісні та кількісні показники функціонування системи. Порівняно пропонується підхід з відомим.

Ключові слова: динамічна система, характеристичний поліном, стандартна лінійна форма, функція покарання, інтегральний показник якості.

УДК: 007:681.516.4

Вступ

Сьогодні під час синтезу систем автоматичного керування реальними об’єктами широко застосовують підходи модального керування [4]. При застосуванні таких підходів коефіцієнти підсилення регулятора визначають на основі однієї з стандартних лінійних форм [5]. У такому разі параметром, який визначає бажану поведінку системи, є значення середньгеометричного кореня. У разі збільшення його значення швидкодія системи зростає.

Крім того, в низці досліджень (див. напр. [1]) передбачено формування розподілу полюсів замкненої системи на основі варіації коефіцієнтів стандартних лінійних форм. Ще один підхід [2] до синтезу керуючих впливів полягає у вираженні характеристичного полінома через добуток стандартних характеристичних поліномів менших порядків, що підвищує швидкодю системи.

Під час дослідження кожного з описаних підходів автори намагалися збільшити швидкодю системи при накладених обмеженнях на вихідну координату. Часто практичне використання синтезованого регулятора є неможливим, оскільки значення проміжних координат системи перевищують допустимі конструктивні межі досліджуваних електромеханічних систем. Запропонований у цій роботі підхід дає змогу одержати компромісні налаштування регулятора системи, що б забезпечувало бажані траєкторії і вихідного сигналу системи, і проміжних.

I. Постановка задачі

Дослідження проведене на прикладі двомасової позиційної системи (див. напр. [3]).

$$T_{M_1} p \omega_1(p) = M_1(p) - M_{12}(p), \quad (1)$$

$$T_{Cp} M_{12}(p) = \omega_1(p) - \omega_2(p), \quad (2)$$

$$T_{M_2} p \omega_2(p) = M_{12}(p), \quad (3)$$

$$p\phi(p) = \omega_2(p), \quad (4)$$

$$CT_j p M_1(p) = (U - C\omega(p)) / R_j - M_1(p) / C, \quad (5)$$

де T_{M_1}, T_{M_2} – сталі часу першої та другої мас, відповідно, а T_C – стала часу пружного елемента; $\omega_1(p)$ та $\omega_2(p)$ – кутові швидкості на кінцях пружного вала; $M_{12}(p)$ – момент пружного елемента; $M_1(p)$ – нормований момент двигуна; $\phi(p)$ – кут повороту вала; ΔT_{M_2} – приріст значення сталої часу другої маси; T_j – стала часу електричного кола двигуна; R_j – опір якорного кола; C – коефіцієнт пружності.

Під час синтезу керування за повним вектором стану, характеристичний поліном системи матиме вигляд

$$H_{st}(p) = \sum_{i=0}^n a_i \omega_0^{n-i} p^i, \quad (6)$$

де ω_0 – значення середньгеометричного кореня; a_i – сталі коефіцієнти.

Досліджувана задача полягає у формуванні підходу до вибору розподілів коренів такого полінома, що б забезпечувало необхідні характеристики динамічної системи з одночасним формуванням проміжних координат.

Для дослідження впливу розподілу полюсів передавальної функції системи на її поведінку було обчислено значення інтегрального показника якості [6] $I = \int_0^T t |e(t)| dt$, ($e(t)$ – похибка регулювання) та функції покарання

$$F_{penalty} = \int_0^T \left(\beta_1 H(\omega_1(t) - \omega_{1,max}) \left(\frac{\omega_1(t)}{\omega_{1,max}} \right)^2 + \beta_2 H(\omega_3(t) - \omega_{3,max}) \left(\frac{\omega_3(t)}{\omega_{3,max}} \right)^2 + \beta_3 t_{5\%} + \beta_4 t_{stab} \right) dt, \quad (7)$$

де $\omega_{1,max}$ – максимальне перерегулювання вихідного сигналу першої маси, $\omega_{3,max}$ – максимальне перерегулювання вихідного сигналу другої маси, $t_{5\%}$ – час

входження в 5% зону, t_{stab} – час першого досягнення заданого значення, α_i , $i = \overline{1..4}$ – деякі вагові множники. Прийmemo $\alpha_i = 1$.

II. Результати дослідження

A. Дослідження системи (1)–(3)

Якщо не враховувати контур струму та розглядати досліджувану систему як систему керування швидкістю, то вона матиме вигляд (1)–(3). Дослідження проводили для випадку застосування стандартних лінійних форм Батерворта та біноміальної. У випадку стандартної біноміальної лінійної форми характеристичний поліном досліджуваної системи матиме вигляд

$$H_{des}(p) = (p + \omega_0)^3 \quad (8)$$

Корені такого рівняння є, очевидно, ω_0 . Пропонований підхід передбачає модифікацію (8), а саме представлення характеристичного полінома у вигляді

ді

$$H_{sug}^{bin} = (p + \omega_{01})(p + \omega_{02})(p + \omega_{03}), \quad (9)$$

$$\omega_{01}\omega_{02}\omega_{03} = \omega_0, \quad \omega_{01} = \omega_0 * (1/\alpha), \omega_{02} = \omega_0/(1/\alpha).$$

Тобто, фактично перехідні процеси в системі визначатимуться трьома параметрами $\omega_0, \omega_{01}, \omega_{02}$.

У випадку стандартної лінійної форми Батерворта, при класичному характеристичний поліном має вигляд

$$H_{des}(p) = (p + \omega_0)(p^2 + p\omega_0 + \omega_0^2)$$

Пропонований підхід передбачає вибір різних значень коренів характеристичного полінома при незмінному значенні ω_0 :

$$H_{sug}^{bat} = (p + \omega_{01})(p^2 + p\omega_{02} + \omega_{02}^2), \quad (10)$$

$$\omega_{01}\omega_{02}^2 = \omega_0^3, \quad \omega_{01} = \omega_0 * (1/\alpha), \omega_{02} = \omega_0/\sqrt{(1/\alpha)},$$

На рис. 1–3 наведено залежності $I, \omega_{1,max}, t_{5\%}, t_{stab}$ від значення параметрів ω_0, α . Досліджували для випадку, коли $\omega_0 \in [1, 20], \alpha \in [0.1, 2]$.

