

ПРОЕКТ ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ РОЗПІЗНАВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ВИРАЗІВ

© Верес О. М., Рішняк І. В., Цюп'як Т. О., 2018

У статті описано дослідження особливості методів та алгоритмів розпізнавання математичних виразів. Досліджено можливість одночасного виконання структурного аналізу та класифікації символів. Описано процес класифікації символів та побудови відповідної системи, що ґрунтується на методах машинного навчання. Розроблений ітеративний алгоритм реалізовано в проекті інтелектуальної інформаційної системи розпізнавання математичних виразів.

Ключові слова: аналіз, класифікація, класифікатор, символ, структура, математичний вираз, машинне навчання.

The article describes the research of the peculiarities of methods and algorithms for the recognition of mathematical expressions. The possibility of simultaneous execution of structural analysis and classification of characters is investigated. The process of classification of the symbols and construction of the corresponding system, based on methods of machine learning, is described. The developed iterative algorithm is implemented in the design of the intelligent information system for the recognition of mathematical expressions.

Key words: classification, classifier, symbol, structure, mathematical expression, machine learning.

Вступ. Загальна постановка проблеми

Комп'ютерний зір – вид діяльності, в якій для отримання даних застосовують статистичні методи та використовують моделі, які побудовані за допомогою геометрії, фізики і теорії навчання. Комп'ютерний зір застосовують досить широко в управлінні мобільними роботами, військових додатках, промислових засобах спостереження, а також у сфері взаємодії людина/комп'ютер, пошуку зображення в бібліотеках, аналізі медичних зображень та реалістичному передаванні змодельованих сцен у комп'ютерній графіці.

Особливість комп'ютерного зору – це отримання описів зі зображень або послідовності зображень. За допомогою невеликої кількості фотографій можна отримати хороші, прості, точні та зручні моделі.

Сьогодні комп'ютерний зір перебуває на піку свого розвитку. Швидкодія сучасних цифрових пристроїв та можливість паралельних обчислень надають можливість реалізації багатьох алгоритмів роботи з бібліотеками цифрових зображень. Таким чином, проводити серйозні дослідження та вирішувати повсякденні завдання (наприклад, упорядкувати колекцію фотографій, створити тривимірну модель навколишнього світу, керувати та вносити зміни в колекцію відеозаписів) тепер можна за допомогою методів комп'ютерного зору.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Оптичне розпізнавання символів (*optical character recognition*, OCR) – це механічне або електронне переведення зображень рукописного, машинописного або друкованого тексту в послідовність кодів, що використовуються для представлення в текстовому редакторі [1]. Розпізнавання широко використовується для конвертації книг і документів в електронний вигляд,

автоматизації систем обліку в бізнесі чи публікації тексту в Інтернеті. Розпізнаний текст може бути відредаговано, його зручно зберігати, виконувати пошук слів або фраз, демонструвати чи роздруковувати матеріал без втрати якості, аналізувати інформацію, а також застосовувати до тексту електронний переклад, форматування чи перетворення в мову. Оптичне розпізнавання зображень, що містять текст, є широко досліджуваною проблемою на стику галузі штучного інтелекту та комп'ютерного зору.

Сучасні програмно-апаратні системи дають змогу автоматизувати внесення великих обсягів даних у комп'ютер, використовуючи, наприклад, мережевий сканер та паралельне розпізнавання тексту на декількох комп'ютерах одночасно.

Найпопулярніші OCR-системи – ABBYY FineReader [2], SimpleOCR [3], FreeOCR [4], Microsoft Office Document Imaging [5] тощо. Для оцінки якості OCR-систем є різні критерії оцінки якості. Потік усіх операцій, що входять у процес оптичного розпізнавання, можна розділити на два етапи: це структурний аналіз (сегментація документа, класифікація регіонів) та розпізнавання тексту. Для кожного з етапів є власні способи оцінки якості: оцінка результатів структурного аналізу документа; оцінка результатів розпізнавання за еталонами; оцінка результатів розпізнавання без еталонів. Найскладнішими проблемами, які пов'язані з розпізнаванням рукописних та друкованих символів [6, 7] є: різновид форм та способів подання символів; викривлення зображень символів; варіації розмірів та масштабу символів.

