

## ОПТИМАЛЬНІ КОДИ НА ВЕКТОРНИХ КОМБІНАТОРНИХ КОНФІГУРАЦІЯХ

© Різник В. В., 2015

Розглянуто концепцію оптимізації систем кодування на основі векторних комбінаторних конфігурацій, а саме моделей на ідеальних векторних кільцях. Більше того, оптимізація втілена у ці моделі. Метою є поліпшення якісних показників багатовимірних векторних інформаційних технологій і обчислювальних систем стосовно прискорення опрацювання та пересилання векторних даних з автоматичним виправленням помилок і захисту даних від несанкціонованого доступу на основі використання властивостей різноманітності багатовимірних комбінаторних конфігурацій та теорії скінчених циклічних груп. Розглянуті деякі проблеми комп'ютерної інженерії та інформаційних технологій, які стосуються використання математичних методів оптимізації систем на основі дво- й багатовимірних комбінаторних конфігурацій (tD-ІКВ). Особливій увазі підлягають представлення двовимірних ІКВ у вигляді векторних циклічних груп та їхніх численних ізоморфних перетворень з використанням теоретичного зв'язку цих математичних моделей із загальновідомою теорією циклічних різницевих множин. Наведено приклад оптимальної системи кодування двовимірних векторів за двома координатними осями двовимірної сітки, яка покриває поверхню тора. Показана можливість проектування високоефективних систем оптимальних монолітних векторних кодів, які забезпечують кодування даних з використанням комбінаторної оптимізації. Наведено визначення кільцевих монолітних векторних кодів, таких як оптимальний числовий кільцевий код, оптимальний двовимірний кільцевий код, а також оптимальний багатовимірний кільцевий код. Ці методи проектування дають змогу формувати оптимальні дво- і багатовимірні системи кодування векторів з меншим числом кодових комбінацій, ніж у звичайних системах без зменшення потужності коду та погіршення решти робочих характеристик системи при забезпеченні їх високої корегувальної спроможності.

**Ключові слова:** кодування векторних даних, комбінаторна конфігурація, тороїдна циклічна група, ідеальна кільцева в'язанка, оптимізація, захист інформації, швидкість пересилання даних.

**Concept of coding systems optimizations based on vector combinatorial configurations (the Ideal Vector Rings models), with the optimization being embedded in the underlying combinatorial models, is regarded in this paper. This paper is aimed at improving the qualitative indices of multidimensional vector data information technologies and computer systems with respect to transmission speed of vector data with automatic error correction, and data security using a variety of multidimensional combinatorial configuration and finite cyclic group theory. Some problems of computer engineering and information technologies which deal with profitable use of mathematical methods for optimization of coding systems based on the two-and multidimensional Ideal Ring Bundles (tD-IRB)s are regarded with special attention being paid to interpretations of multidimensional Ideal Ring Bundles as vector cyclic groups and its numerous isomorphic transformations using theoretical relation of the mathematical models with reference to the well-known cyclic difference sets theory. The possibility for design of high performance systems of the optimal monolithic vector coding systems which provide vector data coding in torus frame of reference using combinatorial**

optimization is shown. It is proved that the proposed techniques provide design of high performance vector data coding and control systems using combinatorial optimization. Definitions of the Ring Monolithic Vector Codes are given such as Numerical Optimum Ring Code, Two-dimensional Optimum Ring Code and Multidimensional Optimum Ring Code. These design techniques make it possible to configure optimal two- and multidimensional vector coding systems using fewer code combinations in the system, while maintaining or improving on code size and the other significant operating characteristics using high speed corrected coding possibility of the system.

**Key words:** vector data coding, combinatorial configuration, torus cyclic group, Ideal Ring Bundle, optimization, security, transmission speed.

