УДК 681.3:519.15

В. В. Різник
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра автоматизованих систем управління

МОДЕЛІ ОПТИМАЛЬНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ НА ДВОВИМІРНИХ КОМБІНАТОРНИХ КОНФІГУРАЦІЯХ

© Різник В. В., 2014

Стаття стосується системотехніки, її мета – поліпшення якісних показників векторних інформаційних технологій і систем з векторними характеристиками (наприклад, кодування двовимірних векторних даних) за надійністю, швидкодією та іншими важливими робочими параметрами системи на основі теорії комбінаторних конфігурацій, а саме ідеальних кільцевих в’язанок (ІКВ). Розглянуто деякі проблеми комп’ютерної інженерії та інформаційних технологій, які стосуються використання математичних моделей і методів оптимізації систем на основі двовимірних комбінаторних конфігурацій, таких як двовимірні ідеальні кільцеві в’язанки (2D-ІКВ). Властивості цих моделей корисні, зважаючи на узагальнення цих методів і результатів щодо поліпшення й оптимізації більшого класу технічних пристроїв чи інформаційних систем. Оптимізація закладена у згаданих комбінаторних моделях. Описано одновимірну графічну модель цієї системи з оптимальним розміщенням структурних елементів у просторово розподіленій системі на послідовно впорядкованих за кільцевою топологією додатних цілих числах, а також двовимірну модель таких систем з оптимальним розміщенням елементів, з використанням векторних кільцевих послідовностей. Наприклад, ці методи проектування дають змогу формувати 2D систему кодування векторів з меншою кількістю кодових комбінацій як у звичних системах, тоді як потужність коду зберігається за високої швидкості виправлення помилок системи кодування. Особлива увага приділяється геометричним інтерпретаціям двовимірних ідеальних кільцевих в’язанок та їхнім групам перетворень з використанням теоретичного зв’язку 2D-ІКВ з теорією циклічних різницевих множин. Для ілюстрації згаданих математичних моделей систем наведено графічні схеми побудови оптимального двовимірного розміщення елементів на площині з розмірами 2×3 і 3×4. Наведено приклади оптимізації двовимірних систем кодування векторів на основі 2D-ІКВ. Показано, що пропоновані моделі забезпечують проектування векторних систем кодування даних і систем керування, використовуючи комбінаторну оптимізацію, а також ці методи розгорнуті для синтезу нерівномірно розріджених антенних решіток з низьким рівнем бічних пелюстків.

Ключові слова: інформаційна технологія, математична модель, система, комбінаторна конфігурація, оптимізація, структура, кодування векторних даних, двовимірна ідеальна кільцева в’язанка, система керування, антенна решітка.

This paper belongs to the field of systems engineering and is aimed at improving the qualitative indices of vector data information technologies (e.g. 2D vector data coding design) with respect to reliability, precision and other significant operating characteristics of the systems based on the combinatorial configurations theory, namely the Ideal Ring Bundles (IRB)s. Some problems of computer engineering and information technologies which deal with profitable use of mathematical models and methods for optimization of systems based on the two-dimensional combinatorial configurations such as 2D Ideal Ring Bundles (2D-IRB)s are regarded. Properties of underlying models favorably to do taking account of generalization of these methods and results to the improvement and optimization of a larger class of engineering devices or information systems. The optimization has been embedded in the underlying

combinatorial models. One-dimensional graphic model of the system with optimal placement of structural elements in spatially distributed systems for ring topology sequences of positive integers as well as two-dimensional model of such systems with optimal placement of elements using vector ring sequences is depicted. For example, these design techniques makes it possible to configure 2D vector coding systems using fewer code combinations than at usual systems, while maintaining on the code size using high speed corrected coding system. Special attention pays to geometric interpretations of two-dimensional Ideal Ring Bundles and its transformation groups using theoretical relation of the 2D-IRBs with reference to the cyclic difference sets theory. To illustrate the underlying mathematical models of the system for constructing optimal 2D arrangement of elements over 2×3 and 3×4 references graphic charts of these models are given. Set of examples show the possibility of optimizing two-dimensional vector code systems based on 2D-IRBs. It is shown the proposed models provide design of high performance vector data coding and control systems using combinatorial optimization as well as these methods are developed for the synthesis of non-uniformly spaced thinned antenna arrays with low level of side lobes.