Огляд методів розпізнавання математичних виразів

Деякі методи розпізнавання ґрунтуються тільки на просторових міркуваннях, таких як базові лінії [8–15]. Інші методи використовують системи на основі правил та аналізують вираз для його інтерпретації [16–18]. У декількох алгоритмах враховуються знання про математичні символи й оператори та їхні просторові властивості [19–33].

У роботах Заніббі аналізуються базові лінії, що наявні у виразах [8]. Зокрема розглядають домінуючу базову лінію, яка є лінією, де буде написано вираз i , наприклад, вкладені базові лінії, що відповідають індексам. Під час першого кроку будується дерево на основі цих базових ліній. Також використовуються знання про властивості математичних позначень для деяких перетворень дерев. Отримане дерево представляє зміст рівняння. Для побудови дерева структур базових ліній потрібно розпізнавати окремі символи. Визначаються класи символів (верхні (наприклад, “d”, “b”), нижні (як-от “y”, “p”), зі змінним діапазоном (наприклад, Σ , \cup) тощо), які дають змогу визначити області навколо символу [9]. У подальших дослідженнях Заніббі покращено розпізнавання індексів та верхніх індексів, використовуючи нечіткі регіони [10]. Це мотивувалося тим фактом, що більшість двозначностей у рукописних математичних виразах належать до варіантів індекс/лінія і лінія/верхній індекс. Окрім того, використання нечіткої логіки дає змогу повертати ранжируваний список інтерпретацій.

Метод онлайн-розпізнавання, що запропонований Т. Сузукі [11, 12], виконується в чотири етапи: розпізнавання штрихів, розпізнавання структури, розпізнавання символів та розпізнавання індексів/верхніх індексів. Після аналізу базової лінії спочатку розпізнають домінуючі символи, такі як Σ або дробові лінії, що називаються батьківськими символами, та ідентифікують дочірні блоки, в яких повинні бути знайдені аргументи. Потім інша частина структури розпізнається з використанням обмежувальних прямокутників та вертикальних розташувань символів.

Г. Лі використовує процедурно-орієнтований алгоритм [13]. Після розпізнавання символів вилучаються оператори, такі як Σ , і вони групуються з навколишніми символами, відповідно до просторових властивостей оператора. Чанг спочатку ідентифікує оператори та будує деревоподібне представлення [14]. Для правильного розуміння виразу використовують пріоритет оператора. Б. Чаудхурі застосовує підхід у три етапи [15]. Система спочатку виявляє математичний вираз у документі, а потім починається розпізнавання символів. Е. Тапія та Р. Рохас спочатку отримують базові лінії, як Р. Заніббі, та рекурсивно будують мінімальне дерево, в якому кожен вузол є

символом [9, 16]. Сянвей також використовує домінування символу та мінімальне дерево, але виконує подальший аналіз розташувань символів, щоб точніше будувати групи символів [17]. М. Га використовує комбіновану стратегію для аналізу структури. Крім аналізу базової лінії, запропонованого Р. Заніббі, використовуючи граф для подання виразу, вони будують мінімальне кістякове дерево, як Е. Тапія та Р. Рохас [8, 16, 18]. Потім виконують синтаксичний та семантичний аналіз, використовуючи правила, що ґрунтуються на особливостях оператора. М. Сузукі використовує мережу віртуальних посилань [19]. Т. Рей та Ж. Кім представили метод для проведення ефективного пошуку для розпізнавання структурного аналізу [20]. Е. Міллер і Р. Віола зберігають двозначність під час етапу розпізнавання символів [21]. Потім вони обчислюють ймовірність кожного символу належати певному класу (мала літера, цифра, двійковий оператор тощо), а також ймовірність бути індексом, верхнім індексом або лінійним виразом відповідно до розпізнавання символів і деякими властивостями розташування. Й. Чен виконує і розпізнавання, і розуміння формули [22]. К. Тіан пропонує систему на основі правил для корекції помилок символів і структури [23]. С. Лавіротта і Г. Поттер зосереджуються на синтаксичному аналізі і використовують контекстно-залежні правила граматики [25]. А. Аваль спробував для рукописних виразів одночасно оптимізувати сегментування та розпізнавання символів і структури [26]. З. Ванг і К. Форе не використовують жодної інформації про символ. Відповідно до відносної висоти двох символів, вони будують розподіл ймовірностей для зв'язків (індекс/рядок/верхній індекс) між символами відповідно до їхнього відносного вертикального розташування [27]. Вони також досліджували сегментації рукописних форм, що ґрунтуються на людському візуальному сприйнятті математичного виразу. Г. Вінклер застосував чотиріступеневий підхід для ідентифікації символів [28]. Р. В. Генуе зі співавторами розробили онлайн-систему з використанням нечіткого підходу [29]. Алі для правильного розпізнавання індексів і надбудов використовує нормалізовані обмежувальні прямокутники як головну особливість символу [30].

