

## ПАКЕТ ПРОГРАМ “АПРОКРІО” ДЛЯ АПРОКСИМАЦІЇ ТЕМПЕРАТУРНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТА ЧУТЛИВОСТІ СЕНСОРА

© Андруник В.А., 2014

Подано функціональні можливості пакета програм “АпроКріо”. Описано його призначення та особливості застосування. Наведено приклад для опису температурної характеристики й чутливості термодіодного сенсора для криогенних температур.

**Ключові слова:** чебишовська апроксимація, неперервне та гладке мінімаксне сплайн-наближення, сплайн-наближення, пакет “АпроКріо”

**Filed functionality packages “ApproKrio”. Its purpose and features of application were discribed. The example of application of thermodiode sensor for cryogen temperatures is described.**

**Key words:** Chebyshev approximation, continuous and smooth minimaximal spline approximation, spline approximation package “AproKrio”.

### Вступ

При проведенні досліджень складних сучасних систем доводиться отримувати, опрацьовувати та аналізувати великі обсяги інформації. В алгоритмах обробки експериментальної інформації часто виникає необхідність подання в зрозумілій і стислій формі емпіричних залежностей між параметрами, що описують поведінку системи. Адже дані, отримані експериментально, є переважно дискретним поданням функціональних залежностей, що характеризують цю систему [1]. Подальша обробка таких даних у задачах, наприклад, математичного моделювання, передавання та збереження великих масивів інформації, знаходження та опису функціональних залежностей вимірювальних приладів, функціональних перетворювачів та інші, може бути проблематичною. Тому є необхідність подавати експериментальні дані в аналітичному вигляді з подальшим застосуванням алгоритмів апроксимації функцій та відповідного спеціалізованого програмного забезпечення. В математичному формулюванні такі задачі називаються задачами апроксимації таблично заданих функцій. Розв’язуючи такі задачі, особливо коли бажано досягти найменшої похибки відтворення дослідних даних, практикується застосування методу інтерполяції чи середньоквадратичного наближення [2–4].

Значно ефективнішим та універсальнішим є чебишовське (рівномірне, мінімаксне) наближення, яке має ряд беззаперечних переваг перед вищеописаними і дає змогу забезпечити задану точність, особливо при переході від експериментальних даних до аналітичних виразів на заданих відрізках. У випадку, якщо наближувана функція має особливості в певних точках, які стають причиною поганої апроксимації на всьому відрізку, використовують рівномірні апроксимації на окремих частинах; тобто застосовують розривні мінімаксні поліноміальні сплайни. Вони поєднують позитивні властивості найкращого рівномірного наближення з невеликою кількістю параметрів і наближень класичними сплайнами (стійкість при обчисленні).

На жаль, сучасний стан прикладного програмного забезпечення, орієнтованого на визначення чебишовського наближення функцій, не відповідає практичним потребам сьогодення [5, 6]. Свого

часу для машин серії МИР [7], СМ-4[8] і персональних комп'ютерів [9] було розроблено пакети програм для розв'язання деяких задач чебишовської апроксимації функцій. Таке програмне забезпечення розроблялося також і за кордоном [10, 11]. Окремі програми для знаходження чебишовського наближення розробляли в Інституті кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Інституті математики НАН України, Фізико-механічному інституті ім. Г.В. Карпенка НАН України, Інституті механіки і математики Уральського відділення РАН [12], Санкт-Петербурзькому університеті [13], Вісконсінському університеті в Медісон [14], Університеті Південної Кароліни в Колумбії [15] та інших закладах [16].

Популярний сьогодні математичний пакет, наприклад, MathLab [17] містить процедуру `fminimax`, яка реалізує знаходження апроксимації функції за мінімакним критерієм; для визначення параметрів чебишовської апроксимації ця процедура використовує методи математичного програмування. Успішне знаходження наближення функцій з використанням цієї процедури значною мірою залежить від вдалого вибору початкового наближення. Математична система Maple [18] передбачає визначення чебишовського наближення лише аналітично заданих функцій поліномом і раціональним виразом, хоча потреба в апроксимації таблично заданих функцій доволі актуальна, і методи знаходження такого наближення невідомі. Але навіть процедури (`minimax` і `remez`), що реалізовані в пакеті Maple, часто з різних причин не дають результату у випадках, коли чебишовське наближення існує, або дають неправильні результати [19, с. 121, 122]. Своєю чергою, в Інституті кібернетики ім. Глушкова НАН України розроблено пакет програм, який реалізує визначення чебишовського наближення функції однієї та багатьох змінних поліномом, раціональним виразом, узагальненим поліномом [20].