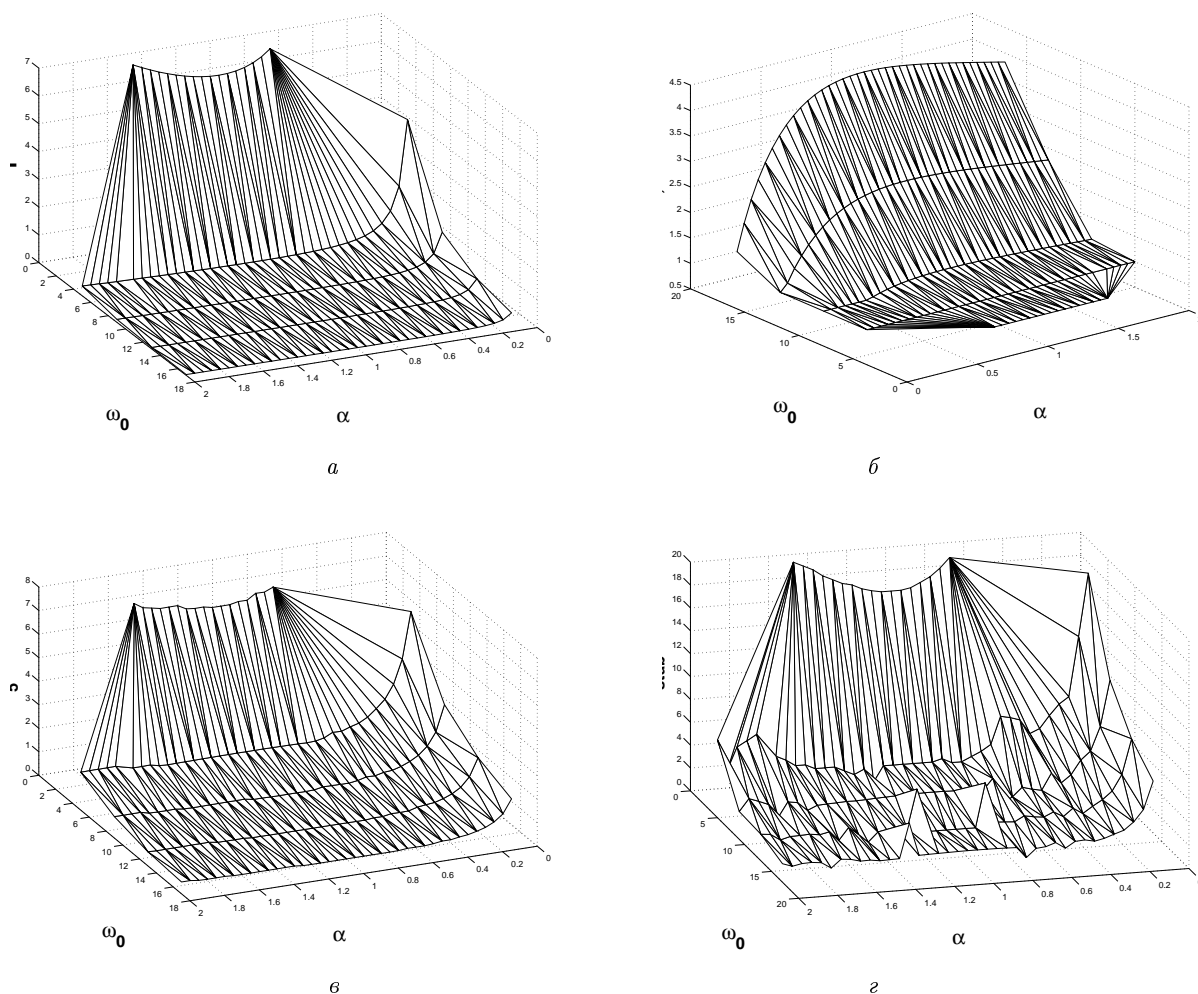
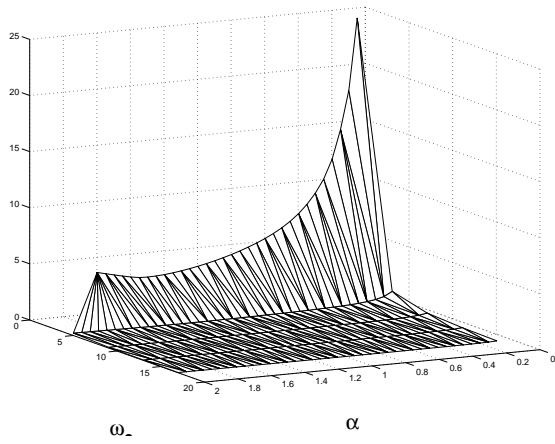
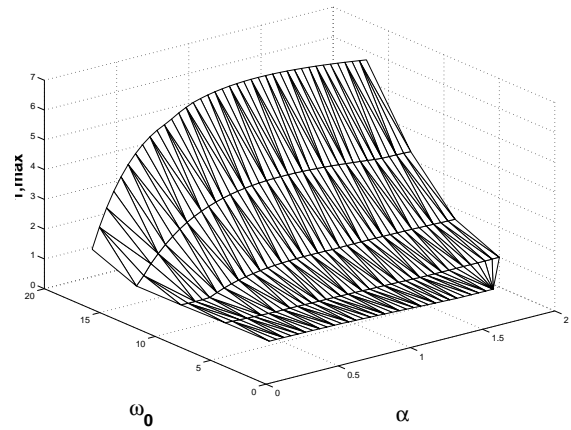