Key words: information technology, mathematical model, system, combinatorial configuration, optimization, structure, vector data coding, two-dimensional Ideal Ring Bundle, control system, antenna array.

Вступ

Актуальні питання проектування інформаційних систем пов'язані з умілим використанням математичних моделей та методів оптимізації систем перетворення форми інформації. Значною мірою допомагають методи, що ґрунтуються на досягненнях в області теорії систем, що пов'язані з опрацюванням сукупності філософських та прикладних проблем аналізу й синтезу систем, набувши статусу теоретичного фундаменту системотехніки в кібернетиці [1]. Важливою проблемою залишається подолання інформаційної та структурної надмірностей систем. До таких систем належать системи кодування даних, інформаційні мережі з розподіленими каналами зв'язку, комп'ютерні системи керування, в яких стан керованої системи визначається функціями кількох змінних, залежних від просторових координат, та інші системи, де важливого значення набуває проблема подолання надмірності. Дослідження передбачають використання сучасних математичних методів оптимізації систем, спрямованих на зменшення інформаційної та структурної надмірності для того, щоб спростити систему та поліпшити її технічну характеристику. Такі проблеми актуальні також в інформаційно-вимірювальній техніці, системах зв'язку, радіофізиці та інших системах, в яких вирішальна роль належить оптимізації. Одним з підходів є застосування методів комбінаторної оптимізації, який передбачає використання комбінаторних конфігурацій типу ідеальних кільцевих в'язанок (ІКВ) [2]. Основну увагу звернено на дослідження двовимірних моделей з кільцевою структурою та їхніх комбінаторних властивостей. Дослідження властивостей згаданих моделей набувають важливого значення у зв'язку з тим, що вони поширюються на широке коло науково-технічних проблем. Пропонується розвинути наукову базу векторних інформаційних технологій, в основу яких покладено комбінаторні властивості двовимірних ІКВ як найчисленнішої категорії ІКВ, багатоманітність яких істотно перевищує одновимірні ІКВ. Застосування двовимірних ІКВ дає змогу створювати високоефективні векторні комп'ютерні технології, високонадійні системи зв'язку, проектувати системи керування об'єктами та зондування з підвищеною роздільною здатністю.

Формулювання проблеми

Серед проблем, пов'язаних з розвитком теорії багатовимірних комбінаторних конфігурацій типу «ідеальних кільцевих в'язанок» (ІКВ), важливим питанням стає синтез двовимірних ІКВ та їх використання для побудови векторних кодів з оптимальним розподілом вагових розрядів за критерієм мінімізації кількості розрядів з обмеженням на збереження єдності однойменних блоків двійкових символів. Згадані проблеми доцільно розв'язувати за допомогою методів комбінаторної оптимізації багатовимірних структур з використанням взаємозв'язку теорії ІКВ, теорії керування й алгебричної теорії кодування.

Мета дослідження

Метою дослідження двовимірних ІКВ є розроблення алгоритму синтезу двовимірних ІКВ та методу побудови оптимальних векторних кодів з можливістю використання таких моделей в інформаційних технологіях, зокрема для ефективного опрацювання векторних даних, а також системах радіозв'язку. Актуалізується розширення можливостей практичного застосування методів оптимального кодування та опрацювання нових методів перетворення векторних даних на основі комбінаторної оптимізації.

Моделі двовимірних оптимальних систем

Для дослідження математичної моделі двовимірних оптимальних систем розглянемо спочатку комбінаційні властивості n-послідовності $K_n= (k_1, k_2,\dots k_i \dots, k_n)$ будь-яких елементів, наприклад, деяких цілих чисел, розміщених у вигляді кільця (рис. 1).