На жаль, у цих пакетах не реалізовано знаходження чебишовського наближення нелінійними виразами, хоча вже розроблено ефективні алгоритми [21]. Водночас для розрахунку параметрів нелінійних моделей за методом найменших квадратів розроблено декілька спеціалізованих пакетів (наприклад, NLREG, CURVEFIT, MathLab). Проте застосування таких пакетів не завжди забезпечує знаходження параметрів шуканих моделей. Така ситуація не тільки обмежує інструментальні можливості програмних засобів – вона зумовлює застосування середньоквадратичного критерію для задач, розв'язком яких є чебишовські апроксимації [22]. Сучасне програмне забезпечення науково-проектного скерування повинно містити як відомі, так і нові теоретичні й практичні розробки з методики визначення функціональних залежностей. Спектр задач, що зводиться до знаходження чебишовського наближення функцій, підтверджує потребу в розробленні доступного програмного забезпечення із чебишовської апроксимації даних. Отримані теоретичні результати й наявне алгоритмічне забезпечення стосовно чебишовського наближення дають змогу створювати відповідні програмні засоби з широкими функціональними можливостями. Такі програмні засоби можуть бути реалізовані у вигляді як спеціалізованих програмних комплексів, так і окремих можливостей у складі інтегрованих пакетів.

Сьогодні у Центрі математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки та математики НАН України розроблено варіант пакета програм "РАДАН" для розв'язування задач знаходження мінімаксного наближення функцій із найменшою абсолютною та відносною похибкою. Цей пакет відповідає вимогам сучасного програмного забезпечення і є інтуїтивно зрозумілим для використання [23]. Набір апроксимуючих виразів пакета передбачає більше ніж двадцять різних видів функціональних залежностей, зокрема: алгебраїчні, раціональні, експоненційні й тригонометричні поліноми; логарифмічні, експоненційні, степеневі, показникові й інші нелінійні вирази. Побудова мінімаксного сплайн-наближення полягає у визначенні наближення функцій на кожній із ланок сплайну за чебишовським критерієм. У випадку побудови неперервного сплайн-наближення застосовується чебишовське наближення з інтерполюванням у крайніх точках ланок. При цьому довжини усіх ланок сплайну, крім останньої, вибирають максимально можливими для заданої похибки сплайн-наближення. Якщо під час побудови сплайн-наближення із заданою похибкою на одній із поточних ланок мінімально допустимої довжини отримується похибка, більша від заданої, то використовується інтерполяція функції відповідним виразом.

Для побудови неперервного й гладкого мінімаксного сплайн-наближення за дослідними даними із заданою абсолютною або відносною похибкою поліномом, експоненціальним і логарифмічними виразами, а також сумою полінома й експоненти та степеневому виразу у Центрі математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України було розроблено спеціалізований пакет програм “АпроКріо” (Апроксимація кріогенних температур) [24].

### Функціональні можливості пакета програм “АпроКріо”

Пакет програм “АпроКріо” призначений для розв’язування оптимізаційних задач аналітичного подання таблично заданої високоточної низькотемпературної (кріогенної) характеристики сенсора методами рівномірної (чебишовської) апроксимації. Такі задачі виникають під час дослідження властивостей температурних сенсорів, оскільки їх чутливість є похідною від функції, що описує температурну характеристику. До розв’язування таких задач зводиться також проектування різноманітних вимірювальних приладів, функціональних перетворювачів тощо. При цьому, як правило, ставиться мета зменшення методичної похибки відтворення дослідних даних. Досягнення мінімально можливої похибки апроксимації високоточних експериментальних даних забезпечується застосуванням рівномірного наближення. Пакет “АпроКріо” розроблено в середовищі Visual Basic, його інтерфейс зручний та інтуїтивно зрозумілий, він функціонує на будь-якій стандартній конфігурації операційною системою Windows. Особливості застосування пакета описано в праці [24].

Пакет передбачає побудову неперервного та гладкого мінімаксного сплайн-наближення

$$S(x) = F_m(a^{(j)}; x), \quad t_j \leq x \leq t_{j+1}, \quad j = \overline{1, q}, \quad t_1 = x_1, \quad t_{q+1} = x_n \quad (1)$$

на відрізку  $[a, b]$  неперервно диференційовної функції  $f(x)$  ( $f(x) \in C^1[a, b]$ ), заданої значеннями на множині точок

$$X = \{ a \leq x_1 < x_2 < \dots < x_n \leq b \}. \quad (2)$$

У сплайні (1) точки  $t_j$  ( $j = \overline{1, q+1}$ ) – це межі ланок, їх ще називатимемо вузлами сплайна, а відрізки  $[t_j, t_{j+1}]$ ,  $j = \overline{1, q}$  – ланки сплайна, на яких значення сплайна визначається за відповідним виразом  $F_m(a^{(j)}; x)$ . Вираз  $F_m(a; x)$  – це вираз від  $m$  ( $m \geq 4$ ) дійсних параметрів  $a$  ( $a \in A$ ,  $A \subseteq R_m$ ). Кожний із виразів  $F_m(a^{(j)}; x)$ ,  $j = \overline{1, q}$  є чебишовським наближенням функції  $f(x)$  на відрізку  $[t_j, t_{j+1}]$ , яке в точках дотику ланок  $t_j$  ( $j = \overline{2, q}$ ) забезпечує виконання співвідношень