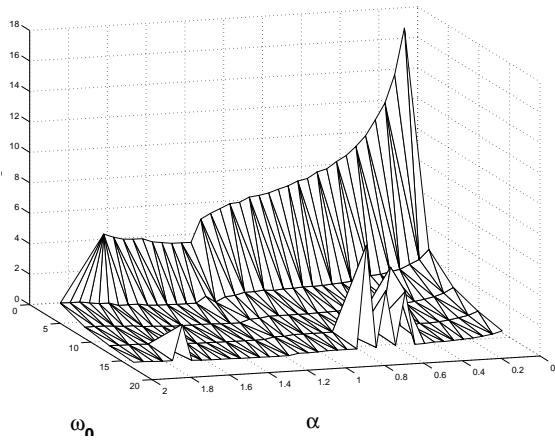
Рис. 1. Залежність досліджуваних характеристик динамічної системи: а – I ; б – $\omega_{1,max}$; в – $t_{5\%}$; з – t_{stab} від розподілу полюсів передавальної функції у випадку модифікації стандартної біноміальної лінійної форми



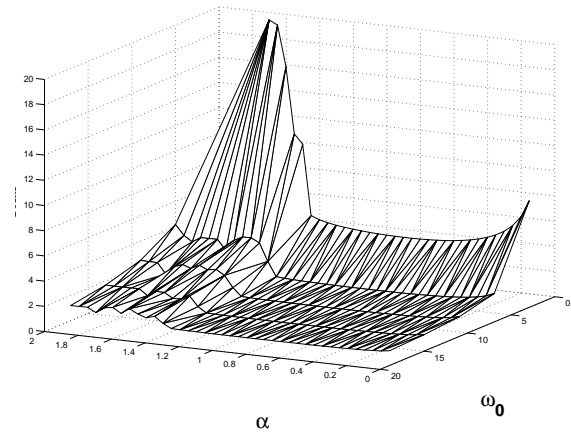
a



б

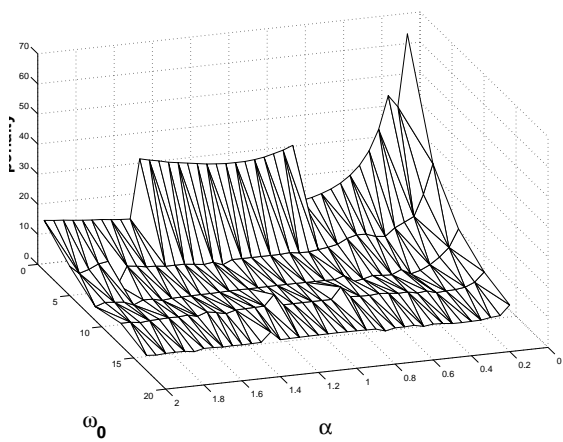


в

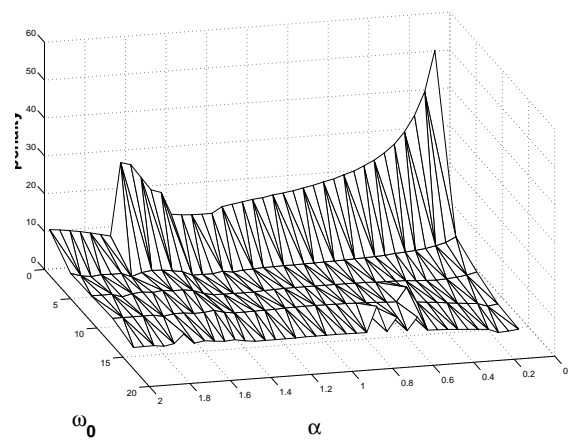


г

Рис. 2. Залежність досліджуваних характеристик динамічної системи: а – I ; б – $\omega_{1,max}$; в – $t_{5\%}$; г – t_{stab} від розподілу полюсів передавальної функції у випадку модифікації стандартної лінійної форми Батерворта



a



б

Рис. 3. Залежність значення $I + F_{penalty}$ від розподілу полюсів передавальної функції у випадку модифікації стандартної лінійної форми: а – біноміальної; б – Батерворта

У результаті проведених досліджень було визначено рекомендовані значення коренів досліджуваних характеристичних поліномів. Перехідні процеси в системі зображено на рис. 4. З наведених результатів випливає, що запропонований підхід до вибору полюсів

передавальної функції замкненої системи забезпечує формування бажаних перехідних процесів у проміжних координатах системи. Крім того, істотний вплив на розташування цих коренів має вибір вагових множників β_i з (7).

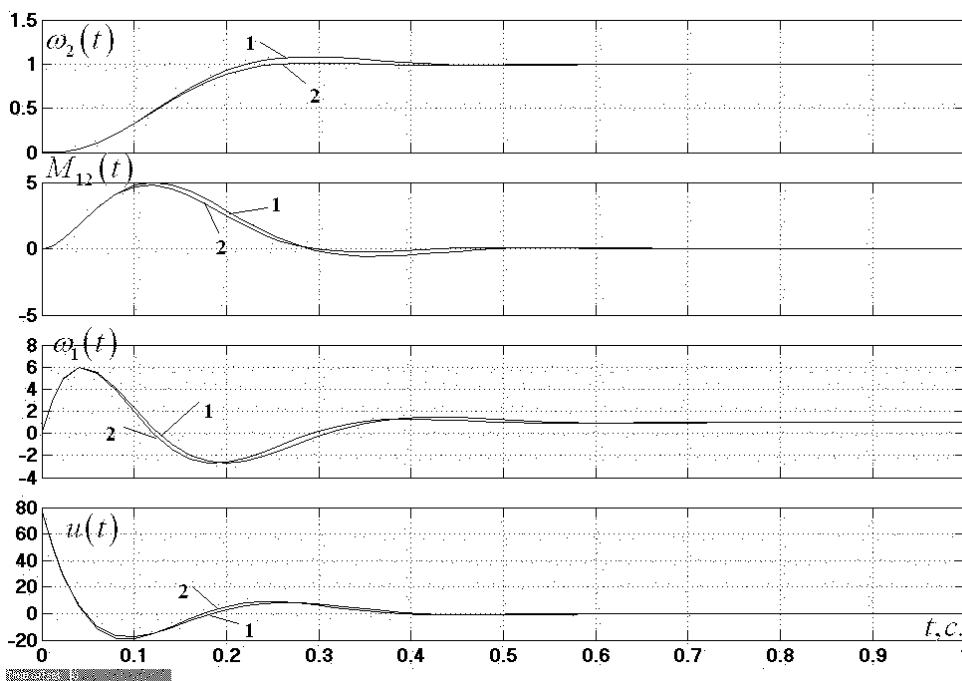


Рис. 4. Перехідні процеси в системі (1)–(3):
 при 1 – класичному підході до вибору характеристичного полінома;
 2 – запропонованому підході у випадку стандартної лінійної форми Батерворта

Одержані результати свідчать, що застосування запропонованого підходу у випадку, коли корені характеристичного поліному дійсні, не забезпечує вигравш у швидкодії системи.