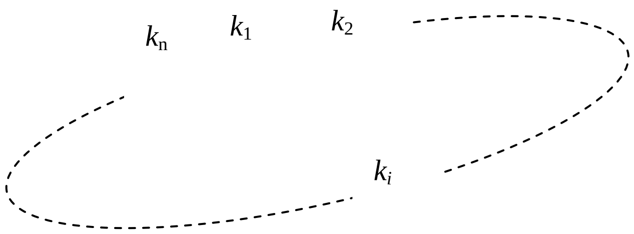


Рис. 1. Кільцева послідовність $K_n= (k_1, k_2,\dots k_i \dots, k_n)$ цілих додатних чисел

Якщо числа $k_1, k_2,\dots k_i \dots, k_n$ додавати послідовно один до одного, починаючи з вибору числа k_1, й додаючи до нього усі наступні числа, можна отримати рівно n різних числових значень від k_1 до суми S усіх n чисел цієї послідовності: $S= k_1+ k_2+\dots+ k_n$. Таку ж кількість числових значень можна отримати, починаючи відлік з вибору числа k_2, і т.д. Оскільки числові значення, отримані додаванням усіх чисел рівно n способами, однакові, тоді як решта можуть траплятися лише по одному разу, максимально досяжна кількість S відмінних між собою числових значень, які можна отримати на кільцевій n-послідовності $K_n= (k_1, k_2,\dots k_i \dots, k_n)$, визначається залежністю:

$$S= n(n\text{-}1)+1. \tag{1}$$

Якщо в переліку кільцевих сум не брати до уваги числове значення суми S, загальна кількість N відмінних між собою числових значень набуває вигляду:

$$N = n(n\text{-}1). \tag{2}$$

Кільцева n-послідовність $K_n= (k_1, , k_2,\dots k_i \dots, k_n)$ натуральних чисел, у якій всі суми послідовно розміщених чисел, разом із цими числами, перелічують множину цілих чисел $[1,N]$ рівно R разів, набуває властивостей, якими наділена одновимірна ІКВ з параметрами n і R. З формул (1) і (2) випливає, що параметри ІКВ взаємопов'язані рівнянням

$$n(n\text{-}1)= RN\,, \tag{3}$$

де $N = S - 1$. Прикладом одновимірної ІКВ з параметрами n=4, R=2, де N=6, є кільцева послідовність (k_1, k_2, k_3, k_4), елементами якої є числа k_1 =1, k_2 =2, k_3 =3, k_4 =1. Способи обчислення кільцевих сум на цій послідовності наведено в табл. 1.

У наведеній таблиці показано, що всі кільцеві суми ІКВ (1,2,3,1) перелічують множину цілих чисел від 1 до N= 6 рівно двічі (R=2). Якщо в ролі математичної моделі двовимірної оптимальної системи використати комбінаційні властивості n-послідовності, елементами якої є цілочислові 2-кортежі $((k_{11} , k_{12}), (k_{21}, k_{22}),\dots, (k_{i1}, k_{i2}),\dots, (k_{n1}, k_{n2}))$, розміщені за кільцевою схемою, графічне зображення такої n-послідовності набуває такого вигляду, як на рис. 2.

Таблиця 1

Способи обчислення кільцевих сум на ІКВ (k_1 =1, k_2 =2, k_3 =3, k_4 =1)

Числове значення кільцевої суми	Способи отримання кільцевої суми	
	Спосіб 1	Спосіб 2
1	k_1	k_4
2	k_2	$k_4 + k_1$
3	k_3	$k_1 + k_2$
4	$k_3 + k_4$	$k_4 + k_1 + k_2$
5	$k_2 + k_3$	$k_3 + k_4 + k_1$
6	$k_1 + k_2 + k_3$	$k_2 + k_3 + k_4$

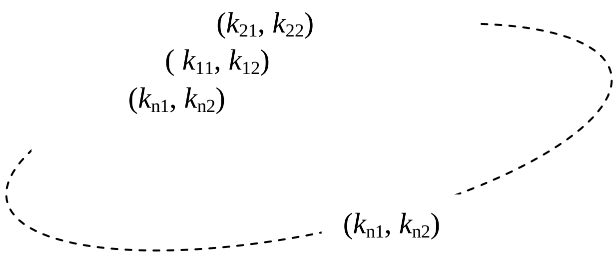


Рис. 2. Кільцева n-послідовність 2-кортежів ((k_{11} , k_{12}), (k_{21}, k_{22}),..., (k_{i1}, k_{i2}),..., (k_{n1}, k_{n2}))

Нижче наведено графічне зображення двовимірної ІКВ четвертого (n = 4) порядку, елементами якої є кортежі (1,0), (1,1), (2,2), (0,2), впорядковані за кільцевою схемою (рис. 3), а в табл. 2 наведено кільцеві суми, які отримані на цій ІКВ.