$$F_m(a^{(j-1)}; t_j) = F_m(a^{(j)}; t_j) = f(t_j), \quad (3)$$

$$F'_m(a^{(j-1)}; t_j) = F'_m(a^{(j)}; t_j) = f'(t_j). \quad (4)$$

Якщо  $G_j$  – значення похибки наближення на  $j$ -й ланці сплайна, то похибкою наближення сплайном називається величина  $G$ , яка дорівнює

$$G = \max_{1 \leq j \leq q} G_j. \quad (5)$$

Побудова неперервного й гладкого мінімаксного сплайн-наближення виразом  $F_m(a; x)$  із заданою похибкою полягає у визначенні чебишовського наближення цим виразом на ланках сплайна так, щоб похибка наближення жодній точці діапазону вимірювання не перевищувала наперед заданого значення. Неперервність і гладкість сплайна забезпечується ”склеюванням” значень отриманих чебишовських наближень та їхніх похідних у точках дотику ланок (3), (4). У цих точках значення сплайн-наближення та його похідної дорівнює таблично заданим значенням

функції та її похідної. Алгоритм побудови такого сплайн-наближення описано в [24]. Відповідно до цього алгоритму довжину кожної ланки вибирають максимально можливою для заданої похибки, що забезпечує мінімальну кількість ланок у сплайні.

Пакет “АпроКріо” забезпечує знаходження неперервного й гладкого мінімаксного сплайн-наближення із заданою абсолютною або відносною похибкою таблично заданої функції такими виразами:

– поліномом

$$P_m(a; x) = \sum_{i=0}^m a_i x^i, \quad (6)$$

– сумою полінома й експоненти

$$Q_m(a; x) = \sum_{i=0}^m a_i x^i + A e^{qx}, \quad (7)$$

– сумою полінома й логарифму

$$L_m(a; x) = \sum_{i=0}^m a_i x^i + A \ln(x + p), \quad x > -p, \quad (8)$$

в яких  $a_i$  ( $i = \overline{0, m}$ ) і  $A$  – невідомі параметри, а значення параметрів  $q$  і  $p$  задано. Пакет передбачає також побудову неперервного й гладкого мінімаксного сплайн-наближення з абсолютною похибкою нелінійними виразами:

сумою полінома й експоненти

$$E_m(a; x) = \sum_{i=0}^m a_i x^i + A e^{px}, \quad (9)$$

сумою полінома й степеневого виразу

$$C_m(a; x) = \sum_{i=0}^m a_i x^i + A x^p, \quad (10)$$

в яких значення показника степеня  $p$  визначається в результаті наближення.

Основу пакета “АпроКріо” становлять апроксимаційні модулі, орієнтовані на визначення чебишовського наближення виразами (6)–(10) з конкретними інтерполяційними умовами. До складу пакета входять 52 апроксимаційні модулі, які реалізують методи обчислення параметрів чебишовського наближення з точним відтворенням значення функції та її похідної в крайніх точках відрізка з найменшою абсолютною чи відносною похибкою. Окрім того, передбачено ще 17 інтерполяційних модулів для визначення інтерполяції виразами (1)–(5), з яких 15 забезпечують визначення ермітової інтерполяції цими виразами з відтворенням значень похідної функції в крайніх точках відрізка. Методи чебишовського наближення й інтерполявання виразами (6)–(10) описано в [24].

### Призначення програми

Необхідною інформацією для роботи програми є таблично задані значення аргументу, функції та її похідної, степінь полінома-апроксиманти й значення потрібної похибки сплайн-наближення (абсолютної чи відносної).

Результатом роботи програми є неперервний і гладкий сплайн, який забезпечує задану похибку наближення з найменшою можливою кількістю ланок. Для кожної з визначених ланок виводяться:

- порядковий номер ланки;
- межі ланки;
- значення коефіцієнтів многочлена за зростанням степеня;
- значення похибки наближення заданої функції на даній ланці за мінімаксним критерієм із відповідними умовами на межах ланки;
- похибка відтворення значення похідної функції похідною сплайна.

Крім того, передбачено можливість ознайомлення з детальними результатами розв'язування задачі. Користувач може переглянути таблицю, у якій для кожної точки заданої функції подано точне значення функції, обчислене за сплайном наближене значення, похибка наближення, значення похідної, наближене значення похідної і похибка відтворення значення похідної. Передбачено також можливість відстежити процес розв'язування задачі. В окремому полі робочого вікна програми подається інформація про пошук оптимальної довжини ланки й отримані при цьому значення похибок наближення.

Результати розв'язування задач відображаються в робочому вікні програми й, за бажанням користувача, можуть бути збережені у вказаному файлі.

Крім основної задачі, пакет передбачає розв'язування ще двох допоміжних задач:

- визначення найкращого рівномірного наближення поліномом на заданому відрізку з найменшою абсолютною чи відносною похибкою й точним відтворенням значення функції та похідної в заданій точці;

- визначення найкращого рівномірного наближення поліномом на заданому відрізку з найменшою абсолютною чи відносною похибкою і точним відтворенням значення функції та похідної в крайніх точках відрізка.