Для кількісного порівняння одержаних результатів, у табл. 1 та 2 наведено значення для різних розподілів полюсів передавальної функції системи.

В Дослідження системи (1)–(4)

Якщо не враховувати контур струму досліджувану систему можна записати у вигляді (1)–(4). Серед різних можливих виглядів характеристичного поліному розглянемо такі:

$$H_{sug}^{bat1} = (p^2 + p\omega_{01} + \omega_{01}^2)(p^2 + p\omega_{02} + \omega_{02}^2),$$

$$\omega_{01}\omega_{02}^3 = \omega_0^4, \omega_{01} = \omega_0 * (1/\alpha), \omega_{02} = \omega_0/(1/\alpha).$$

$$H_{sug}^{bat2} = (p + \omega_{01})(p + \omega_{02})(p^2 + p\omega_{02} + \omega_{02}^2),$$

$$\omega_{01}\omega_{02}^3 = \omega_0^4, \omega_{01} = \omega_0 * (1/\alpha), \omega_{02} = \omega_0/(1/\alpha)^{1/3}.$$

На рис. 5–7 наведено залежність досліджуваних величин від значення ω_0 та α .

Таблиця 1

Кількісне порівняння запропонованого підходу у випадку налаштування системи (1)–(3) на стандартну біноміальну лінійну форму

2*Характеристичний поліном	$I + F_{penalty}$ коли ω_0 дорівнює				
	1	5	9	13	17
класичний	5.58	7.69	5.09	6.06	28.97
(9)	5.58	7.69	5.09	6.06	28.97

Таблиця 2

Кількісне порівняння запропонованого підходу у випадку налаштування системи (1)–(3) на стандартну лінійну форму Батерворта

2*Характеристичний поліном	$I + F_{penalty}$ коли ω_0 дорівнює				
	1	5	9	13	17
класичний	16.06	8.48	5.16	6.61	5.11
2*(10)	9.17	3.84	4.33	3.03	2.45
	$\alpha = 1.25$	1.3	1.25	1.35	0.95

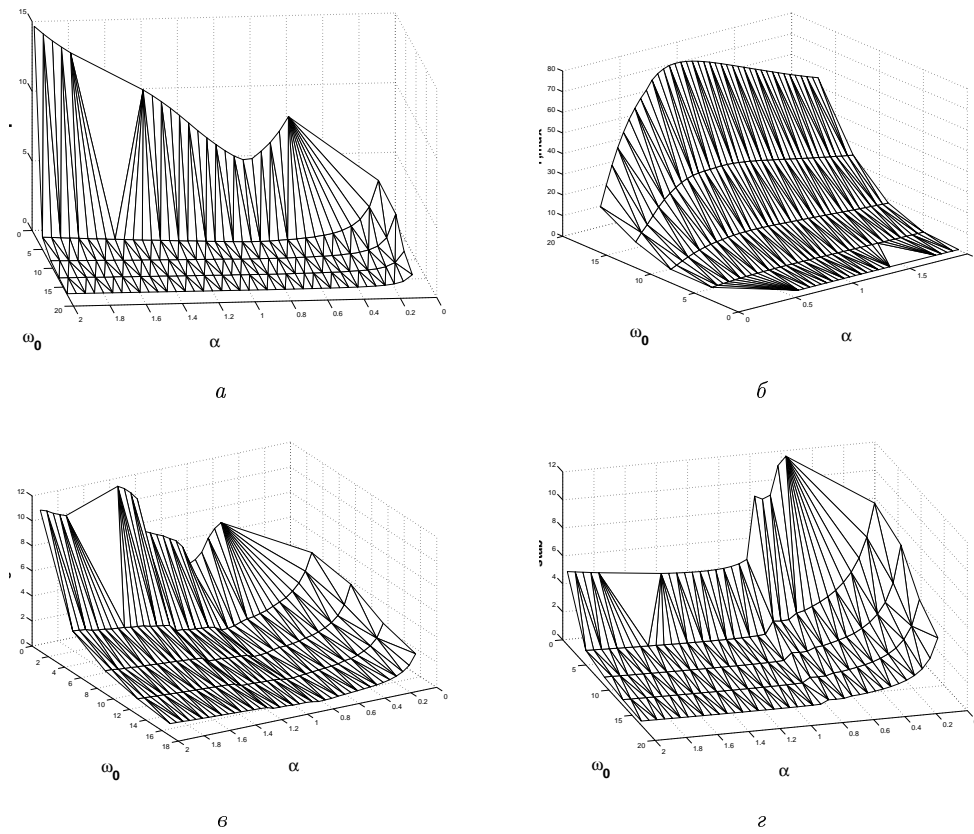


Рис. 5. Залежність досліджуваних характеристик динамічної системи: а – I ; б – $\omega_{1,max}$; в – $t_{5\%}$; г – t_{stab} від розподілу полюсів передавальної функції у випадку модифікації стандартної лінійної форми (11)