### **Вступ. Загальна постановка проблеми**

Перетворення повідомлень в кодові комбінації повинно забезпечити вимоги, такі як пересилання необхідної кількості різних повідомлень, узгодження параметрів каналу зв'язку і пересилання повідомлень, підвищення достовірності пересилання повідомлень, приховання повідомлень від несанкціонованого доступу тощо, причому якість методу кодування можна оцінити обсягом сигналу для досягнення потрібної завадостійкості за однакової швидкості пересилання даних [1]. Відомо, що до структурних характеристик коду належать: 1) число кодових ознак, що використовуються для комбінування; 2) кількість розрядів кодової комбінації; 3) правила формування кодових комбінацій. До характеристик сигналів коду зараховують способи формування елементів коду (імпульсні ознаки) і спосіб пересилання елементарних сигналів [1]. Однією з проблем у сучасних інформаційних технологіях залишається підвищення завадостійкості системи кодування даних з одночасним подоланням надмірності коду, яка полягає в пошуку вигідного компромісу між суперечливими вимогами щодо підвищення кількості інформації в закодованих повідомленнях та надійності системи за наявності фіксованого числа значущих розрядів коду. Важливого значення набуває проблема подолання інформаційної надмірності комп'ютерних систем керування, в яких стан керованого об'єкта визначається функціями кількох змінних, залежних від просторових координат. Вищезгадані проблеми є актуальними також в інформаційно-вимірювальній техніці, системах зв'язку, радіофізиці та інших системах. На порядку денному постає завдання розширення можливості застосування прогресивних інформаційних технологій для опрацювання багатовимірних масивів даних.

### **Формулювання мети**

Метою дослідження є підвищення якісних показників методу кодування повідомлень за обсягом інформації, яка пересилається каналом зв'язку, та швидкості виправлення помилок без значного підвищення інформаційної надмірності системи кодування. Завдання полягає в тому, щоб на основі двійкових позиційних кодів розробити метод кодування даних за допомогою створення та застосування нестандартної шкали вагових розрядів, яка дала б змогу здійснювати кодування багатовимірних масивів даних у системі перетворення сигналів з обмеженим числом кодових розрядів, забезпечивши високий рівень захищеності повідомлень від завад та несанкціонованого доступу. Суть ідеї полягає в створенні принципово нових інформаційних комплексів з розширеним діапазоном комбінаторної різноманітності з можливістю кодування та опрацювання інформації, поданої у вигляді багатовимірних масивів даних (дво- та багатовимірних таблиць даних, полів фазового простору, образної інформації тощо).

### **Аналіз останніх досліджень та публікацій**

Для виконання поставленого завдання в основу дослідження покладено використання унікальних комбінаторних властивостей нового класу комбінаторних конфігурацій – впорядкованих за кільцевою схемою кортежних цілочислових послідовностей – багатовимірних ідеальних кільцевих в'язанок [2]. Завдання полягає в тому, щоб замість традиційно вживаних методів перетворення форми інформації із застосуванням позиційних кодових систем з числовими ваговими розрядами, впровадити системи багатовимірних (векторних) вагових розрядів, значущі значення

яких дають змогу збільшити потенційну структурну різноманітність інформаційних комплексів шляхом використання лінійних комбінацій векторних розрядів, наприклад, здійснюючи їх послідовне додавання. Для виконання цього завдання важливо встановити математичні залежності між комбінаційними властивостями класичних структур, таких як різницеві множини, проєктивні геометрії та інші конфігурації [3] з новим різновидом комбінаторних структур – послідовно впорядкованих за кільцевою схемою цілочислових кортежів, значення яких можуть забезпечити кодування векторних даних у заданих межах просторової системи координат. Потрібно дослідити комбінаторні властивості деяких видів класичних (табличних) систем інцидентності [3] та розробити метод конструювання багатовимірних систем інцидентності у вигляді багатоеlementних векторних комбінаторних конфігурацій, як зручних для інженерної практики моделей систем кодування векторних даних. Метод передбачає встановлення відповідних правил кодування векторів на заданій множині станів цих векторів шляхом використання не лише векторів, але й їхніх лінійних комбінацій так, щоб обмеженим числом кодових послідовностей можна було покрити усі вузлові точки згаданої просторової системи. Така постановка задачі знаходить позитивне розв’язання за дотримання певних умов, які випливають з теорії скінченних груп [4]. Один з підходів полягає у застосуванні методу комбінаторної оптимізації, який ґрунтується на властивостях нового класу скінченних груп – багатовимірних циклічних груп та багатовимірних ідеальних кільцевих в’язанок (ІКВ) [2].