Розв'язування цих допоміжних задач дає користувачеві змогу самостійно задавати межі ланки та інтерполяційні умови. У разі неможливості розв'язування задачі (вказана надто мала похибка) виводиться відповідне повідомлення. Програма передбачає багатовіконне розв'язування задач, тобто можна одночасно в окремих вікнах розв'язувати декілька задач і порівнювати отримані результати (рис. 1).

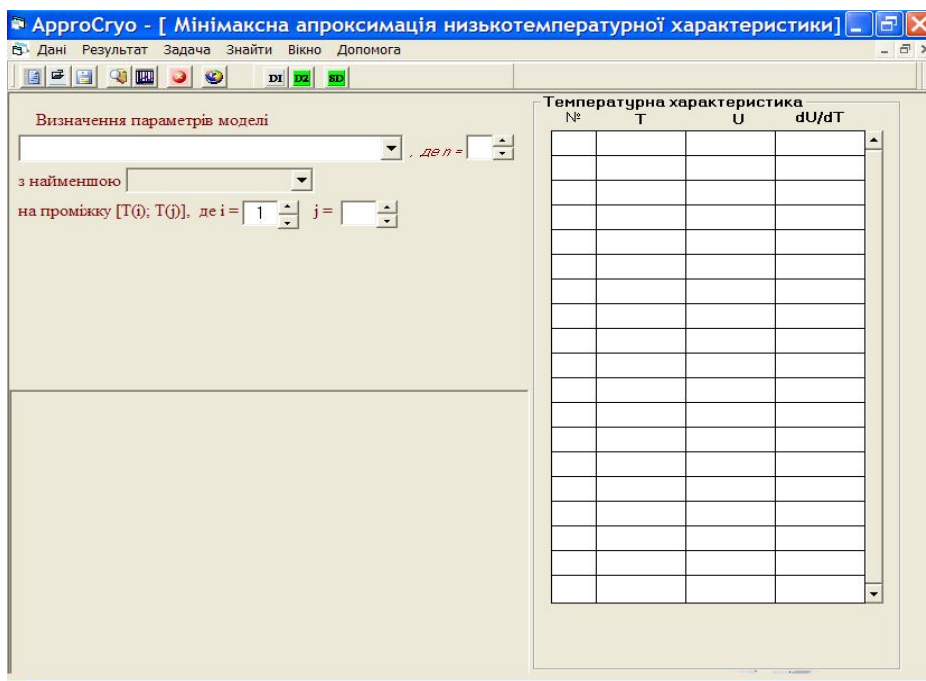


Рис. 1. Вигляд робочого вікна програми

Для перевірки справдження характеристичної властивості чебишовської апроксимації на окремій ланці сплайна виводяться також номери точок альтернансу й точного відтворення значень функції та похідної. У точках альтернансу відхилення моделі від значень функції рівні за модулем і їх знак у цих точках почергово змінюється. Перевіривши виконання цієї властивості, користувач може впевнитись у правильності обчислення найкращого рівномірного наближення на ланці.

Користувачеві пакет “АпроКріо” передається у вигляді одного скомпільованого виконавчого файлу – АпроСгуо.exe. Після виведення заставки-повідомлення про виконання пакета “АпроКріо” відкривається робоче вікно програми (див. рис. 1).

## Вхідні та вихідні дані пакета програм “АпроКрію”

Необхідною інформацією для роботи програми є таблично задані значення аргументу, функції та її похідної, степінь полінома відповідного апроксимуючого виразу й значення потрібної похибки сплайн-наближення (абсолютної чи відносної). Введення вхідних даних підтримується відповідним вікном введення даних (див. рис. 2). Значення наближуваної функції та її похідної зчитуються з текстового файлу. Задання значень похідної функції не обов'язкове. Якщо значення похідної не задано, то вони автоматично обчислюються за відомими різницевиими формулами [25].

