ВІСНИК НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
"ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА"
"Фізико-математичні науки"
№ 898, 2018, с. 46–50

JOURNAL OF LVIV POLYTECHNIC
NATIONAL UNIVERSITY
"Physical and mathematical sciences"
№ 898, 2018, p. 46–50

ВІТАЛІЙ ЯКОВИЧ СКОРОБОГАТЬКО: ДЕЯКІ ІЗ ВІХ ТВОРЧОГО ЖИТТЯ

Л. О. Новіков

Національний університет "Львівська політехніка"
вул. С. Бандери, 12, 79013, Львів, Україна

(Отримано 10 квітня 2018 р.)

Висвітлено окремі епізоди творчого життя видатного українського математика Віталія Яковича Скоробогатька.

Ключові слова: прискорення збіжності, інтеграл Адамара, скінченні частини розбіжних інтегралів.

2000 MSC: 26D15

УДК: 517.382

У середині липня 2017 р. виповнилось 90 років від дня народження Віталія Яковича Скоробогатька – видатного українського математика, все творче життя якого пов'язане з «трикутником», вершини якого – університет ім. Ів. Франка, Львівська політехніка і Західний науковий центр НАН України.

Віталій Якович протягом десятиліть вів чотири (!) щотижневі семінари математико-фізичного напряму, на яких формувались, виростали дослідження, підтверджені докторськими і кандидатськими дисертаціями, живою обчислювально-математичною практикою.

Частково плоди праці вченого, його соратників і учнів на високому рівні продемонстровано під час наукової конференції, присвяченої ювілею, яку організував Західний науковий центр НАН України.

Природно, неможливо під час однієї конференції відтворити всі основні епізоди творчого життя такої різнобічної фігури, як Віталій Якович. Нам видається слушним про один із таких епізодів розповісти словами самого вченого, оскільки він фактично є основним автором цієї публікації. Щоб зберегти «дух епохи», не перекладаємо українською мовою російськомовних текстів.

У 1978 р. вийшла друком книга [1]. Віталій Якович (як свідчить його власноручний підпис на цій книзі) придбав її у серпні 1978 р. і, дочекавшись вересня, запропонував її для вивчення і обговорення на семінар Львівського філіалу математичної фізики Інституту математики АН УРСР, розміщеного в палаці Потоцького на вул. Коперника.

Розділи книги розподілили між кількома учасниками семінару для представлення їх загалу. Один з розділів дістався автору цих рядків і стосувався методу використання скінченних частин розбіжних інтегралів, який запропонував Ж. Адамар. Ці частини тепер називають інтегралами Адамара. Викликав подив волюнтаристський підхід Адамара: **розбіжному інтегралу надають сенсу, відкидаючи члени, які зумовлюють його розбіжність**.

Віталій Якович дуже занепокоївся цим і у приватних розмовах часто повертався до цієї теми, пропонуючи мені розібратися у колізії, що виникла. Я почав думати над цією проблемою і, як кажуть, хто шукає, той знайде, оскільки шукачеві допомагає вийти на правильний шлях щасливий трафунок. Так і сталось. Щасливим випадком стала доповідь, яку Віталій Якович доручив мені зробити на семінарі. Ця доповідь стосувалась теорії покращення збіжності рядів. Ця теорія викладена у книзі [2] білоруських математиків. Книгу Віталієві Яковичу подарував один із авторів, прекрасний вчений і людина В. В. Бобков. Про це свідчить дарчий напис на книзі від 23.05.1977 р. у Мінську.

Штудіювання розділу про прискорення збіжності рядів навело мене на думку, що **інтеграл Адамара є узагальненою у сенсі S_k-перетворення границею розбіжної послідовності інтегралів**. Віталій Якович був задоволений: розумова «задуха» щезла. Я залучив до співпраці свого молодшого колегу В. М. Гука і написав основу статті, в якій прізвища авторів фігурують в алфавітній послідовності.