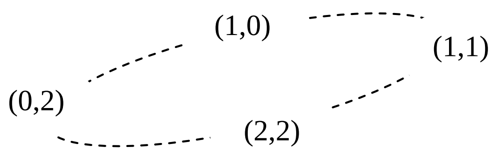


Рис. 3. Графічне зображення двовимірної ІКВ ((1,0) , (1,1),(2,2),(0,2))

Таблиця 2

Таблиця кільцевих вектор-сум двовимірної ІКВ ((1,0) , (1,1), (2,2), (0,2))

Значення кільцевої вектор-суми	Спосіб отримання кільцевої вектор-суми
(0,0)	((2,2)+(0,2)+(1,0)) mod (3,4)
(0,1)	((1,1)+(2,2)+(0,2)) mod (3,4)
(0,2)	(0,2)
(0,3)	((1,1)+(2,2)) mod (3,4)
(1,0)	(1,0)
(1,1)	(1,1)
(1,2)	(0,2)+(1,0)) mod (3,4)
(1,3)	((1,0)+(1,1)+(2,2)) mod (3,4)
(2,0)	((2,2)+(0,2)) mod (3,4)
(2,1)	((1,0)+(1,1)) mod (3,4)
(2,2)	(2,2)
(2,3)	((0,2)+(1,0)+(1,1)) mod (3,4)

Якщо множину кільцевих вектор-сум двовимірної ІКВ ((1,0) , (1,1), (2,2), (0,2)) розмістити у вигляді матриці 3×4 з відповідним упорядкуванням за рядками і стовпчиками, векторні суми заповнять всі її комірки рівно по одному разу:

$$\begin{matrix} (0,0) & (0,1) & (0,2) & (0,3) \\ (1,0) & (1,1) & (1,2) & (1,3) \\ (2,0) & (2,1) & (2,2) & (2,3) \end{matrix}$$

Отже, множина кільцевих вектор-сум двовимірної ІКВ ((1,0) , (1,1), (2,2), (0,2)) взаємно однозначно відповідає множині координат решітки з розмірами 3×4.

Кодування векторних даних за допомогою 2D ІКВ

В основу кодування векторних даних покладено принцип комбінаторної оптимізації вагової системи багатопозиційного позиційного коду, позиціям якого, на відміну від традиційних кодів, присвоєно значення відповідних двовимірних вагових розрядів у вигляді двомісних цілочислових кортежів. Ваги розрядів вибирають так, щоб забезпечити можливість покриття множиною кодових комбінацій, утворених на кільцевих векторних сумах, усіх вузлів просторової решітки поверхні тора в двовимірній циклічній системі координат. Додавання базових комбінацій здійснюється з урахуванням відповідних модулів m_1, m_2 , значення яких беруть зі співвідношення

$$\prod_{1}^{2} m_i = N . \tag{4}$$

Із табл. 2 випливає, що для кодування усієї поверхні тора на двовимірній решітці 3×4, де m_1=3, m_2=4, N=12, вистачає лише чотирьох (n=4) векторів. Приклад такого кодування наведено у табл. 3.