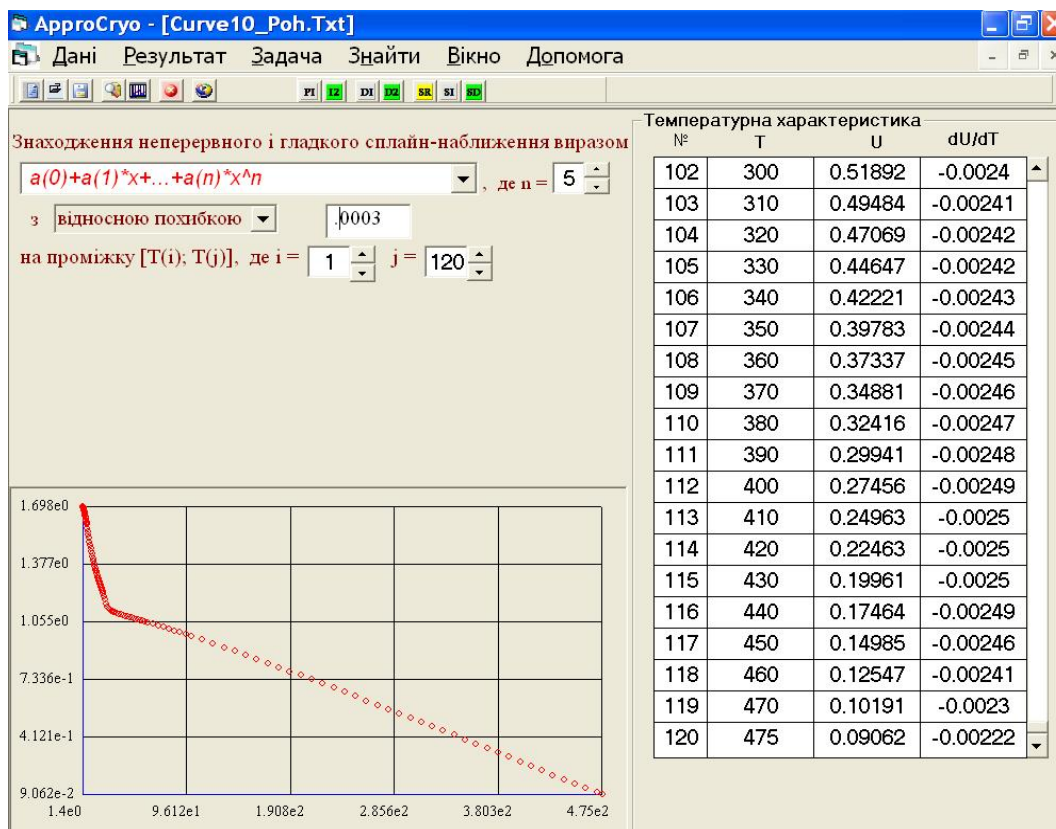


Рис. 2. Вигляд робочого вікна програми зі заданими вхідними даними

Для вибору наближуючого виразу серед (5)–(10) і похибки наближення абсолютної чи відносної передбачено відповідні списки з можливими варіантами. Ці списки контекстно залежні – наприклад, можливість вибору виразів (9) і (10) надається лише для абсолютної похибки.

Результатом виконання програми є неперервний і гладкий мінімакний сплайн, який забезпечує задану похибку наближення з найменшою можливою кількістю ланок. Програма окрім побудови неперервного й гладкого мініксного сплайн-наближення передбачає можливість побудови неперервного та розривного сплайн-наближення. Вигляд робочого вікна програми з результатами її виконання наведено на рис. 3.

Для кожної з визначених ланок сплайн-наближення виводяться:

- порядковий номер ланки та межі ланки;
- значення коефіцієнтів наближуючого виразу;
- значення похибки наближення заданої функції на даній ланці за чебишовським критерієм із відповідними умовами на межах ланки;
- похибка відтворення значення похідної функції похідною сплайна.

Крім того, передбачено ще можливість ознайомлення з детальними результатами розв'язування задачі. Користувач може переглянути таблицю, у якій для кожної точки заданої функції подано точне значення функції, обчислене за сплайном наближене значення, похибка наближення, значення похідної, наближене значення похідної та похибка відтворення значення

похідної. Ці результати можна переглянути у полі “Спостереження та значення моделі” робочого вікна (див. рис. 4).