Віталій Якович назвав наші викладки «формулами Новікова–Гука» і вирішив ознайомити з ними академіка Я. Б. Лопатинського, свого вчителя, якого він дуже шанував і думка якого його завжди цікавила. Віталій Якович мав на меті опублікувати наші результати у авторитетному виданні й надіслав проект статті Я. Б. Лопатинському. Ярослав Борисович оцінив привабливість думки, але зауважив, що наш підхід має ваду: він нестійкий з обчислювального погляду. Віталій Якович став на наш захист і написав академікові Я. Б. Лопатинському листа. Щоб зрозуміти, про що йдеться, читач може ознайомитись з нашим розумінням інтеграла Адамара, викладеним, наприклад, у книзі [3].

Потрібно зауважити, що Віталій Якович усіх своїх учнів завжди скеровував на семінар академіка для фахової, некомпліментарної критики їхніх нових наукових результатів. У той час зі своїми здобутками на семінарі академіка виступив А. Ф. Обшта, про якого згадано нижче. Нині Анатолій Феліксович є професором Львівської політехніки. Віталій Якович був науковим керівником його кандидатської дисертації.

Лист професора В. Я. Скоробогатька до академіка Я. Б. Лопатинського

Львов 9 III – 1979

Добрый день, Юрий Борисович!

Прежде всего благодарю за критику доклада А. Ф. Обшты. Действительно Ладыженская О. А. установила ранее корректность смешанной задачи, независимо от вида области $D\times T$ для гиперболического уравнения. Но я не верю, что наши оценки пропадут даром, кажется, уже нашли они применение для оценки $I(t)=\int\limits_{D_t}(n)\int u^2dx$, где u – решение гиперболического уравнения, D_t – сечение цилиндра плоскостью $t=const$.

Этот вопрос дорабатываем. Следовательно покамест наш подход с защитными неравенствами имеет методическое значение.

Теперь относительно интеграла Адамара.

Корректность ускорения Новикова Л. А. – Гука В. М. все таки существует.

Вы привели пример последовательности $s_n\dfrac{1}{\varepsilon^n}+\theta_n$, для которой, якобы преобразование Шенкса некорректно. Действительно, для этого случая преобразование Шенкса имеет вид

$$\delta^2(s)=\frac{s_{n+1}s_{n-1}-s_n^2}{s_{n+1}-2s_n+s_{n-1}}=\frac{\left(\dfrac{1}{\varepsilon^{n+1}}+\theta_{n+1}\right)\left(\dfrac{1}{\varepsilon^{n+1}}+\theta_{n-1}\right)-\left(\dfrac{1}{\varepsilon^{n}}+\theta_{n}\right)^2}{\dfrac{1}{\varepsilon^{n+1}}+\theta_{n+1}-2\cdot\dfrac{1}{\varepsilon^{n+1}}-2\cdot\theta_n+\dfrac{1}{\varepsilon^{n-1}}+\theta_{n-1}}+\theta_n=$$

$$=\frac{\dfrac{1}{\varepsilon^{2n}}+\theta_{n-1}\cdot\dfrac{1}{\varepsilon^{n+1}}+\theta_{n+1}\cdot\dfrac{1}{\varepsilon^{n-1}}+\theta_{n+1}\theta_{n-1}-\dfrac{1}{\varepsilon^{2n}}-2\theta_n\cdot\dfrac{1}{\varepsilon^{n}}-\theta_n^2}{\dfrac{1}{\varepsilon^{n+1}}-\dfrac{2}{\varepsilon^{n}}+\dfrac{1}{\varepsilon^{n-1}}+\theta_{n-1}-2\theta_n+\theta_{n-1}}.$$

Главные по величине члены в числителе $(1/\varepsilon^{2n})$[1] взаимно уничтожаются. После домножения (числителя и знаменателя)* дроби на ε^{n+1} имеем

$$\frac{\theta_{n-1}+\theta_{n+2}\varepsilon^2+\theta_{n-1}+\theta_{n+1}\varepsilon^{n+1}-2\theta_n-\theta_n^2\varepsilon^{n+1}}{1-2\varepsilon+\varepsilon^2+\theta_{n+1}\varepsilon^{n+1}-2\theta_n\varepsilon^{n+1}+\theta_{n-1}\varepsilon^{n+1}}.$$

Если величина θ_n ограничена, то последнее выражение мало изменяется при небольших изменениях ε.