Таблиця 3

Система кодування множини вузлових точок 2D решітки з розмірами 3×4 за допомогою ІКВ ((1,0) , (1,1), (2,2), (0,2))

Координати точки	Формування кодової послідовності			
	Значення вагових розрядів			
	(1,0)	(1,1)	(2,2)	(0,2)
(0,0)	1	0	1	1
(0,1)	0	1	1	1
(0,2)	0	0	0	1
(0,3)	0	1	1	0
(1,0)	1	0	0	0
(1,1)	0	1	0	0
(1,2)	1	0	0	1
(1,3)	1	1	1	0
(2,0)	0	0	1	1
(2,1)	1	1	0	0
(2,2)	0	0	1	0
(2,3)	1	1	0	1

Формування кожної кодової комбінації здійснюється на впорядкованій за кільцевою схемою множині базових комбінацій вибором відповідної пари базових комбінацій і послідовним додаванням усіх комбінацій, що містяться між цими базовими комбінаціями. Множина усіх кільцевих вектор-сум, обчислених з урахуванням модулів m_1 =3, m_2=4, взаємно однозначно відповідає множині координат усіх вузлових точок циклічної решітки поверхні тора з розмірами 3×4. Теоретично можна розглядати tD-векторну кільцеву послідовність K_{tD}={(k_{11}, k_{12},…, k_{1t}), (k_{21}, k_{22},…, k_{2t}),..., (k_{i1}, k_{i2},…, k_{it}),..., (k_{n1}, k_{n2}, …, k_{nt})}, у якій множина усіх послідовних (кільцевих) вектор-сум, взятих за комплексним модулем (m_1, m_2,..., m_t), формує поверхню багатовимірної тороїдальної сфери на решітці $m_1 \times m_2 \times \ldots \times m_t = N$, де множина усіх утворених кільцевих вектор-сум, обчислених з урахуванням відповідних модулів $m_1, m_2, \dots, m_t$, взаємно однозначно відповідає множині t-вимірних координат усіх вузлів цієї решітки, трапляючись рівно R разів. Здійснюючи таке узагальнення, приходимо до поняття t-вимірної ІКВ [2].

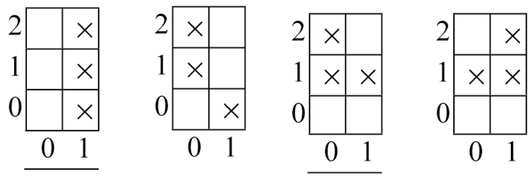
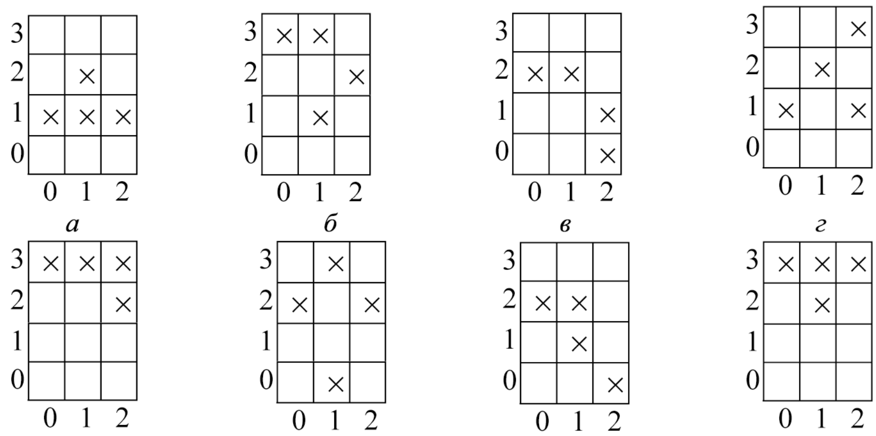
Для побудови tD-векторної моделі системи, яка забезпечує оптимальне керування системою на множині її фіксованих станів у t-вимірному фазовому просторі $m_1 \times ... \times m_t$, необхідно брати до уваги залежність, яка встановлює необхідні для цього умови:

$$\prod_{i=1}^{t} m_i = \frac{n(n-1)}{R} \; ; \; (m_1, \dots m_t) = 1. \qquad (5)$$

Наведемо декілька варіантів покриття двовимірної решітки поверхні тора в циклічній системі координат за допомогою 2D-ІКВ (табл. 4).