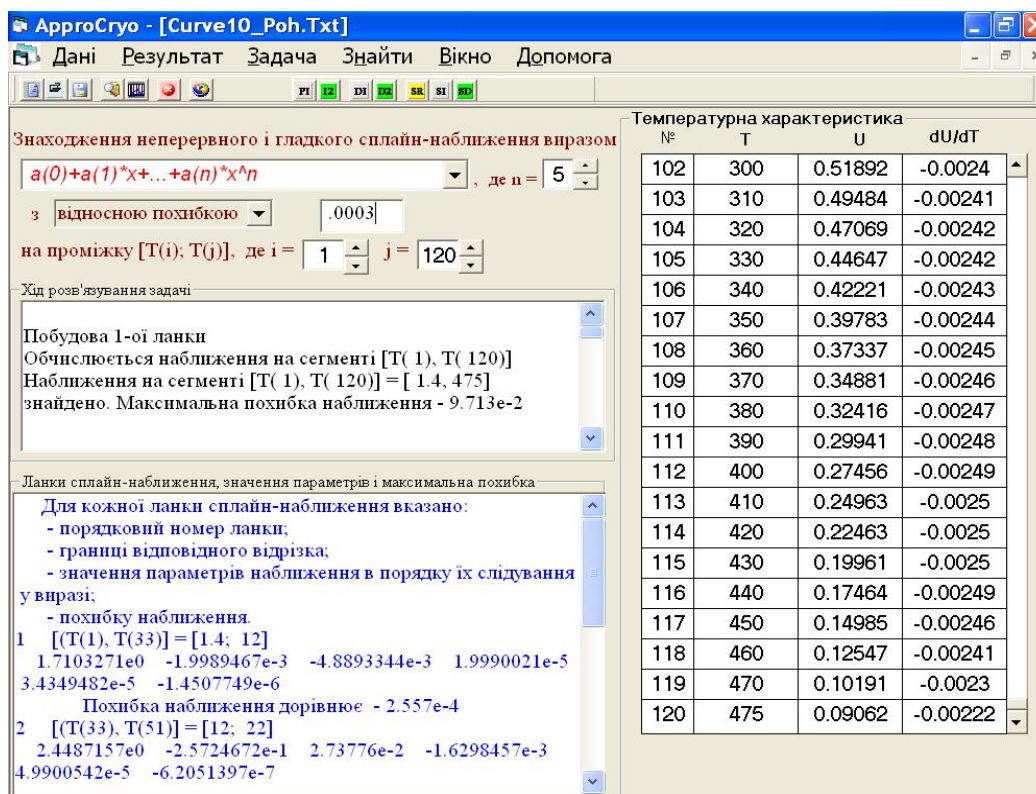


Рис. 3. Вигляд робочого вікна програми з результатами розв’язування задачі

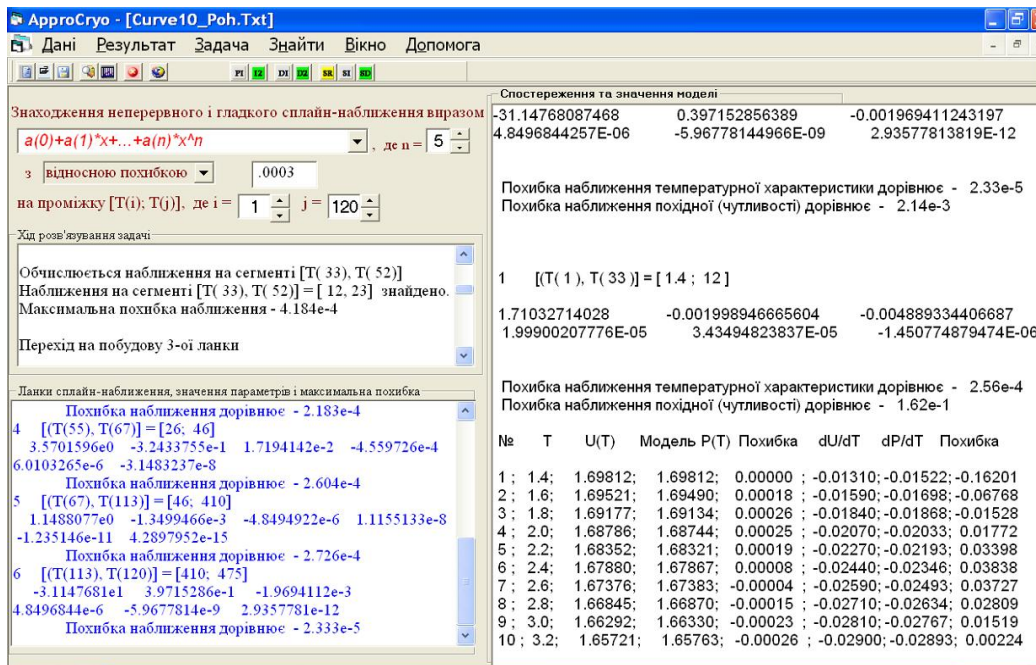


Рис. 4. Вигляд робочого вікна програми з детальними результатами розв’язування задачі

З метою виявлення результатів з можливими випадковими похибками передбачено аналіз дослідних даних. Цей аналіз ґрунтується на дотриманні монотонності термометричної характеристики сенсора й виявленні результатів спостереження, які більше ніж на  $2\sigma$  відхиляються від середньоквадратичної моделі.

У результаті експериментів було встановлено, що для низькотемпературної характеристики термодіодних сенсорів для згладження доцільно застосовувати поліном четвертого степеня на множині 15-ти точок.

Результати розв'язування задачі за бажанням користувача можуть також бути збережені у вказаному файлі.

Пакет передбачає можливість відображення графіка отриманого сплайн-наближення з позначенням наближуваної функції, а також графіка похідної сплайна із зображенням значень похідної наближуваної функції.

Для перевірки справдження характеристичної властивості чебишовської апроксимації на окремій ланці сплайна виводяться номери точок альтернансу й точного відтворення значень функції та її похідної. У точках альтернансу відхилення моделі від значень функції рівні за модулем, а знак похибки наближення в цих точках почергово змінюється. Перевіривши виконання цієї властивості, користувач може впевнитись у правильності обчислення чебишовського наближення на відповідній ланці.

Передбачено також ще можливість відстеження процесу розв'язування задачі. В полі "Хід розв'язування задачі" робочого вікна програми (див. рис. 3, 4) подається інформація про результати пошуку оптимальної довжини кожної ланки сплайна й отримані при цьому значення похибок наближення. За цією інформацією можна відстежити процес побудови сплайн-наближення.

Крім основної задачі – побудови побудови неперервного та гладкого мінімаксного сплайн-наближення – пакет передбачає розв'язування ще двох допоміжних задач:

- визначення чебишовського наближення вказаним виразом на заданому відрізку з найменшою абсолютною чи відносною похибкою й точним відтворенням значення функції та її похідної в заданій точці;

- визначення чебишовського наближення вказаним виразом на заданому відрізку з найменшою абсолютною чи відносною похибкою й точним відтворенням значення функції та її похідної в крайніх точках відрізка.