Невирішені раніше частини загальної проблеми. Наявні OCR-системи є хорошими та якісними продуктами у своїй галузі застосування. Проте специфіка розпізнавання математичних виразів вимагає більш спеціалізованого програмного забезпечення.

Розпізнавання символів виконується класичними методами OCR, наприклад, за допомогою методів опорних векторів, збігу з шаблонами. Переважно аналізують за допомогою геометричних міркувань, що ґрунтуються на неявних правилах або граматичних правилах. Невизначеність у математичних виразах, особливо в рукописних, є загальноприйнята. Це може бути невизначеність щодо значення символу або структури. Незважаючи на те, що штучний інтелект застосовується в розпізнаванні структури за допомогою нечіткої логіки або алгоритмів пошуку, машинне навчання недостатньо використовується в аналізі структури. Розвиток науки породжує нові математичні позначення. Вони можуть не ідентифікуватися та порушити структурний аналіз. Виникає потреба у ґрунтовнішому застосуванні методів машинного навчання для розпізнавання математичних виразів.

Цілі (завдання) статті

Для розпізнавання математичних виразів треба дослідити можливість одночасного проведення структурного аналізу та класифікацію символів, використовуючи мало знань про синтаксис математичного виразу. Необхідно побудувати алгоритм для розробки максимально гнучкої системи, яка враховуватиме еволюцію математичних позначень та зміну стилю написання. Для цього застосовуємо машинне навчання, яке дасть змогу повертати м'яку інтерпретацію зі значеннями ймовірності. Мета полягає в тому, щоб відокремити розпізнавання структури, що є ядром розпізнавання математичного виразу, від ідентифікації символів. Класифікація символів обмежує їхню ідентифікацію. Треба забезпечити швидке розпізнавання структури.

Метою дослідження є розробити проект інтелектуальної системи розпізнавання математичних виразів, що ґрунтується на методах машинного навчання, де класифікація символів та

аналіз структури є окремими завданнями. Розроблювана інтелектуальна система має розпізнавати математичні вирази на двовимірних двійкових зображеннях та подавати їх у форматі Latex.

Особливості методів і технологій розпізнавання математичних виразів

Математичні вирази можуть бути представлені у форматі, який людина легко читає, або у вигляді двовимірної графіки. Також вони можуть бути подані для використання комп'ютерами. Представлення може відрізнятися від зворотного польського запису, що використовується в кишенькових калькуляторах 1980-х років, до деревоподібних структур у деяких символічних обчислювальних системах.

Треба створити метод для розпізнавання, вхідними даними якого є зображення *рукописного математичного виразу*. Для системи розпізнавання математичних виразів працюватимемо з графічним представленням. Це створює деякі проблеми, такі як розуміння відношень між символами. В них є структура, яка використовується для математичної комунікації між людьми, без участі комп'ютерів. Математичний вираз – це не просто довільно розміщені символи. Вони мають добре організовану структуру, яка підпорядковується правилам системи математичних позначень. Розташування двох символів один до одного передає певний сенс.

Діапазон символів і правил, які використовуються для написання математичних виразів, не є фіксованим. *Контекст символу* – інформація про сам символ (наприклад, обмежувальний прямокутник, клас символу), а також про його батьківський та дочірній символи.