Величина θ_n может даже расти, но не быстрее чем $\dfrac{A}{\varepsilon}$, $A=const$ и все равно корректность формулы очевидна.

Теперь докажем строго корректность формулы Л. А. Новикова – В. М. Гука для случая интеграла

$$\int\limits_0^1\frac{f(x)dx}{x^{1+\alpha}},\qquad 0<\alpha<1.$$

(В общем случае при произвольном α выкладки аналогичны, но более громоздки, они полностью сделаны).

1) Введем последовательность $\varepsilon_n\to 0$ (при) $n\to\infty$. (Тогда)*

$$s_n=\int\limits_{\varepsilon_n}^1\frac{f(x)dx}{x^{1+\alpha}}=\int\limits_{\varepsilon_n}^1\frac{f(0)dx}{x^{1+\alpha}}+\int\limits_{\varepsilon_n}^1\frac{f(x)-f(0)}{x^{1+\alpha}}dx=-\frac{f\,(0)}{x^\alpha}\bigg|_\varepsilon^1+\int_0^1\frac{f\,(x)\;-f\,(0)}{x^{1+\alpha}}\,dx-\int_0^{\varepsilon_n}\frac{f\,(x)\;-f\,(0)}{x^{1+\alpha}}\,dx=$$

$$=\underbrace{-\frac{f(0)}{\alpha}+\int\limits_0^1\frac{f(x)-f(0)}{x^{1+\alpha}}dx}_{s}+\underbrace{\frac{f(0)}{\alpha}}_{A}\cdot\frac{1}{\varepsilon_n^\alpha}+\int\limits_0^{\varepsilon_n}\frac{f(x)-f(0)}{x^{1+\alpha}}dx\approx s+\frac{A}{\varepsilon_n^\alpha}+\eta_n.\qquad(1)$$

[1]Зірочкою позначені вставки Л. О. Новікова

Короче говоря $s_n = s + \dfrac{A}{\varepsilon_n^\alpha} + \eta_n$.

$$\delta^2(s_n) = \frac{s_n s_{n-1} - s_n^2}{s_{n+1} - 2s_n + s_{n-1}} = \frac{\left(s + \dfrac{A}{\varepsilon_{n+1}^\alpha} + \eta_{n+1}\right)\left(s + \dfrac{A}{\varepsilon_{n-1}^\alpha} + \eta_{n-1}\right) - \left(s + \dfrac{A}{\varepsilon_n^\alpha} + \eta_n\right)^2}{s + \dfrac{A}{\varepsilon_{n+1}^\alpha} + \eta_{n+1} - 2s - \dfrac{2A}{\varepsilon_n^\alpha} - 2\eta_n + s + \dfrac{A}{\varepsilon_{n-1}^\alpha} + \eta_{n-1}} =$$

$$\begin{aligned} &= s^2 + \frac{sA}{\varepsilon_n^\alpha} + s\eta_{n-1} + \frac{A^2}{\varepsilon_{n+1}^\alpha \varepsilon_{n-1}^\alpha} + \frac{A\eta_{n-1}}{\varepsilon_{n+1}^\alpha} + s\eta_{n+1} + \frac{A\eta_{n+1}}{\varepsilon_{n-1}^\alpha} + \eta_{n+1}\eta_{n-1} - s^2 - \frac{A^2}{\varepsilon_n^{2\alpha}} - \eta_n^2 - \frac{2sA}{\varepsilon_n^2} - \\ &-2s\eta_{n+1} - \frac{2A\eta}{\varepsilon_n^2} = A\left(\frac{1}{\varepsilon_{n+1}^\alpha} - 2\cdot\frac{1}{\varepsilon_n^\alpha} + \frac{1}{\varepsilon_{n-1}^\alpha}\right) + \eta_{n+1} - 2\eta_n + \eta_{n-1} = \left\{A^2\left(\frac{1}{\varepsilon_{n+1}^\alpha \varepsilon_{n-1}^\alpha} - \frac{1}{\varepsilon_n^{2\alpha}}\right) + \right. \\ &\left. + As\left(\frac{1}{\varepsilon_{n+1}^\alpha} - \frac{1}{\varepsilon_{n-1}^\alpha} - \frac{2}{\varepsilon_n^\alpha}\right) + A\left(\frac{\eta_{n-1}}{\varepsilon_{n+1}^\alpha} - 2\frac{\eta_n}{\varepsilon_n^\alpha} + \frac{\eta_{n-1}}{\varepsilon_{n-1}^\alpha}\right) + s\left(\eta_{n+1} - 2\eta_n + \eta_{n-1}\right) + \eta_{n+1}\eta_{n-1} - \eta_n^2 \right\} : \\ &: \left\{A\left(\frac{1}{\varepsilon_{n+1}^\alpha} - \frac{2}{\varepsilon_n^\alpha} + \frac{1}{\varepsilon_{n-1}^\alpha}\right) + \eta_{n+1} - 2\eta_n + \eta_{n-1}\right\}. \end{aligned} \tag{2}$$