Розв'язування цих допоміжних задач дає користувачеві змогу самостійно задавати межі ланки та інтерполяційні умови. Потреба в них виникає тоді, коли необхідно дослідити значення похибки наближення для певних відрізків.

У разі неможливості розв'язування задачі (вказана надто мала похибка) виводиться відповідне повідомлення.

Обмеження на кількість  $N$  значень наближуваної функції:  $3 \leq N \leq 1000$ . Це значення вибрано, виходячи із практичної доцільності. У принципі його значення розробник може встановити залежно від потреб користувача.

Обмеження на степінь  $n$  многочлена-апроксиманти:  $3 \leq n \leq 14$ .

Крім того, має виконуватися очевидна математична вимога:  $n \ll N$ . Степінь полінома-апроксиманти має бути не нижчим від кількості точок спостереження.

У реальних задачах значення  $N$  вимірюється сотнями, а бажане значення степеня полінома –  $n$  не більше десяти.

Для зручності в подальшому використанні файла результатів можна вибирати для нього бажаний тип файла за передбаченими в пакеті розширеннями імені: .txt, xls або .doc. Це дає змогу надалі опрацьовувати ці файли відповідними текстовими редакторами чи іншими програмними засобами.

Файл користувача із заданими значеннями наближуваної функції (температурної характеристики) повинен бути оформлений як текстовий файл, який містить  $N$  рядків; у кожному рядку розділені комою, пробілом або знаком табуляції мають бути записані значення аргументу, функції і (необов'язково) значення похідної функції. Ці значення мають бути впорядковані строго за зростанням аргументу (від найменшого до найбільшого, однакові не допускаються).



Програма передбачає багатозадачний режим функціонування. Вона підтримує можливість одночасного розв'язування в окремих вікнах декількох задач, що дозволяє оперативно порівнювати різні варіанти допустимих результатів.

Вибір функціональних можливостей пакета “АпроКріо” реалізовано із застосуванням меню й панелі інструментів. Передбачено також застосування клавіш доступу та клавіш швидкого доступу.

### Висновки

Пакет програм “АпроКріо” призначений для побудови неперервного та гладкого мінімаксного сплайн-наближення з заданою абсолютною або відносною похибкою поліномом, експоненційним і логарифмічним виразом, а також сумою полінома й експоненти (степеня). Він працює під керуванням операційної системи Windows, його інтерфейс зручний та інтуїтивно зрозумілий.

1. Каленчук-Порханова А.А., Вакал Л.П. Пакет программ аппроксимации функций // Комп'ютерні засоби, мережі та системи. – 2008. – №7. – С. 32–33. 2. Грановский В.А., Сирая Т.Н. Методы обработки экспериментальных данных данных при измерениях. – Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-е, 1990. – 288 с. 3. Емец С.В. Алгоритм коррекции статистических характеристик измерительных преобразователей // Межвуз. научн. сб. – Уфа: УГАТУ, 1996. – С. 152–159. 4. Рего К.Г. Метрологічна обробка результатів технічних вимірювань. – К.: Вища школа, 1987. – 128 с. 5. Малачівський П.С., Монцібович Б.Р. Програмне забезпечення задач рівномірної апроксимації дослідних даних // Мат. Методы в компьютерных системах: Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова. – К.: НАН Украины, 1996. – С. 38–43. 6. Малачівський П.С., Монцібович Б.Р. Програмні засоби для розв'язування задач рівномірної апроксимації даних // Обчислювальні методи і системи перетворення інформації: Зб. Праць наук.-техн. конф., Львів, 7-8 жовтня 2010 р. – Львів: ФМІ НАНУ, 2010. – С. 62–67. 7. Алгоритмы и программы для вычисления функций на ЭЦВМ. – Киев: Ин-т кибернетики АН УССР, 1972. – Вып. 1. – 184 с. 8. Монцибович Б.Р., Криворучко Г.Ф., Малачивский П.С. и др. Диалоговый пакет программ для аналитической обработки табличных данных (ППП РАДАН-2). – Львов, 1988. – 135 с. – Деп. В Укр. РФАП 27.03.1990, №АП0278. 9. Криворучко Г.Ф., Малачивский П.С., Монцибович Б.Р. и др. ППП “РАДАН-2” - средство для решения задач аналитической обработки данных // Всесоюз. Конф. “Диалог человек – ЭВМ”, Свердловск, 4–9 сен. 1989 г.: тез. Докл. Ч.3: Банки данных и информационно-поисковые системы. – Свердловск, УрО АН СССР, 1989. – С. 149–151. 10. D'Agunno V., Nobile A., Roman E. CNPACK: A package for manipulation Chebyshev approximation // Comput. Commun. – 1983. – 29, №4. – P. 361–374. 11. Dunham C.V. A Fortran program for discrete nonlinear Chebyshev approximation // Ibid. – 1980. – 6, №3. – P. 241–245. 12. Бердышев В.И., Петрак Л.В. Аппроксимация функций, сжатие численной информации, приложения. – Екатеринбург: УрО РАН, 1999. – 297 с. 13. Вопросы теории и элементы программного обеспечения минимаксных задач / Под ред. В.Ф. Демьянова, В.Н. Малоземова. – Л.: Изд-во Ленингр. КН-та, 1977. – 192 с. 14. Де Бор К. Практическое руководство по сплайнам / пер. с англ. В.К. Галицкого, С.А. Шестакова; Под ред. В.И. Скурихина. – М.: Радио и связь, 1985. – 304 с. 15. De Vore R. Nonlinear approximation // Acta Numer, Cambridge University Press. – 1998. – 7. – P. 51–150. 16. Чумак А.А. Построение полинома наименьшего отклонения для аппроксимаций со знакочувствительным весом // ЖВМ и МФ. – 2002. – 42, №2. – С. 142–154. 17. Дьяконов В.П. Matlab 6.5 SP1/7.0 + Simulink 5/6 в математике и моделировании. – М.: Солон-Пресс, 2005. – 576 с. 18. Popov B., Laushnyk O. A package of Function Approximation. – Waterloo: Waterloo Maple, 2001. – 40 h. – <http://www.mapleapps.com/categories/mathematics/numerics/html/ratappr.html>. 19. Sommer M. Hermite Interpolation of Data Sets by Minimal Spline Spaces // Constructive Approximation. – 2005. – 23, N2. – P. 211–227. 20. Каленчук-Порханова А.О., Вакал Л.П. Побудова найкращих рівномірних наближень функцій багатьох змінних // Комп'ютерні засоби, мережі та системи. – 2007. – № 6. – С. 135–137. 21. Малачівський П.С., Монцібович Б.Р. Програмне забезпечення задач рівномірної апроксимації дослідних даних // Мат. методи в компьютерных системах : Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова. – Киев, НАН Украины, 1996. –