### Аналіз отриманих наукових результатів

#### Модель двовимірної ІКВ

Розглянемо модель двовимірної ( $t=2$ ) ІКВ у вигляді кільцевої  $n$ -послідовності двочислових кортежів  $((k_{11}, k_{12}), (k_{21}, k_{22}), \dots, (k_{i1}, k_{i2}), \dots, (k_{n1}, k_{n2}))$ , де  $k_{11}, k_{12}, k_{21}, k_{22}, \dots, k_{i1}, k_{i2}, \dots, k_{n1}, k_{n2}$  – деякі цілі невід’ємні числа (рис. 1).

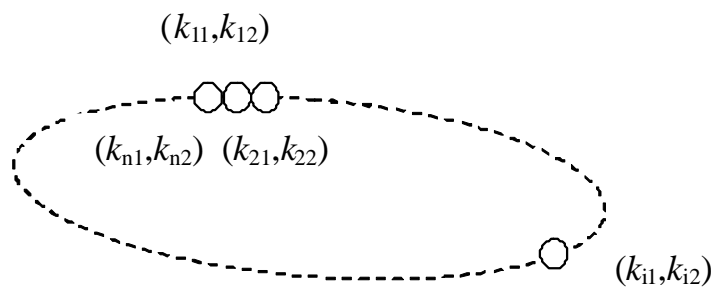


Рис. 1. Структура двовимірної ( $t=2$ )  $n$ -елементної ІКВ на двочислових кортежах

Впорядковану за кільцевою схемою множину двочислових кортежів будемо розглядати як набір координат  $n$  вузлових точок, проєкції яких обмежені рамками координатної сітки  $n \times (n-1)$  в циклічній системі відліку. Нехай множина значень цих кортежів, разом зі значеннями усіх можливих сум послідовно подаваних кортежів, перелічують множину координат усіх вузлів цієї координатної сітки. Утворені таким способом лінійні комбінації є результатом додавання відповідних координат по комплексному модулю  $\text{mod } n$  і  $\text{mod } (n-1)$  послідовно впорядкованих числових значень координат  $n$  вузлових точок у двовимірній циклічній системі відліку. Завдання зводиться до того, щоб за допомогою  $n$  вузлових точок та їхніх комбінацій покрити  $R$  різними способами множину  $n(n-1)$  точок координатної сітки  $n \times (n-1)$ , яка покриває всю поверхню тора з відліком координат за відповідно обраними напрямками відліку. Для задоволення вищезгаданих вимог необхідно дотриматися таких умов:

$$S = m_1 m_2 = \frac{n(n-1)}{R}; \quad (m_1, m_2) = 1. \quad (1)$$

Параметри  $m_1, m_2, n, R$  двовимірних ІКВ (2D-ІКВ) взаємопов’язані такими залежностями:

$$m_1 = n-1, \quad m_2 = n, \quad n(n-1) \leq S < n(n-1)(n-1). \quad (2)$$

Розглянемо приклад формування множини лінійних комбінацій 2-кортежів на двовимірній ІКВ  $\{(0,1), (0,2), (1,2)\}$  шляхом комбінювання кільцевих вектор-сум на цій послідовності:

$$\left. \begin{aligned} (0,1) + (0,2) &= (0,0) \\ (0,2) + (1,0) &= (1,2) \\ (1,2) + (0,1) &= (1,0) \end{aligned} \right\} (\text{mod } 2, \text{mod } 3)$$

Оскільки елементи  $(0,1), (0,2), (1,2)$  2D-ІКВ є також кільцевими вектор-сумами, множина усіх вектор-сум вичерпує множину координат вузлових точок двовимірної решітки  $2 \times 3$ , що покриває поверхню тора, утворену двома колами з 2 і 3 точками відліку відповідно:

$$\begin{aligned} (0,0) & (0,1) & (0,2) \\ (1,0) & (1,1) & (1,2) \end{aligned}$$

Схематична модель двовимірної системи відліку координат, утворена двома кільцевими осями відліку точок на поверхні тора, наводиться на рис.2.