Зосередимося на математичних виразах із обмеженою складністю:

- *нульовий порядок*: це лише одновимірна послідовність символів;
- *перший порядок*: вираз, який містить один рівень вкладених структур;
- *n-й порядок*: вирази, в яких вкладені структури мають порядок $n-1$.

Потрібно не лише розпізнавати структуру, але також спробувати знайти класи символів, використовуючи цю структуру (рис.1).

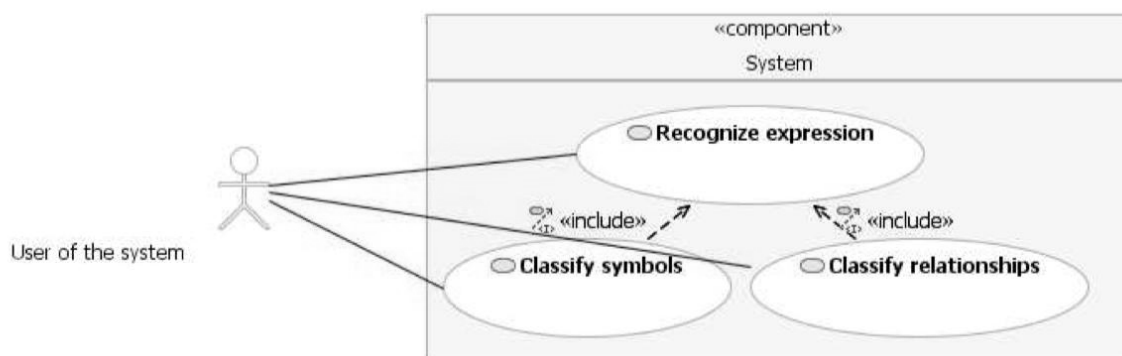


Рис. 1. Діаграма прецедентів системи

Під час розпізнавання змінюється формат даних. На вході ми отримуємо двійкове зображення, а на виході повинні отримати інтерпретацію виразу. Як вхід системи обрано *бінарні (двійкове) зображення*. Алгоритм *сегментації* зчитує зображення та отримує з нього пов'язані компоненти. Зі знайдених компонентів зберігаємо тільки обмежувальні прямокутники. Список обмежувальних прямокутників використовується для створення представлення виразу, який є *списком символів*.

Сутність “*символ*” представляє символ без контексту. Сутність “*контекст*” – символ з його контекстом. Сутність “*вираз*” складається зі списку символів. Створення виразу створює об'єкт “*символ*” для кожного обмежувального прямокутника в списку та створює “*контекст*” для кожного символу. Всі контексти зберігаються в списку, який є “*виразом*”.

Щоб знайти зв'язок між символами та визначити класи символів, виконується *класифікація*. Класифікація символів здебільшого розглядає два види ознак. Перший – це інформація лише про символ, незалежно від його контексту. Це характеристики обмежувальних прямокутників. Другий – це контекст символу. Використовуємо кілька технологій машинного навчання. Байсове виведення здійснює грубу класифікацію. Класифікація з використанням контексту обробляється штучними

нейронними мережами. Різні класифікатори працюють окремо, але використовуються разом. Вони пов'язані для того, щоб повернути оптимальний результат.

Класифікатор символів – класифікує символи в один зі чотирьох класів: “малий”, “низхідний”, “зростаючий”, “змінний діапазон”. Розглядаються тільки обмежувальні прямокутники та повертається значення ймовірності відповідності символу кожному класу. Для класифікації символів розглядається їхній контекст.

Будемо використовувати систему, що складається з декількох класифікаторів (рис. 2).