С. 38–43. 22. Яцук В.О., Малачівський П.С. Методи підвищення точності вимірювань: підруч. – Львів : Бескид Біт, 2008. – 368 с. 23. Majewski J., Makachivwski P., Andrunyk W. Software for approximation of sensor transfer function and its sensitivity function // *Pomiary, automatyka, kontrola (PAK)*. – 2010. – 56, N9. – S. 1107–1110. 24. Я. Чапля, П. С. Малачівський, М. І. Дзюбачик, Б. Р. Монцибович, В. А. Андруник. Пакет програм для неперервного і гладкого рівномірного сплайн-наближення високоточної низькотемпературної характеристики (“Апрокріо”) // *Свідоцтво про реєстрацію авт. права на твір № 20705 від 30.05.2007 / Державний департамент інтелектуальної власності МОНУ*. – 80 с. 25. Корн Г., Корн Т. *Справочник по математике для научных работников: [Пер. с англ]*. – М.: Мир, 1997. – 831 с.

УДК 004.043

А.Я. Бомба<sup>1</sup>, О.В. Шпортко<sup>2</sup>, Л.В. Шпортко<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Рівненський державний гуманітарний університет, кафедра інформатики та ПМ;

<sup>2</sup>Рівненський державний гуманітарний університет, кафедра економічної кібернетики;

<sup>3</sup>ДВНЗ “Рівненський коледж економіки та бізнесу”

## ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ АРИФМЕТИЧНОГО КОДУВАННЯ В ПРОЦЕСІ ПРОГРЕСУЮЧОГО ІЄРАРХІЧНОГО СТИСНЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ БЕЗ ВТРАТ

© Бомба А.Я., Шпортко О.В., Шпортко Л.В., 2014

Запропоновано спосіб та відповідні алгоритми використання арифметичного кодування в процесі прогресуючого ієрархічного стиснення зображень без втрат, досліджено перспективи відокремленого кодування груп елементів з найбільшою ймовірністю та моделювання відносних частот елементів після застосування предикторів. Сукупна реалізація запропонованих підходів замість кодування Хафмана дає змогу, наприклад, без застосування контекстно-залежних алгоритмів зменшити коефіцієнти стиснення зображень набору АСТ у середньому на 2,13 %.

**Ключові слова:** безвтратне прогресуюче ієрархічне стиснення зображень, арифметичне кодування.

A method and proper algorithms of the use of the arithmetic encoding in the process of progressing hierarchical compression of images without losses are offered in the article, the prospects of the separated encoding of groups of elements with most probability and design of relative frequencies of elements after application of predictors are explored. The combined realization of the suggested approaches instead of Huffman’s encoding, for example, enables to decrease aspect of images of the set of ACT ratios, on average, by 2.13 % without the application of context-depended algorithms.

**Key words:** progressing hierarchical compression of images without losses, arithmetic coding.

### Вступ

Сьогодні опрацювання яскравостей пікселів зображень у популярних графічних форматах, які виконують стиснення без втрат, найчастіше здійснюється послідовно по рядках згори донизу, а у кожному рядку – поспіль зліва направо [1]. Як наслідок, вивести стиснуте зображення у цих форматах можливо лише після декодування всіх пікселів, а декомпресія фотокарток чи малюнків з мільйонами пікселів при такому способі обходу може тривати декілька секунд незалежно від розміру області та роздільної здатності пристрою виведення.