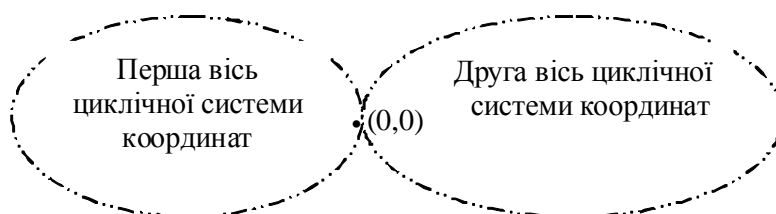


Рис. 2. Схематична модель двовимірної циклічної системи координат з початком відліку в точці  $(0,0)$

Властивості 2D-ІКВ, як циклічних груп, дають теоретичні підстави для пошуку взаємно ізоморфних перетворень різних варіантів всередині згаданого кластеру за допомогою відповідних коефіцієнтів. Групові властивості 2D-ІКВ з параметрами  $n=3, m_1=2, m_2=3, 6 \leq S < 12, t=2$  ілюструє табл. 1.

Таблиця 1

**Властивості 2D-ІКВ з параметрами  $n=3, m_1=2, m_2=3, 6 \leq S < 12, R=1$**

Варіанти 2D-ІКВ	Векторні елементи 2D-ІКВ			Множник 2D-ІКВ	Результат множення 2D-ІКВ на $(1,2)$			Варіанти 2D-ІКВ
	(1,1)	(0,2)	(0,1)		(1,2)	(0,1)	(0,2)	
I	(1,1)	(0,2)	(0,1)	(1,2)	(1,2)	(0,1)	(0,2)	II
II	(0,2)	(0,1)	(1,2)		(0,1)	(0,2)	(1,1)	I
III	(1,1)	(1,0)	(1,2)		(1,2)	(1,0)	(1,1)	III
IV	(0,2)	(1,0)	(0,1)		(0,1)	(1,0)	(0,2)	IV

Множення 2D-ІКВ на вектор-коефіцієнт  $(1,2)$  здійснюють у віртуальному числовому полі циклічної системи координат з урахуванням модулів  $(\text{mod } m_1)$  і  $(\text{mod } m_2)$ . У лівій половині табл. 1 вписані варіанти 2D-ІКВ, а в правій – результати множення відповідного варіанта 2D-ІКВ, які записані в лівій частині цієї таблиці.

Процедура послідовного множення елементів варіанта I на коефіцієнт перетворення  $(1,2)$  здійснюється у полі циклічної системи координат  $2 \times 3$ , де  $m_1=2, m_2=3$ :  $(1,1) \cdot (1,2) \Rightarrow ((1 \cdot 1=1), (1 \cdot 2=2)) \Rightarrow (1,2)$ ;  $(0,2) \cdot (1,2) \Rightarrow (0,1)$ ;  $(0,1) \cdot (1,2) \Rightarrow (0,2)$ . Отримана циклічна послідовність  $((1,2), (0,1), (0,2))$  є варіантом послідовності II. Легко побачити, що той же коефіцієнт здійснює зворотне перетворення варіанта II в I. Натомість, такому перетворенню не підлягають решта варіантів ІКВ цієї групи. Множення на вектор  $(1,2)$  переводить їх у самі себе з реверсним впорядкуванням й дзеркальним розміщенням векторів (табл. 1). З аналізу табл. 1 випливає, що кластер 2D-ІКВ з параметрами  $n=3, m_1=2, m_2=3, 6 \leq S < 12$  об'єднує два ізоморфні і два автоморфні варіанти двовимірних ІКВ, кожен з яких дає змогу трьома ( $n=3$ ) лінійними комбінаціями векторів покрити множину усіх шести  $(n-1) \times n = 6$  вузлових точок двовимірної розгортки поверхні тора  $2 \times 3$ .

### Модель багатовимірної ІКВ

Теоретично можна розглядати кільцеву послідовність  $(K_1, K_2, \dots, K_i, \dots, K_n)$ , де  $K_i = (k_{i1}, k_{i2}, \dots, k_{it})$ , схематична модель якої наведена на рис. 3.

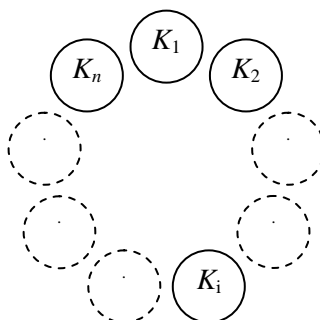


Рис.3. Структура багатовимірної  $n$ -елементної ІКВ на  $t$ -числових кортежах

Множина усіх послідовних (кільцевих) вектор-сум, взятих по комплексному модулю  $(m_1, m_2, \dots, m_t)$ , формують поверхню багатовимірної тороїдальної сфери на решітці  $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_t = N$ , де множина усіх утворених кільцевих вектор-сум, обчислених з урахуванням відповідних модулів  $m_1, m_2, \dots, m_t$ , взаємно однозначно відповідає множині  $t$ -вимірних координат усіх вузлів цієї решітки, трапляючись рівно  $R$  разів.