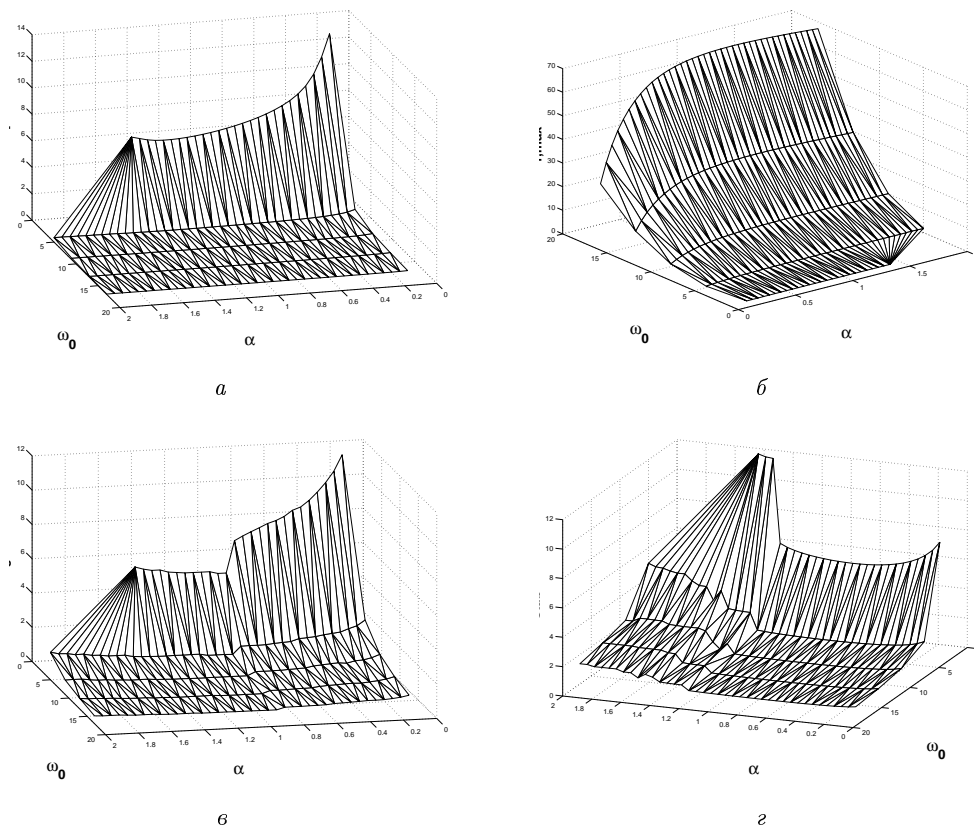


Рис. 6. Залежність досліджуваних характеристик динамічної системи: а – I ; б – $\omega_{1,max}$; в – $t_{5\%}$; г – t_{stab} від розподілу полюсів передавальної функції у випадку модифікації стандартної лінійної форми (11)

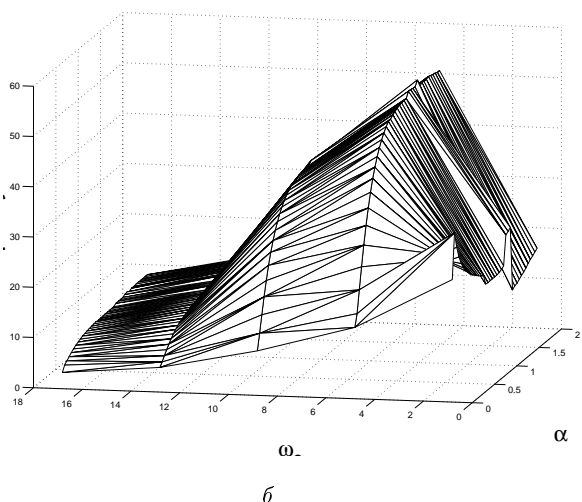
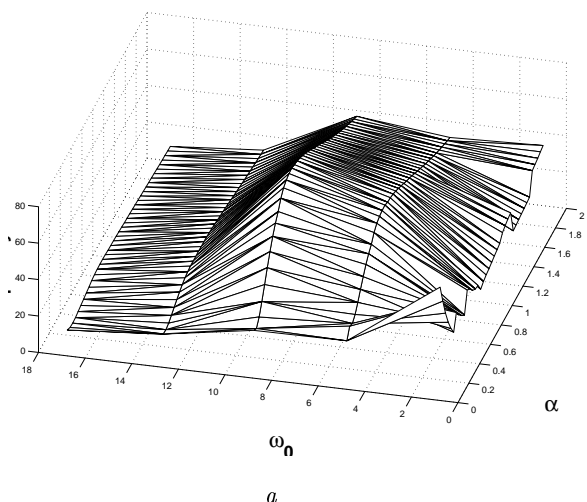


Рис. 7. Залежність значення $I + F_{penalty}$ від розподілу полюсів передавальної функції у випадку модифікації стандартної лінійної форми: а - (11); б - (11)

На рис. 8 наведено вихідні сигнали системи за різних варіантів розподілу її полюсів.

Для кількісного порівняння одержаних результатів, в табл. 3 наведено значення для різних характеристичних поліномів системи.

Таблиця 3

Кількісне порівняння запропонованого підходу у випадку налаштування системи (1)–(4) на стандартну лінійну форму Батерворта

2* Характе- ристичний поліном	$I + F_{penalty}$ коли ω_0 дорівнює				
	1	5	9	13	17
класичний	18.65	22.22	20.58	15.21	11.92
2*(11)	15.45	20.99	18.93	9.48	6.97
	$\alpha = 1.1$	1.25	1.25	1.35	1.35
2*(11)	11.68	13.43	8.08	11.13	2.48
	$\alpha = 1.35$	1.25	1.25	1.45	1.35

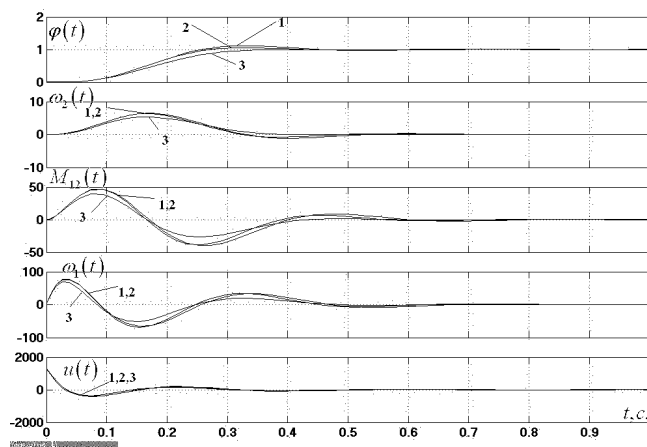


Рис. 8. Перехідні процеси в системі (1)–(4): при 1 – класичному підході до вибору характеристичного полінома; 2 – запропонованому підході у випадку стандартної лінійної форми (11); 3 – запропонованому підході у випадку стандартної лінійної форми (11)

Аналогічні результати можна одержати для системи (1)–(3), (5).