Выполняется очевидная оценка

$$|\eta_n| \le \left| \int_0^1 \frac{f(x) - f(0)}{x^{1+\alpha}} dx \right| \le \frac{M}{1-\alpha}\varepsilon_n^{1-\alpha}, \qquad M = \max_{x\in[0,1]} |f'(x)| .$$

Следовательно $\eta_n \to 0$, когда $n \to \infty$.

Выберем ε_n специальным способом, а именно, положим $\varepsilon_n = \dfrac{1}{q^n}$, $q > 1$. Тогда, подставляя его в формулу (2), получим, после элементарных преобразований:

$$\delta^2(s_n) =$$

$$= \left\{As\left(q^\alpha - 2 + q^{-\alpha}\right) + A\left(\eta_{n-1}q^\alpha - 2\eta_n + \eta_{n+1}q^{-\alpha}\right) + s\left(\frac{\eta_{n+1}}{q^{n\alpha}} - \frac{2\eta_n}{q^{n\alpha}} + \frac{\eta_{n-1}}{q^{n\alpha}}\right) + \frac{\eta_{n+1}}{q^{n\alpha}}\cdot\frac{\eta_{n-1}}{q^{n\alpha}} - \left(\frac{\eta_n^2}{q^{n\alpha}}\right)^2\right\} :$$

$$: \left\{A\left(q^\alpha - 2 + q^{-\alpha}\right) + \frac{\eta_{n+1}}{q^{n\alpha}} - \frac{2\eta_n}{q^{n\alpha}} + \frac{\eta_{n-1}}{q^{n\alpha}}\right\}.$$

Для того, чтобы $\delta^2(s_n) \underset{n\to\infty}{\to} s$, необходимо чтобы $\dfrac{\eta_n}{q^{n\alpha}} \underset{n\to\infty}{\to} 0$. Но это (требование)* действительно выполняется, так как

$$\frac{\eta_n}{q^{n\alpha}} \le \frac{M}{1-\alpha}\varepsilon^{1-\alpha}\cdot\frac{1}{q^{n\alpha}} = \frac{M}{1-\alpha}\cdot\frac{q^{(\alpha-1)n}}{q^{n\alpha}} = \frac{M}{1-\alpha}\cdot\frac{1}{q^n} \to 0$$

при $n \to \infty$.

2) Теперь предположим, что при практическом счете совершена ошибка (погрешность)* и вместо величины $\varepsilon_n^\alpha = \dfrac{1}{q^{n\alpha}}$ стоит величина $\varepsilon_n^\alpha = \dfrac{1}{q^{n\alpha} + \theta_n}$, тогда вместо s_n возникнет величина s_n^* и получим