Здійснюючи таке узагальнення, ми приходимо до поняття  $t$ -вимірної ІКВ, параметри якої взаємопов'язані залежностями (3).

$$\prod_{i=1}^t m_i = \frac{n(n-1)}{R}; (m_1, \dots, m_t) = 1. \quad (3)$$

У табл. 2 наведена характеристика дво- і тривимірних ІКВ з числом векторів  $n = 3, \dots, 7$ .

Таблиця 2

#### Характеристика 2D і 3D ІКВ ( $n = 3, \dots, 7$ )

Порядок ІКВ ( $n$ )	Кількість варіантів ІКВ		Розміри двовимірних решіток	Розміри тривимірних решіток
	2D-ІКВ	3D-ІКВ		
3	4	–	2×3	–
4	24	–	3×4	–
5	272	–	4×5, 3×7	–
6	256	128	5×6, 3×10	2×3×5
7	360	180	6×7, 3×14	2×3×6

Із наведеної таблиці випливає, що зі збільшенням порядку  $n$  від 4 до 5 потужність множини варіантів двовимірних ІКВ зростає більше, ніж на порядок – від 24 до 272 з тенденцією до подальшого зростання потужності множини дво- і тривимірних ІКВ для значень  $n$  більше п'яти.

#### Кодування даних у $t$ -вимірному векторному просторі

В основу принципу кодування даних у  $t$ -вимірному векторному просторі закладена ідея комбінаторної оптимізації вагової системи  $n$ -розрядного позиційного коду, розрядам якого, на відміну від традиційних двійкових кодів, присвоєно значення відповідних  $t$ -вимірних векторів. Ваги розрядів обирають так, щоб забезпечити можливість покриття множиною кодових комбінацій, утворених на кільцевих векторних сумах, усіх вузлів  $t$ -вимірної просторової решітки поверхні тора. Додають базові комбінації з урахуванням відповідних модулів  $m_i$ , ( $i = 1, 2, \dots, t$ ). Приклад кодування векторних даних на решітці 3×4 поверхні тора за допомогою ІКВ  $((1,0), (1,1), (2,2), (0,2))$  у двовимірному векторному просторі наведений у табл. 3.

**Кодування векторних даних на решітці 3×4 поверхні  
тора за допомогою 2D ІКВ ((1,0), (1,1), (2,2), (0,2))**

Вектори	Кодові комбінації			
	(1,0)	(1,1)	(2,2)	(0,2)
(0,0)	1	0	1	1
(0,1)	0	1	1	1
(0,2)	0	0	0	1
(0,3)	0	1	1	0
(1,0)	1	0	0	0
(1,1)	0	1	0	0
(1,2)	1	0	0	1
(1,3)	1	1	1	0
(2,0)	0	0	1	1
(2,1)	1	1	0	0
(2,2)	0	0	1	0
(2,3)	1	1	0	1

Формування комбінацій для кодування векторних даних здійснюється на впорядкованій за кільцевою схемою вагових розрядів ((1,0), (1,1), (2,2), (0,2)), які є елементами 2D ІКВ шляхом обрання або додавання відповідного числа послідовно впорядкованих розрядів. Множина усіх кільцевих вектор-сум, обчислених з урахуванням модулів  $m_1=3$ ,  $m_2=4$ , взаємно однозначно відповідає множині координат усіх вузлових точок циклічної решітки поверхні тора з розмірами 3×4. З табл. 3 випливає, що для кодування двовимірного масиву даних обсягом 3×4 достатньо чотирьох ( $n=4$ ) кодових комбінацій. Аналогічно здійснюється кодування повідомлень, представлених у вигляді тривимірних і багатовимірних масивів даних. Можливість створення таких систем кодування забезпечується численною кількістю нового класу комбінаторних конфігурацій з властивостями ІКВ, які вражають своєю структурною та формотворчою витонченістю. Наведемо приклад одного з варіантів кодування тривимірних масивів даних за ваговими розрядами ((1,2,0),(1,2,5),(1,2,3),(1,2,1),(1,2,6),(1,2,4),(1,2,2)). Легко перевірити, що в цьому випадку система забезпечує можливість кодування тривимірних масивів обсягом 2×3×7 за наявності лише семи кодових комбінацій. При цьому кодування двійковими комбінаціями повідомлень здійснюється одночасно за трьома будь-якими групами ознак.