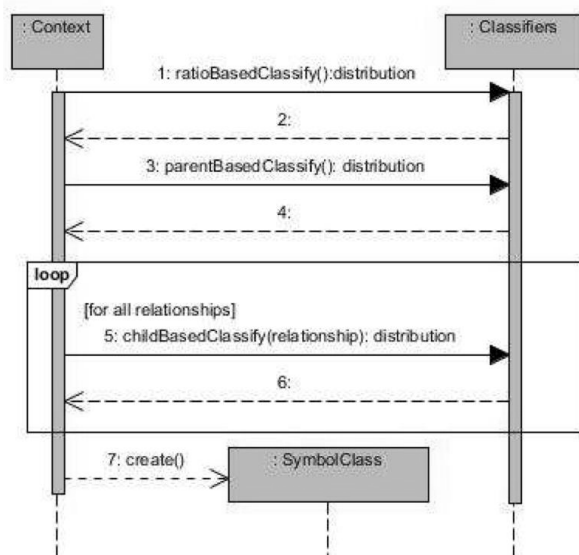


Рис. 2. Діаграма послідовностей класифікатора символів

Обрана система є мультикласифікатором, що може бути адаптований до кожного символу, з огляду на його контекст. Кожен класифікатор повертає набір значень ймовірності, які потім об'єднуються. *Класифікатор на основі дочірніх елементів*. Класифікатор зроблений із п'яти нейронних мереж, по одній для кожного дочірнього елемента. Чотири входи кожного класифікатора: клас дочірнього елемента; відносно вертикальне положення; відносно горизонтальне положення; розмір відносно батьківського елемента. *Класифікатор на основі батьківських елементів* розглядає положення та розмір символу відносно батьківського. Він також враховує клас батьківського елемента та тип зв'язку (наприклад, індекс). Класифікатор також є нейронною мережею. *Класифікатор на основі співвідношення* дає змогу класифікувати символ незалежно від його контексту, використовуючи тільки інформацію про обмежувальний прямокутник. Для грубої класифікації символу використовують систему Байєсового виведення.

Класифікатор відношень – визначає, яким є найімовірніший зв'язок між двома символами. Повертаємо значення ймовірності для кожного класу. Компонентами класифікатора є нейронна мережа, нечіткі області та нечіткі базові лінії. Класифікатор складається з трьох незалежних частин, кожна з яких дає значення ймовірності зв'язку. Результати об'єднуються, щоб дати остаточну відповідь, яку потім можна порівняти з межами. Центральна частина – *нейронна мережа (Neural Network)*. Вона навчена набором даних для ефективного розпізнавання зв'язків між двома заданими символами. Мета системи *нечіткі регіони (Fuzzy Regions)* – допомогти нейронній мережі класифікувати відношення, а також вказати, коли символи не мають зв'язків. Оскільки ми створюємо гнучке рішення, то обробляємо можливу зміну лінії письма, розглядаючи *нечіткі базові лінії (Fuzzy Baseline)*.

Проект інтелектуальної системи розпізнавання математичних виразів

Для реалізації проекту обрано об'єктно-орієнтований підхід [33]. Інтелектуальну інформаційну систему можна поділити на такі структурні компоненти:

- основну частину, що представляє вираз і виконує класифікацію,

- частину введення/виведення, щоб уникнути повторення одних і тих самих речей,
- графічний інтерфейс користувача.

У прототипі дослідної реалізації інтелектуальної системи використовуються фреймворки (*Weka* і *JLatexMath*) і база даних, яка реалізована за допомогою MS Access. Розроблена система поділена на кілька пакетів (рис. 3).