Таблиця 4

Варіанти покриття решітки поверхні тора двовимірною ІКВ

Розміри решітки	Параметри 2D-ІКВ	Графічні відображення 2D-ІКВ на розгортці решітки поверхні тора в циклічній системі координат
2 ×3	n=3, R=1	
3 ×4	n=4, R=1	

З табл. 4 можна бачити, що для покриття шести (N=6) координат двовимірної решітки з розмірами 2×3 множиною кодових комбінацій достатньо використати три (n=3) вектори 2D-ІКВ з параметрами n=3, R=1. Наприклад, перший (верхній зліва) варіант 2D-ІКВ {(1,0), (1,1), (1,2)} дає змогу кодувати три із шести двовимірних векторів простим додаванням відповідно вибраних векторів {(1,0), (1,1), (1,2)} за модулем (2,3), де (m_1=2, m_2=3):

$$\left.\begin{array}{l} (1,1)+(1,0) \equiv (0,1) \\ (1,0)+(1,2) \equiv (0,2) \\ (1,2)+(1,1) \equiv (0,0) \end{array}\right\} (\mathrm{mod}\, 2,3)$$

Оскільки вектори (1,0), (1,1), (1,2) доповнюють множину решти векторів, отриманих додаванням вищезгаданих (базових) векторів, множина усіх шести кодових комбінацій кільцевих вектор-сум є множиною координат двовимірної решітки з розмірами 2×3:

(0,0) (0,1) (0,2)
(1,0) (1,1) (1,2)

Варіант 2D-ІКВ {(1,0), (1,1), (1,2)} дає змогу закодувати значення координат поверхні 3-вимірного тора у вигляді розгорнутої решітки 2×3. Легко перевірити, що використання будь-якого іншого варіанта 2D-ІКВ із наведених у табл. 4 дає змогу отримати аналогічний результат. Тому всі чотири варіанти можна вважати рівноцінними, якщо розміщення базових векторів на полі координатної решітки не має важливого значення для досягнення відповідного технічного ефекту.

За наявності чотирьох (n=4) кодових комбінацій на 2D-ІКВ можна отримати числові значення координат поверхні 3-вимірного тора у вигляді розгорнутої решітки, що відповідає квантуванню сферичної поверхні тора на решітці 3×4. Цей ряд можна продовжувати як завгодно довго. Теоретичні дослідження і комп'ютерні обчислення показують, що зі зростанням кількості кодових комбінацій n стрімко збільшується кількість варіантів 2D-ІКВ. Так, вже для 2D-ІКВ четвертого порядку (n=4) існують 24 варіанти оптимальних систем покриття поверхні тривимірної сфери з кількістю комірок 3×4. Результати дослідження оптимальних систем кодування векторних даних охоплюють дослідження двовимірних комбінаторних конфігурацій, елементами яких є ненульові числові композиції. Прикладом такої систем кодування є кільцева послідовність ((1,1),(1,2),(1,4),(1,3)), яка утворює матрицю з розмірами 3×4. Метод кодування двовимірних векторів на множині кільцевих сум цієї 2D-ІКВ містить усі кільцеві вектор-суми, числові значення яких вичерпують координати 2D решітки на поверхні тора (табл. 5).

Таблиця 5

Система кодування множини вузлових точок 2D решітки з розмірами 3×4 за допомогою ІКВ ((1,1) , (1,2), (1,4), (1,3))

Координати точки	Формування кодової послідовності			
	Значення вагових розрядів			
	(1,1)	(1,2)	(1,4)	(1,3)
(1,1)	1	0	0	0
(1,2)	0	1	0	0
(1,3)	0	0	0	1
(1,4)	0	0	1	0
(2,1)	0	1	1	0
(2,2)	0	0	1	1
(2,3)	1	1	0	0
(2,4)	1	0	0	1
(3,1)	1	1	0	1
(3,2)	1	1	0	0
(3,3)	1	0	1	1
(3,4)	0	1	1	1

З табл. 5 можна бачити, що 4-розрядні двійкові кодові комбінації вичерпують цілочислові значення двовимірних векторів у межах від (1,1) до (3,4), закодованих у монолітному ІКВ коді.