Для зручності користування поняттями, які пов'язані з кодуванням масивів даних за векторними ІКВ, наведемо деякі основні означення:

Кільцевий монолітний код (КМК), – це множина кодових послідовностей, всі дозвалені комбінації яких утворені з поруч розмішених за кільцевою схемою не більше двох блоків однойменних символів.

Числовий оптимальний кільцевий код, – це зважений  $n$ -розрядний двійковий КМК, ваги розрядів якого утворюють множину двійкових комбінацій в інтервалі  $[1, S]$ , де всі кільцеві суми ваг цієї  $n$ -послідовності, взяті по модулю  $S=n(n-1)/R$ , перелічують множину цілих додатних чисел в інтервалі  $[1, S]$  рівно  $R$  разів.

Двовимірний оптимальний кільцевий код – це зважений  $n$ -розрядний двійковий КМК з двовимірними вагами розрядів, у якому множина усіх кільцевих сум, взятих по модулях  $m_1$  та  $m_2$ , відповідно, перелічують вузлові точки двовимірної системи координат  $m_1 \times m_2$ , яка покриває поверхню тора рівно  $R$  разів, де  $m_1 \cdot m_2 = n(n-1)/R$ .

Багатовимірний оптимальний кільцевий код – це зважений  $n$ -розрядний двійковий КМК з  $t$ -вимірними вагами розрядів, у якому множина усіх кільцевих сум, взятих по модулях  $m_1, m_2, \dots, m_t$ , відповідно, перелічують вузлові точки двовимірної системи координат  $m_1 \times \dots \times m_t$ , яка покриває поверхню гіпертора рівно  $R$  разів, де  $m_1 \cdot m_2 \dots \cdot m_t = n(n-1)/R$ .

## Особливості кодування векторних даних на основі ІКВ

Правила формування кодових комбінацій для кодування векторних даних на основі багатовимірних ІКВ відрізняються від організації традиційних систем перетворення форми інформації. Як будь-який новий принцип кодування повідомлень, запропонований код вимагає проходження атестації стосовно можливості його практичного застосування в інформаційних комплексах і пристроях перетворення кодових сигналів різного призначення. Слід звернути увагу на дві основні відмінності кодування даних на основі ІКВ: 1) множина  $N$  дозволених кодових комбінацій інформаційного ІКВ комплексу формується на  $n$  базових кодових комбінаціях,  $n < N$ , де  $n$  є підмножиною множини  $N$ ; 2) усі дозвалені кодові комбінації мають вигляд послідовності двійкових символів, де всі однойменні символи впорядковані поруч один одного незалежно від довжини кодової послідовності та кількості однойменних символів у кодовій комбінації. Вищезгадані відмінності притаманні і одновимірним (одночисловим), і багатовимірним ІКВ. Що стосується останніх, важливо відзначити унікальну властивість кодових систем, побудованих на основі багатовимірних вагових розрядів ІКВ, змінювати степінь вимірності (англ. *dimensionality*) векторних даних шляхом взаємоперетворення шкал відліку даних із системи координат однієї просторової вимірності в іншу простим перетворенням значущих розрядів. Перелічені властивості дають змогу розробляти системи кодування векторних даних, які ґрунтуються на принципово новому підході формування, перетворення, пересилання та збереження інформації, що базується на властивостях досконало організованих просторових структур, таких як багатовимірні циклічні групи ІКВ. Щоб критично проаналізувати, спочатку опишемо негативні аспекти запропонованого коду. Насамперед слід згадати про надмірність системи кодування, зокрема інформаційну, структурну й алгоритмічну. Під інформаційною надмірністю системи розуміють надмірність у кількості інформації, яку переробляють. Зменшення природної інформаційної надмірності здійснюється для того, щоб спростити систему, а штучної – з метою поліпшення основної характеристики системи (завадостійкості або точності, надійності тощо). У разі введення одного виду надмірності неминуче вводиться й другий, тому поліпшення завадостійкості, як правило, супроводжується погіршенням надійності, і навпаки [5].