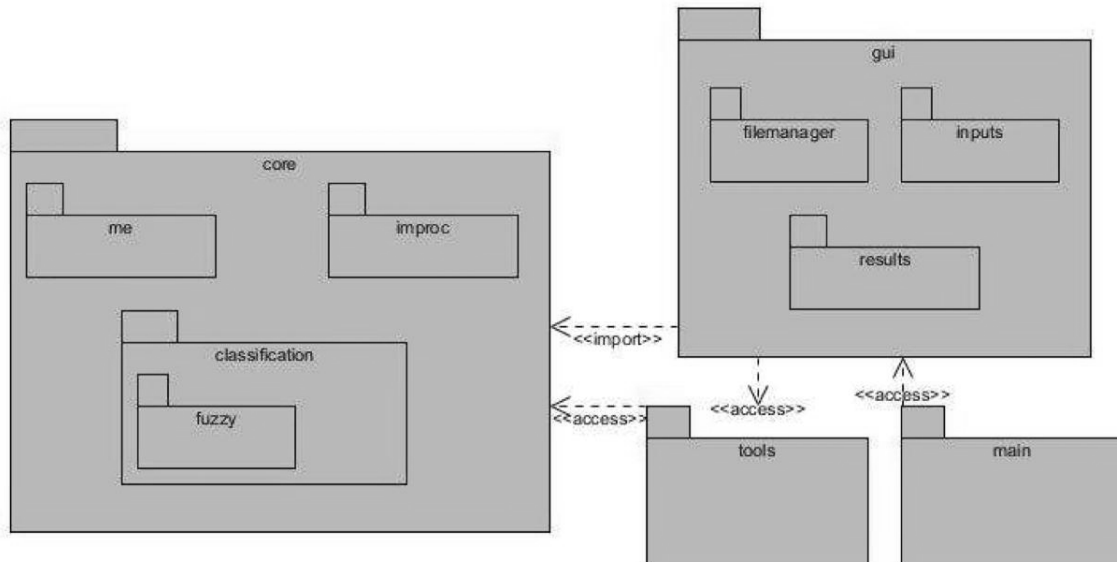


Рис. 3. Діаграма пакетів

Графічний інтерфейс користувача – важливий інструмент системи. Використання графічного інтерфейсу робить використання системи та візуалізацію результатів простішими та більш інтуїтивними.

Класи, що реалізують графічний інтерфейс, знаходяться в пакунку “gui” і побудовані за допомогою веб-технологій (рис. 4).

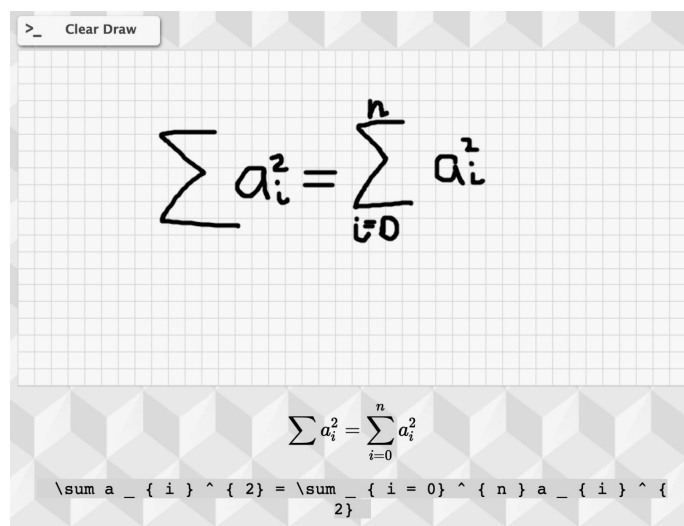


Рис. 4. Графічний інтерфейс користувача

Об’єкт класу *DrawView* дає змогу користувачеві намалювати (написати вручну) математичний вираз. Об’єкт класу *ResultImageView* використовується для відображення математичного виразу у вигляді двовимірного зображення. Об’єкт класу *ResultView* – це блок, що містить область тексту, яка дає змогу відображати результати у форматі Latex та повідомлення.

Щоразу символ є батьківським, створена базова структура додається в стек останніх символів. Цей стек містить об'єкти *BaselineStructure*, а не об'єкти контексту, щоб спростити оновлення всієї структури під час процесу розпізнавання.

Проведено тестування роботи системи на повній множині завдань. Результати аналізу показали, що просте розпізнавання структури може допомогти класифікувати символи. Символи можуть бути правильно класифіковані за наявності достатнього контексту. У випадку неправильної класифікації символу визначено, що значення ймовірності для правильного класу також було досить високим. Розпізнавання структури було швидким і відповідало вимогам. Загальний аналіз проведених тестів підтвердив, що методи машинного навчання дають змогу розпізнати структуру, порівнюючи символи по два.