С Дослідження системи (1)–(5)

Коли досліджувана система зображена у вигляді (1)–(5), можливими є, наприклад, такі характеристичні поліноми:

$$H_{sug}^{bat3} = (p + \omega_{01}) (p^2 + p\omega_{02} + \omega_{02}^2) (p^2 + p\omega_{02} + \omega_{02}^2), \quad (11)$$

$$\omega_{01}\omega_{02}^4 = \omega_0^5,$$

$$\omega_{01} = \omega_0 * (1/\alpha),$$

$$\omega_{02} = \omega_0 / ((1/\alpha)^{1/4}).$$

$$H_{sug}^{bat4} = (p + \omega_{01}) (p^2 + p\omega_{01} + \omega_{01}^2) (p^2 + p\omega_{02} + \omega_{02}^2), \quad (12)$$

$$\omega_{01}^3\omega_{02}^2 = \omega_0^5,$$

$$\omega_{01} = \omega_0 * (1/\alpha),$$

$$\omega_{02} = \omega_0 / ((1/\alpha)^{3/2}).$$

$$H_{sug}^{bat5} = (p + \omega_{01}) (p + \omega_{01}) (p + \omega_{01}) (p^2 + p\omega_{02} + \omega_{02}^2), \quad (13)$$

$$\omega_{01}^3\omega_{02}^2 = \omega_0^5,$$

$$\omega_{01} = \omega_0 * (1/\alpha),$$

$$\omega_{02} = \omega_0 / ((1/\alpha)^{3/2}).$$

На рис. 13–16 наведено залежність досліджуваної величин від значення ω_0 та α .

Для кількісного порівняння одержаних результатів у табл. 4 наведено значення для різних розподілів полюсів передавальної функції системи.

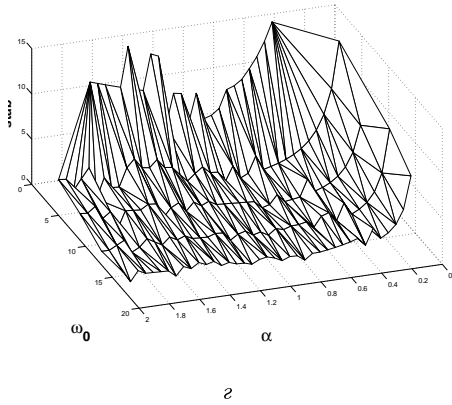
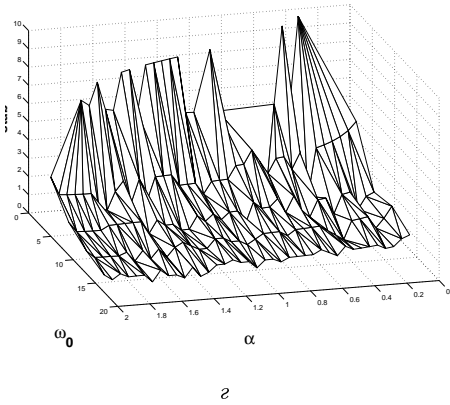
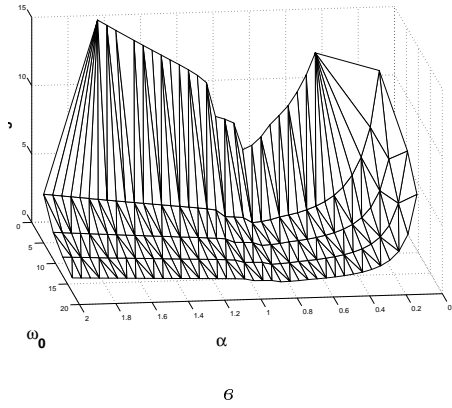
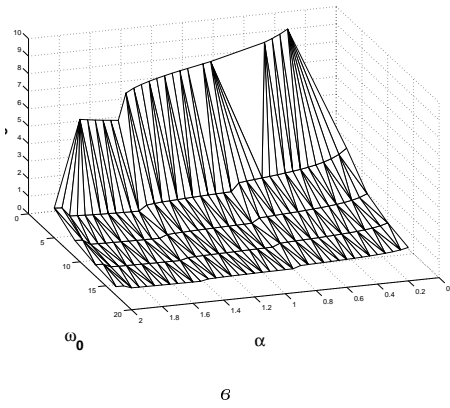
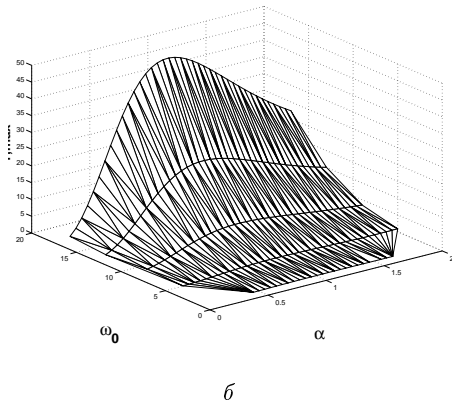
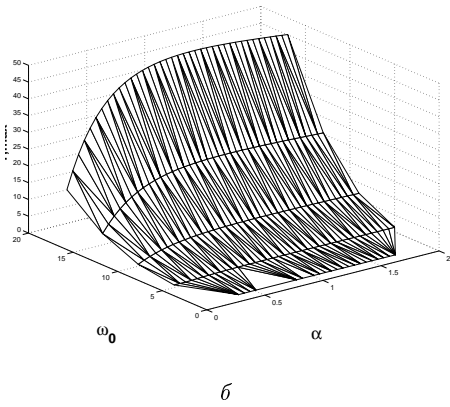
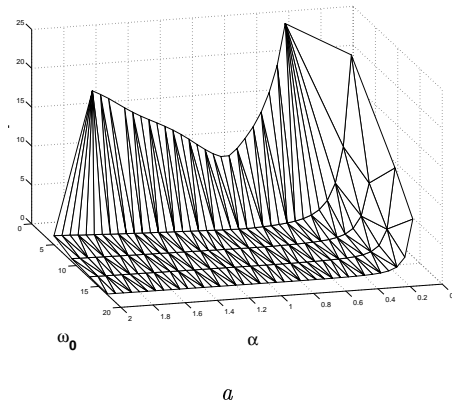
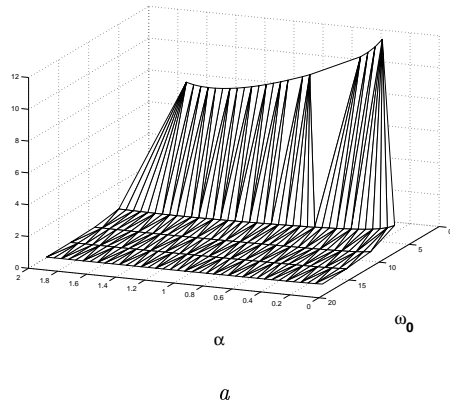
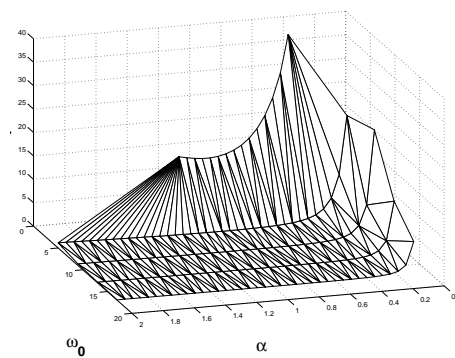
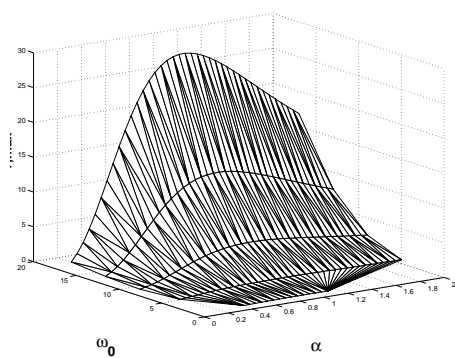