Розглянемо деякі практично корисні властивості векторних ІКВ для синтезу кодів з погляду доцільності їх застосування в інформаційних комплексах опрацювання даних за такими якісними показниками: 1) потужність коду; 2) підвищення достовірності пересилання повідомлень; 3) швидкість формування кодових комбінацій; 4) швидкість пересилання повідомлень; 4) швидкість виявлення і виправлення помилок; 5) простота алгоритму кодування; 6) високий рівень захисту від несанкціонованого доступу.

Потужність монолітного ІКВ- коду дорівнює числу неоднакових кодових комбінацій у кодї. Для монолітного кільцевого  $n$ - розрядного коду потужність  $N$  визначається за формулою

$$N = \frac{n(n-1)}{R} + 1, \quad (4)$$

де  $R$  – число однакових кодових комбінацій в кодї; якщо усі кодові комбінації різні, тоді  $R=1$ .

Порівняно зі стандартним  $n$ - розрядним двійковим кодом, потужність якого дорівнює  $N=2^n$ , монолітний код характеризується надмірністю  $r$ :

$$r = 1 - \frac{\log_2 N}{n} \quad (5)$$

Із залежностей (4) і (5) простежується зростання інформаційної надмірності монолітного кільцевого коду зі збільшенням довжини кодових комбінацій. З іншого боку, збільшення довжини кодових комбінацій супроводжується відповідним зростанням завадостійкості коду, оскільки при цьому швидко збільшується частка кодових комбінацій з монолітно пов'язаними між собою однойменними символами серед загальної кількості усіх комбінацій. За умови рівномірного розподілу ймовірностей появи помилок у розрядах дозвалені кодові комбінації монолітного коду,

ймовірність появи хибних символів на межі, яка розділяє обидві групи різноіменних символів на кільцевому регістрі, оцінюється співвідношенням  $x/n$ , де  $x$  – число суміжних розрядів на межі розміщення різноіменних символів у дозволених комбінаціях. Залежно від кількості однойменних символів у меншій з двох груп, число  $x$  може набувати значення 3 або 4 не залежно від довжини кодових комбінацій, що забезпечує зростання рівня захисту монолітного коду від впливу зовнішніх завад зі збільшенням його потужності. Виявляють та виправляють помилки автоматично в реальному часі за правилом гуртування усіх однойменних символів кодової комбінації у вигляді єдиного монолітного блока, що зводить до мінімуму алгоритмічну та структурну надмірність системи, забезпечуючи високу швидкодію опрацювання та пересилання повідомлень. Особливою перевагою  $t$ -вимірного векторного коду є зростання швидкості пересилання інформації, яка міститься у повідомленні, в  $t$  разів, оскільки в кожній такій комбінації закодовано  $t$  групових ознак, на відміну від традиційних кодів, комбінаціям яких відповідає, як правило, одне число. Отже, не зважаючи на деякі недоліки векторних монолітних ІКВ-кодів, основним з яких є висока інформаційна надмірність порівняно з оптимальним двійковим кодом, векторний ІКВ-код може виконувати принципово нові функції ефективного опрацювання багатовимірних масивів даних без необхідності впровадження складних багатопроцесорних комплексів паралельних обчислювальних систем. Згаданий принцип ґрунтується на понятті  $t$ -вимірного ідеального кільцевого відношення (ІКВ), що є удосконаленим різновидом багатовимірних комбінаторних конфігурацій з циклічною структурою, одновимірним аналогом яких є клас досконалих різницевих множин (англ. *perfect difference sets*) [3].

Дослідження повною мірою стосується методів конструювання оптимальних радіотехнічних систем з нееквідистантною структурою, зокрема антенних решіток з поліпшеними якісними характеристиками стосовно роздільної здатності і низького рівня бокових пелюстків [6], системах керування, стан яких визначається функціями кількох змінних, залежних від просторових координат [7], формування завадостійких векторних кодів на основі багатовимірних комбінаторних конфігурацій [8] та векторних циклічних груп [9], створення алгоритмів обчислення ДСП на базі циклічних згорток [10], кодування даних у системах базису Галуа [11] та ефективного розв'язання інших задач, пов'язаних з використанням векторних інформаційних технологій.