Висновки

У роботі проведено аналіз наявних методів і підходів до розпізнавання математичних виразів. Досліджено можливість одночасного виконання структурного аналізу та класифікації символів, використовуючи мало знань про синтаксис математичного виразу. Запропонований підхід ґрунтується на взаємному обмеженні між символами та структурою. Знання значення символу допомагає проаналізувати структуру, але структура може допомогти усунути неоднозначність при розпізнаванні символу.

Замість визначення символів ми класифікуємо їх. Класифікація може бути виконана за допомогою обмежувальних прямокутників символів та лише структури виразу. Розроблено ітеративний алгоритм для використання взаємних обмежень між структурою і типом символів. Хоча класифікація символів полягає в класифікації кожного символу окремо, розпізнавання структури є більш комплексним завданням. Повинні бути знайдені та ідентифіковані зв'язки між символами. Реалізовано однопрохідний алгоритм, який містить пошук із поверненням, що забезпечило швидке розпізнавання структури.

Розпізнавання виразів повертає значення ймовірності для кожного символу та зв'язку, а не чітке тлумачення виразу. Представлення результатів за допомогою значень ймовірності дає змогу легко використовувати систему як частину більшої, що виконує все розпізнавання. Ці значення ймовірності також використовуються для визначення оцінок, які дають уявлення про те, наскільки хорошою є запропонована система. Реалізовано гнучкий, адаптивний метод, який повертає значення ймовірності, а не чітку відповідь. Використано комбінацію нейронних мереж для класифікації зв'язків між двома символами та оцінки на основі нечітких базових ліній і нечітких областей навколо символу.

Проект інтелектуальної системи реалізує ітеративний алгоритм, що ґрунтується на методах машинного навчання. Створено графічний інтерфейс користувача, який дає змогу швидко та просто використовувати систему розпізнавання виразів.

Подальші роботи будуть присвячені вдосконаленню прототипу програмного забезпечення інформаційної системи та розробленню інтелектуальної складової для ефективного розпізнавання математичних виразів.

1. *Оптичне розпізнавання символів [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу: <https://uk.wikipedia.org/wiki/>*
2. *ABBYY FineReader 14 [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу: <http://www.abbyy.ua/ua/>.*
3. *SimpleOCR [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://www.simpleocr.com/>.*
4. *Free OCR Software [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу: <http://www.paperfile.net/>.*
5. *Microsoft Office Document Imaging [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу: https://ru.wikipedia.org/wiki/Microsoft_Office_Document_Imaging.*
6. *Antonacopoulos A. Competition on Historical Book Recognition / A. Antonacopoulos, C. Clausner, C. Papadopoulos, S. Pletschacher // 12th International Conference on Document Analysis and Recognition. – 2013. – No. 12. – С. 1459–1463.*
7. *Потапов А. С. Распознавание образов и машинное восприятие / А. С. Потапов. – Санкт-Петербург: Издательство "Политехника", 2007. – 548 с.*
8. *Zanibbi R. Recognizing mathematical expressions using tree transformation / R. Zanibbi, D. Blostein, J. Cordy // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 2002. – No. 24. – С. 1455–1467.*
9. *Tapia E. Recognition of on-line handwritten mathematical formulas in the e-chalk system / E. Tapia,*