Порівнюючи вищенаведені приклади кодування двовимірних векторів, можна побачити, що обидві системи перетворення форми інформації рівноцінні щодо досягнення максимальної потужності коду, оскільки кожна з них вичерпує множину координат двовимірної матриці 3×4. Відмінність полягає лише в тому, що в системі кодування, основаній на кільцевій послідовності векторів ((1,1), (1,2), (1,4), (1,3)), одна з координат двовимірного вектора може набувати значень чисел натурального ряду від 1 до 3, а друга – від 1 до 4, тоді як для системи ((1,0),(1,1),(2,2),(0,2)) – від 0 до 2 та від 0 до 3 відповідно.

Під монолітним кодом слід розуміти систему кодування, дозволеними комбінаціями якої є послідовності однойменних символів з не більш ніж двома переходами від одного різновиду символу до протилежного. На відміну від традиційних позиційних кодів, у монолітному коді усі дозволені кодові комбінації складаються не більше ніж із двох блоків з різнойменними символами. Це дає змогу швидко виявляти і виправляти помилки за ознакою, яка суперечить «монолітній» згуртованості однойменних символів у прийнятих кодових послідовностях.

Застосовуючи монолітний ІКВ-код, по каналу зв'язку за фіксований відтинок часу можна пересилати більші обсяги даних порівняно з традиційними позиційними кодами. Описаний код є оптимальним кодом за критерієм мінімізації кількості розрядів з обмеженням на правила формування однойменних символів у дозволених кодових комбінаціях, де всі однойменні символи містяться один поряд з іншим. Принцип дає змогу отримати усі можливі значення двовимірних векторів. При цьому інформаційна система, яка ґрунтується на монолітному ІКВ-коді, набуває різних корисних властивостей, зокрема завдяки розмежуванню блоків символів з "нулів" та "одиниць" зростає завадостійкість та швидкодія перетворення кодових сигналів, підвищується рівень захисту закодованих даних від несанкціонованого доступу. Зазначимо, що інформаційна надмірність 2D-ІКВ коду зведена до мінімуму, оскільки множина усіх дозволених кодових комбінацій взаємооднозначно відповідає множині усіх координат просторової решітки тора фіксованих розмірів. Це дає змогу зменшити кількість керованих кодом комбінацій під час керування системами, стан яких визначається функціями кількох змінних, залежних від просторових координат. Такими функціями можуть бути векторні поля, в яких інформаційний та енергетичний контакти між ланками системи кекрування здійснюються на контактних полях відповідної розмірності.

Застосування двовимірних ІКВ в оптимізаційних задачах радіофізики

У задачах радіофізики чи гідроакустики важливе значення має взаємне розміщення елементів антенної решітки, що пов'язано зі шкідливим явищем інтерференції, яке виникає під час взаємного накладання хвиль з однаковою або кратною частотою. Це явище значною мірою вдається нейтралізувати, використавши пласкі антенні решітки з нееквідистантною апертурою. Діаграма напрямленості антен з нерівномірно заповненою апертурою має нижчий рівень інтерференційних викидів і відповідно вищу роздільну здатність порівняно з іншими аналогічними решітками. Значного успіху в подоланні цієї проблеми досягнуто завдяки використанню двовимірних різницевих множин, побудованих на основі одновимірних аналогів [3]. Однак, поряд з такими методами синтезу двовимірних антенних решіток, можна навести багато прикладів побудови двовимірних ІКВ, які не мають одновимірних аналогів. На відміну від одновимірних комбінаторних конфігурацій, в яких можна покликатися на класичну теорію циклічних різницевих множин [4], побудова двовимірних нееквідистантних решіток з низьким рівнем бічних пелюстків лише розвивається.

Для побудови антенних решіток з низьким рівнем бічних пелюстків доцільно застосувати 2D-ІКВ як моделі для формування апертури розкриття пласкої антени. При цьому слід вибирати варіанти ІКВ з-поміж тих, базові вектори яких відповідають оптимальному за вибраним критерієм розміщенню елементів апертури. Так, з чотирьох можливих варіантів таких моделей, наведених у табл. 1 (верхній ряд), перша зліва модель є невдалою, оскільки немає ортогональності стосовно взаємного розміщення векторів. Серед решти трьох варіантів найліпшими слід вважати останні два з погляду максимально стислого заповнення поля решітки та збереження ортогональності апертури.