### **Висновки і перспективи подальших наукових розвідок**

На відміну від традиційних систем кодування повідомлень, проектування інформаційних систем на основі використання векторних моделей, застосування яких ґрунтується на властивостях комбінаторних конфігурацій типу багатовимірних ідеальних кільцевих в'язанок (ІКВ), дає змогу підвищити якісні характеристики інформаційно-обчислювальних комплексів та методів опрацювання інформації за такими показниками, як швидкість пересилання та опрацювання даних у вигляді багатовимірних масивів з подоланням інформаційної та структурної надмірності систем, вдосконалити методи керування об'єктами в багатовимірному фазовому просторі за умов зашумленого середовища. Використання багатовимірних ІКВ-кодів для опрацювання векторних даних дозволяє розробляти оптимальні інформаційні технології на основі принципово нових систем перетворення форми інформації, у яких, на відміну від стандартних кодів з ваговими розрядами, позиціям коду присвоюються відповідні значення необхідної кількості наборів ознак, представлених у вигляді впорядкованих кортежів. Це дає змогу здійснювати кодування та пересилання однією кодовою комбінацією одночасно множини потрібної кількості ознак, яка відповідає параметрам обраного ІКВ-коду. При цьому відкривається перспектива створення принципово нових векторних інформаційних технологій з можливістю швидкісного опрацювання масивів даних без значного ускладнення апаратно-технічної бази та алгоритмічно-програмних засобів. Слід відзначити високий рівень захищеності інформації у вигляді векторних масивів даних, що пересилається каналами зв'язку, завдяки комбінаторній різноманітності та можливості численних ізоморфних перетворень ІКВ-кодів, кількість яких стрімко зростає зі збільшенням розрядності



векторних КВ-кодів. Як будь-який новий метод кодування, пропонуванний підхід до опрацювання інформації вимагає проведення глибших досліджень для того, щоб окреслити можливості його застосування в інформаційно-вимірювальній техніці, інформаційних технологіях, телекомунікації та інших галузях знань на шляху стрімкого науково-технічного прогресу.

1. Березюк Н. Т., Андрущенко А. Г., Моцицкий С. С. и др. Кодирование информации (двоичные коды). – Харьков: Вища школа, 1978, – 252 с. 2. Різник В. В. Синтез оптимальних комбінаторних систем. – Львів: Вища школа, 1989. – 168 с. 3. Холл М. Комбінаторика. — М.: Мир, 1970. – 470 с. 4. Удилов В. В. Представлень груп теорія / В. В.Удилов // Енциклопедія кібернетики. Том другий. Головна редакція УРЕ. – К., 1973. – С. 292. 5. Железнов М. А. Надмірність системи / М. А. Железнов // Енциклопедія кібернетики. Том другий. Головна редакція УРЕ. – К., 1973. – С. 133–135. 6. Rізnyk W. Application of the Golden Numerical Rings for Configure Acoustic Systems of Fine Resolution // ACTA PHYSICA POLONICA, Vol. 119. – Number 6-A, Warsaw, June 2011. – P. 1046–1049. 7. Різник В. В. Комбінаторна оптимізація систем на основі використання спряжених симетричних та асиметричних структур // Електротехнічні та комп'ютерні системи. – К., 2014. – № 13(89). – С. 40–45. 8. Rізnyk V. Advanced Engineering Based on the Perfect Combinatorial Configurations. – Int.Journal of Emerging Technology &Advanced Engineering, Vol. 1, Dec. 2001. – P. 124–126. 9. Rізnyk V. Vector Value Code Constructed from Multidimensional Combinatorial Configurations // CSIT'2014, 18–22 November 2014, Lviv. – P. 137. 10. Процько І. О. Алгоритм обчислення основних видів ДСП на базі циклічних згорток / І. О. Процько // Вісник Нац. ун-ту «Львівська політехніка». – 2012. – № 743: Інформаційні системи та мережі. – С. 140–151. 11. Гринчишин Т. М. Покращення ефективності формування сигнальних кодів на основі кодової послідовності Галуа / Т. М. Гринчишин // Вісник Нац. ун-ту «Львівська політехніка». – 2014. – № 783: Інформаційні системи та мережі. – С. 72–82.