$$\begin{aligned} \delta^2(s_n^*) = &\left\{A^2\left[\left(q^{(1+n)\alpha} + \theta_{n+1}\right)\left(q^{(1-n)\alpha} + \theta_{n-1}\right) - \left(q^{2\alpha n} + \theta_n\right)^2\right] + As\left[\left(q^{(1+n)\alpha} + \theta_{n+1}\right) - 2\eta_n q^{n\alpha} - \right.\right. \\ &-2\theta_n + \left.\left(q^{(1-n)\alpha} + \theta_{n-1}\right)\right] + A\left(\eta_{n-1}q^{(n-1)\alpha} + \eta_{n-1}\theta_{n+1} - 2\eta_n q^{n\alpha} - 2\eta_n\theta_n + \eta_{n+1}q^{(n+1)\alpha} + \eta_{n+1}\theta_{n-1}\right) + \\ &\left. + s\left(\eta_{n+1} - 2\eta_n + \eta_{n-1}\right) + \eta_{n+1}\eta_{n-1} - \eta_n^2\right\} : \\ &: \left\{A\left(q^{(1+n)\alpha} + \theta_{n+1} - 2q^{n\alpha} - 2\theta_n + q^{(n-1)\alpha}\theta_{n-1} + \theta_{n+1}\right) + \eta_{n+1} - 2\eta_n + \eta_{n-1}\right\} = \\ &= \left\{A^2\left[q^\alpha\theta_{n-1} + q^{-\alpha}\theta_{n+1} + \frac{\theta_{n+1}\theta_{n-1}}{q^{n\alpha}}\right] + As\left[q^\alpha - 2 + q^{-\alpha} + \frac{\theta_{n+1}}{q^{n\alpha}} - \frac{2\theta_n}{q^{n\alpha}} + \frac{\theta_{n-1}}{q^{n\alpha}}\right] + \right. \\ &+A\left(\eta_{n-1}q^\alpha - 2\eta_n + \eta_n q^{-\alpha} + \frac{\eta_{n-1}\theta_{n+1}}{q^{n\alpha}} - \frac{2\eta_n\theta_n}{q^{n\alpha}} + \frac{\eta_{n+1}\theta_{n-1}}{q^{n\alpha}}\right) + s\left(\frac{\eta_{n+1}}{q^{n\alpha}} - \frac{2\eta_n}{q^{n\alpha}} + \frac{\eta_{n-1}}{q^{n\alpha}}\right) + \\ &\left. + \frac{\eta_{n+1}\eta_{n-1}}{q^{n\alpha}} - \frac{\eta_n^2}{q^{n\alpha}}\right\} : \left\{A\left(q^\alpha - 2 + q^{-\alpha}\right) + \frac{\theta_{n+1}}{q^{n\alpha}} - \frac{2\theta_n}{q^{n\alpha}} + \frac{\theta_{n-1}}{q^{n\alpha}} + \frac{\eta_{n+1}}{q^{n\alpha}} - \frac{2\eta_n}{q^{n\alpha}} + \frac{\eta_{n-1}}{q^{n\alpha}}\right\}. \end{aligned}$$

Из последней формулы видно, что при небольших значениях θ_n (величина)* $\delta^2\left(s_n^*\right)$ мало отличается от $\delta^2\left(s_n\right)$. Разумеется, что ничто не мешает теперь выписать и точную формулу для $\delta^2(s_n) - \delta^2(s_n^*)$.

На основании проведенных выкладок (можно утверждать)*, что корректность формулы Л. А. Новикова – В. М. Гука доказана.

Установим корректность формулы для случая $\alpha = 0$, то есть (рассмотрим)* $\int\limits_0^1 \frac{f(x)dx}{x}$.

Выкладками, аналогичными случаю $\alpha \neq 0$, получаем для последовательности $s_n = s + A \ln \frac{1}{\varepsilon_n} + \eta_n$, где $\varepsilon_n = q^{q^{-n}}$, $q > 1$ преобразование Шенкса

$$\delta_n^2(s_n) = \left\{ s\left(q - 2 + q^{-1}\right) + \eta_{n-1}q - 2\eta_n + \eta_{n+1}q^{-1} + \frac{s}{\ln q}\left(\frac{\eta_{n+1}}{q^n} - \frac{2\eta_n}{q^n} + \frac{\eta_{n-1}}{q^n}\right) + \frac{1}{A\ln q}\left(\frac{\eta_{n+1}\eta_{n-1}}{q^n} - \frac{\eta_n^2}{q^n}\right)\right\} :$$

$$: \left\{ q - 2 + q^{-1} + \frac{A}{\ln q}\left(\frac{\eta_{n+1}}{q^n} - \frac{2\eta_n}{q^n} + \frac{\eta_{n-1}}{q^n}\right)\right\},$$

$$|\eta_n| < M\varepsilon_n, \quad M = \max_{x\in[0,1]} |f'(x)| .$$

Из последней формулы видно, что при $\eta_n \to 0$ величина $\delta^2(s_n) \to s$ значению интеграла Адамара и при $q*$ близких q последняя формула мало изменяется, так как все члены малы за исключением первых слагаемых в числителе и знаменателе. Корректность формулы доказана.