Рис. 9. Залежність досліджуваних характеристик динамічної системи: а – I ; б – $\omega_{1,max}$; в – $t_{5\%}$; г – t_{stab} від розподілу полюсів передавальної функції у випадку модифікації стандартної лінійної форми Батерворта

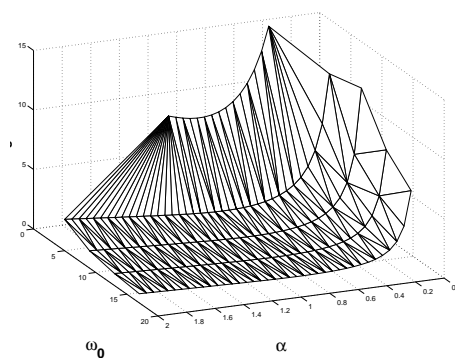
Рис. 10. Залежність досліджуваних характеристик динамічної системи: а – I ; б – $\omega_{1,max}$; в – $t_{5\%}$; г – t_{stab} від розподілу полюсів передавальної функції у випадку модифікації стандартної лінійної форми Батерворта



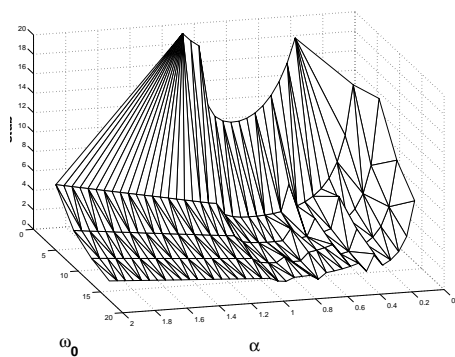
a



b

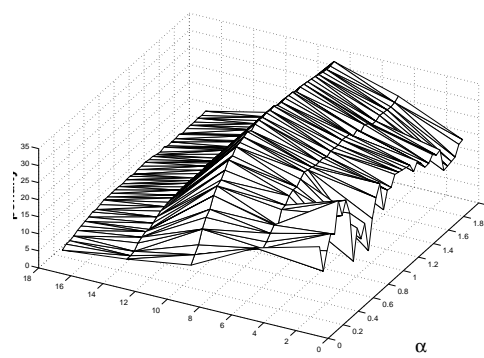


b

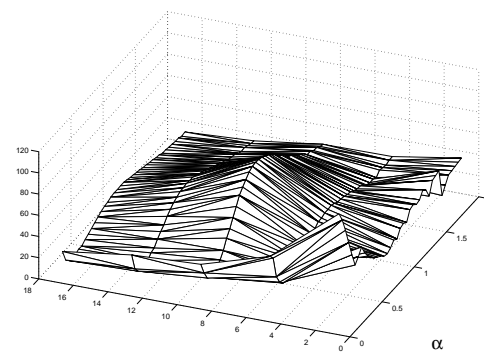


z

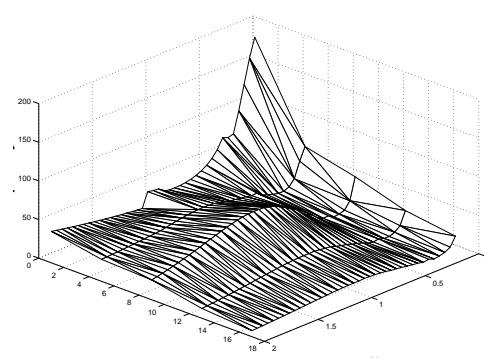
Рис. 11. Залежність досліджуваних характеристик динамічної системи: а - I ; б - $\omega_{1,max}$; в - $t_{5\%}$; з - t_{stab} від розподілу полюсів передавальної функції у випадку модифікації стандартної лінійної форми Батерворта



a



b



b

Рис. 12. Залежність значення $I + F_{penalty}$ від розподілу полюсів передавальної функції у випадку модифікації стандартної лінійної форми: а - (11); б - (12) в) (13)