Наведемо приклади, які ілюструють схему оптимального розміщення антенних елементів двовимірної решітки на основі 2D-ІКВ (рис. 4).

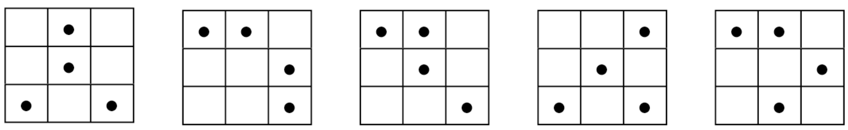


Рис 4. Варіанти оптимальних антенних решіток 3×3 на двовимірних ІКВ

З-поміж вищенаведених варіантів лише крайній справа є прямим аналогом циклічної множини, побудованої на одновимірній досконалій циклічній множині (ДЦМ) з параметрами $v = 13$, $k = 4$, $\lambda = 1$. Решта схемних рішень випливають з наведених у табл. 4 прикладів 2D-ІКВ. Перший (зліва) варіант оптимальної антенної решітки отримано з 2D-ІКВ ((2,2),(0,2),(1,0),(1,3)), що міститься в нижньому ряду (б), циклічним зсувом решітки на одну клітинку вниз відносно осі 0,1,2; другий – з ((2,0),(0,2),(1,2),(2,1)), верхній ряд (в); третій – з ((2,0),(0,2),(1,2),(1,1)), нижній ряд (в);

четвертий – з ((2,1),(1,2),(0,1),(2,3)), верхній ряд (г). Зсуви доцільно здійснювати для того, щоб зменшити за можливості розміри решітки, вилучивши порожні рядки (стовпчики). Аналогічний підхід правомірно застосувати для дослідження оптимального розміщення радіолокаційних станцій у системі зондування космічного простору з встановленням радіотелескопів на віддалені один від одного у відповідних точках сфери, наприклад, за допомогою використання супутникової системи, які відповідають моделі 2D-ІКВ з вибраними параметрами.

Висновки і перспективи подальших наукових розвідок

Методи проектування інформаційних систем на основі використання математичних моделей, основаних на властивостях комбінаторних конфігурацій типу ідеальних кільцевих в’язанок (ІКВ), дають змогу знаходити оптимальні рішення багатьох технічних проблем, таких як подолання інформаційної та структурної надмірності систем, удосконалення методів керування системами, підвищення роздільної здатності радіолокаційних систем. Використання двовимірних ІКВ для кодування векторних даних дає змогу створювати оптимальні вагові системи для багатопозиційних кодів, у яких, на відміну від числових значень вагових розрядів, позиціям коду присвоюють відповідні значення цілочислових кортежів. Це відкриває перспективи стосовно створення високопродуктивних систем опрацювання інформації з векторними даними, а блочний характер формування однойменних символів у кодових комбінаціях підвищує надійність та швидкодію систем, завдяки поліпшенню захисту інформації, яка пересилається каналами зв’язку. Метод дає змогу вдосконалити керування системою на множині її фіксованих станів у фазовому просторі, зменшивши кількість керованих кодом базових комбінацій в n–1 разів, де n – кількість векторних розрядів. Двовимірні ІКВ є зручними математичними моделями для проектування антенних решіток, які забезпечують низький рівень бічних пелюстків.

1. Кухтенко О. І. Загальна теорія систем // Енциклопедія кібернетики. Том другий. Головна редакція УРЕ. – К., 1973. – С. 402–406. 2. Різник В. В. Синтез оптимальних комбінаторних систем. – Львів: Вища школа, 1989. – 168 с. 3. Копилович Л. Е. Регулярный метод построения системы безызбыточных апертурных масок для наблюдения сквозь неоднородную атмосферу // ДАН УССР, 1983. – Сер. А. – № 10. – С. 55–58. 4. Холл М. Комбинаторика. – М.: Мир, 1970. – 470 с.