Аналогичные выкладки проведены и для произвольного α, где также налицо корректность.

Здесь не учитывались ошибки (погрешности)* от квадратурных формул на отрезке $\varepsilon_n < k < 1$, но они не влияют, очевидно, на корректность счета.

Вывод. Формула Л. А. Новикова – В. М. Гука корректна и потому пригодна для приближенных подсчетов интегралов Адамара.

Мы обязательно доведем дело до конца, численно ЭВМ будут (реализовать) интегралы Адамара по формулам Л. А. Новикова – В. М. Гука. Это и будет оправдание их работы. Следовательно способ Адамара решения граничных задач превратится из теоретического в практический.

Я убежден, что работу Л. А. Новикова и В. М. Гука нужно опубликовать в центральной печати в развернутом виде с подробными выкладками, что и будет сделано (не только в Доповідях АН УРСР).

С большим уважением

В. Скоробогатько

P.S. Тему своего доклада на конференции в Донецке сообщу позднее.

Персона академіка Я. Б. Лопатинського

З першого погляду і перших слів Ярослав Борисович поставав перед нами інтелігентом, людиною делікатною, але дуже точною у висловах. Його наукову школу пройшли багато педагогів і вчених-математиків. Ось коротка автобіографія, яку він написав особисто.

Лопатинский Ярослав Борисович

Родился 9 ноября 1906 г. в г. Тбилиси в семье учителя. Воспитывался у деда – проф., сначала Тбилис., а с 1919 г. Бакинского университетов. Учился в Бакинском эконом. техникуме и в 1922 г. поступил на физ.-матем. ф-т Азербайдж. гос. университета, кот. окончил в 1926 г. После окончания университета в 1926–1929 гг. работал в университете в качестве научного сотрудника. С 1929 г. работал в Азербайджанском нефтяном институте, сначала ассистентом, а с 1934 г. доцентом кафедры высшей математики. С 1934 г. по 1946 г. доцент Азербайдж. гос. университета.

С 1946 г. во Львовском гос. университете до 1963 г.

В 1934 г. – звание доцента.

В 1947 г. – звание профессора.

В 1938 г. получил от Харьков. университета степень канд. физико-матем. наук без защиты диссертации. Докторскую диссертацию защитил в 1946 г. в Москов. универс.

Примітка

У 1963 р. Ярослав Борисович виїхав зі Львова. Його подальшу наукову діяльність описано у передмові до книги [4].

Література

[1] *Адамар Ж.* Задача Коши для линейных уравнений с частными производными гиперболического типа. – М.: Наука, 1978. – 352 с.

[2] *Крылов В. И., Бобков В. В., Монастырный П. И.* Вычислительные методы высшей математики. Т. 2. – Минск: Вышэйшая школа, 1975. – 672 с.

[3] *Новіков Л. О., Скоробогатько В. Я.* Методи математики: розвиток, застосування, суспільне відлуння. – Л.: Слово і комерція, 1995. – 218 с.

[4] *Лопатинский Я. Б.* Общая теория граничных задач. – К.: Наук. думка, 1984. – 316 с.

VITALIY YAKOVYCH SKOROBOGATKO: SOME OF THE MILESTONES OF CREATIVE LIFE

L. O. Novikov

Lviv Polytechnic National University
12, S. Bandera Str., Lviv, 79013, Ukraine

The article covers some episodes of the creative life of the outstanding Ukrainian mathematician Vitaliy Yakovych Skorobogatko.

Key words: acceleration of convergence, integral of Hadamard, finite parts of divergent integrals.

2000 MSC: 26D15

UDK: 517.382