На рис. 17 наведено вихідні сигнали системи при різних варіантах розподілу її полюсів

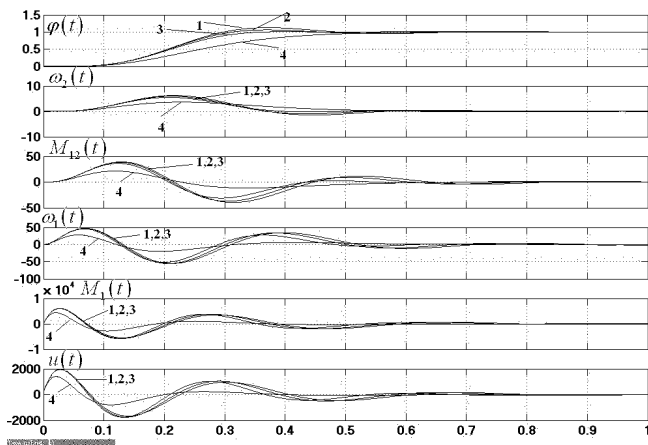


Рис. 13. Перехідні процеси в системі (1)–(5):
 при 1 – класичному підході до вибору
 характеристичного полінома; 2 – пропонованому
 підході у випадку стандартної лінійної форми (11);
 3 – пропонованому підході у випадку стандартної
 лінійної форми (12); 4 – пропонованому підході
 у випадку стандартної лінійної форми (12)

Одержані результати свідчать, що у випадку характеристичного полінома (13) не вдається одержати виграти порівняно з випадком налаштування системи на стандартну лінійну форму Батерворта.

Таблиця 4

Кількісне порівняння пропонованого підходу у випадку налаштування системи (1)–(5) на стандартну лінійну форму Батерворта

2*Характеристичний поліном класичний	$I + F_{penalty}$ коли ω_0 дорівнює; (α)				
	1	5	9	13	17
22.50	18.33	16.87	12.29	8.18	
2*(11)	9.70	16.65	9.15	6.34	4.38
$\alpha = 1.05$	1.65	1.5	1.7	1.7	
2*(12)	18.06	14.33	12.27	8.16	5.17
$\alpha = 1.25$	1.25	1.25	1.25	1.25	1.25
2*(13)	22.55	28.24	34.07	13.71	8.89
$\alpha = 1.25$	1.25	1.25	1.25	1.25	1.25

Висновки

У певний спосіб можна стверджувати, що застосування пропонованого підходу забезпечує бажані перехідні процеси в системі. Зокрема вдається досягти виграшу у функціонуванні систем третього-п'ятого порядків з пропонованим розміщенням коренів характеристичного поліному порівняно з налаштуванням системи на стандартну лінійну форму Батерворта.

Література

[1] Акимов Л. В. Динамика двухмассовых систем с нетрадиционными регуляторами скорости и наблюдателями состояния / Л. В. Акимов, В. И. Колотило, В. С. Марков. – Харьков: ХГПУ, 2000. – 93 с.

[2] Головач І. Р. Формування характеристичного полінома на основі компромісних поєднань стандартних форм / І. Р. Головач, А. О. Лозинський // Збірник наукових праць Дніпродзержинського ДТУ. Тематичний випуск "Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика". – Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2007. – С. 346–348.

[3] Марущак Я. Ю. Синтез електромеханічних систем з послідовним та паралельним коригуванням / Я. Ю. Марущак. – Львів: Вид-во Нац. ун-ту "Львівська політехніка 2005. – 207 с.

[4] Марущак Я. Ю. Динаміка двомасових систем стабілізації режиму в електродугових печах / Я. Ю. Марущак, А. О. Лозинський, А. П. Кушнір. – Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2011. – 224 с.

[5] Осичев А. В. Стандартные распределения корней в задачах синтеза в электроприводе / А. В. Осичев, В. О. Котляров, В. С. Марков // Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика:[Труды конференции]. – Харьков: Основа. 1997. – С. 104–109.

[6] Naidu D. S. Optimal control systems / D. S. Naidu. – CRC Press, 2002. – 433 p.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОРНЕЙ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО ПОЛИНОМА НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

Демків Л. І.

*Национальный университет "Львівська політехніка"
ул. С. Бандеры, 12, 79013, Львов, Украина*

Рассмотрено двухмассовую динамическую систему третьего–пятого порядков. Исследовано влияние распределения корней характеристического полинома системы на качественные и количественные показатели функционирования системы. Проведено сравнение предлагаемого подхода с существующими.

Ключевые слова: динамическая система, характеристический полином, стандартная линейная форма, функция наказания, интегральный показатель качества.

УДК: 007:681.516.4

THE INFLUENCE OF THE CHARACTERISTIC POLYNOMIAL'S ROOTS DISTRIBUTION ON THE CHARACTERISTICS OF TRANSIENTS IN DYNAMICAL SYSTEMS

Demkiv L. I.

*Lviv Polytechnic National University
12, S. Bandery Str., Lviv, 79013, Ukraine*

A two-mass dynamic system of 3-5 orders is consider. The influence of the distribution of system polynomial roots on qualitative and quantitative performance indicators systems is investigated. A comparison of the proposed approach with the existing ones has been done.

Key words: dynamic system, characteristic polynomial, standard linear form, penalty function, quality index.

UDK: 007:681.516.4