R. Rojas // *Seventh International Conference on Document Analysis and Recognition*. – 2003. – No. 7. – C. 980–984. 10. Zhang L. Using fuzzy logic to analyze superscript and subscript relations in handwritten mathematical expressions / L. Zhang, D. Blostein, Zanibbi R. // *Eighth International Conference on Document Analysis and Recognition*. – 2005. – No. 8. – C. 972–976. 11. Suzuki T. Using fuzzy logic to analyze superscript and subscript relations in handwritten mathematical expressions / T. Suzuki, S. Aoshima, K. Mori, Y. Suenaga // *Eighth International Conference on Pattern Recognition*. – 2000. – No. 25. – C. 515–518. 12. Toyozumi K. A system for real-time recognition of handwritten mathematical formulas / K. Toyozumi, T. Suzuki, K. Mori, Y. Suenaga // *Sixth International Conference on Document Analysis and Recognition*. – 2001. – No. 6. – C. 1059–1063. 13. Lee H. Understanding mathematical expressions using procedure-oriented transformation / H. Lee, M. Lee // *Pattern Recognition*. – 1994. – No. 3. – C. 447–457. 14. Chang S. A method for the structural analysis of two-dimensional mathematical expressions / S. Chang // *Information Sciences*. – 1970. – No. 3. – C. 253–272. 15. Chaudhuri B. An approach for recognition and interpretation of mathematical expressions in printed document / B. Chaudhuri, U. Garain // *Pattern Analysis and Applications*. – 2000. – No. 2. – C. 120–131. 16. Tapia E. Recognition of on-line handwritten mathematical expressions using a minimum spanning tree construction and symbol dominance / E. Tapia, R. Rojas // *Graphics Recognition Algorithms and Applications*. – 2004. – (Lecture Notes in Computer Science). – C. 329–340. 17. Xiangwei Q. The study of structure analysis strategy in handwritten recognition of general mathematical expression / Q. Xiangwei, P. Weimin, Y. Sup, W. Yang // *International Forum on Information Technology and Applications*. – 2009. – No. 2. – C. 101–107. 18. Ha M. Structural analysis of printed mathematical expressions based on combined strategy / M. Ha, X. Tian, N. Li // *International Conference on Machine Learning and Cybernetics*. – 2006. – C. 2254–3358. 19. Y. Eto and M. Suzuki. Mathematical formula recognition using virtual link network / Y. Eto, M. Suzuki // *6th International Conference on Document Analysis and Recognition*. – 2001. – C. 762–767. 20. Rhee T. Efficient search strategy in structural analysis for handwritten mathematical expression recognition / T. Rhee, J. Kim // *Pattern Recognition*. – 2009. – No. 12. – C. 3192–3201. 21. Miller E. Ambiguity and constraint in mathematical expression recognition / E. Miller, P. Viola // *Fifteenth National Conference on Artificial Intelligence. Tenth Conference on Innovative Applications of Artificial Intelligence*. – 1998. – C. 784–791. 22. Chen Y. Fundamental study on structural understanding of mathematical expressions / Y. Chen, T. Shimizu, M. Okada // *Systems, Man, and Cybernetics*. – 1999. – C. 910–914. 23. Tian X. Structural analysis of printed mathematical expression / X. Tian, S. Wang, X. Liu // *International Conference on Computational Intelligence and Security*. – 2007. – C. 1030–1034. 24. Garcia P. Using a generic document recognition method for mathematical formulae recognition / P. Garcia, B. Coüason // *Graphics Recognition Algorithms and Applications*. – 2001. – (Lecture Notes in Computer Science). – C. 236–244. 25. Laviotte S. Optical formula recognition / S. Laviotte // *4th International Conference on Document Analysis and Recognition*. – 1997. – C. 357–361. 26. Awal A. Towards handwritten mathematical expression recognition / A. Awal, H. Mouchere, C. Viard-Gaudin // *10th International Conference on Document Analysis and Recognition*. – 2009. – C. 1046–1050. 27. Wang Z. Automatic perception of the structure of handwritten mathematical expressions / Z. Wang, C. Faure // *In Computer Processing of Handwriting*. – 1990. – C. 337–361. 28. Winkler H. A soft-decision approach for structural analysis of handwritten mathematical expressions / H. Winkler, H. Fahrner, M. Lang // *International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. – 1995. – C. 2459–2462. 29. Genoe R. An online fuzzy approach to the structural analysis of handwritten mathematical expressions / R. Genoe, J. Fitzgerald, T. Kechadi // *IEEE International Conference on Fuzzy Systems* – 2006. – C. 244–250. 30. Aly W. Identifying subscripts and superscripts in mathematical documents. / W. Aly, S. Uchida, M. Suzuki // *Mathematics in Computer Science*. – 2008. – C. 195–209. 31. Верес О. М. Вибір методів для пошуку однакових або схожих зображень / Верес О. М., Кісь Я. П., Кугівчак В. А., Рішняк І. В. // *Інформаційні системи та мережі: [зб. наук. пр.] / відп. ред. В.В. Пасічник*. – Львів: Вид-во Львів. політехніки, 2018. – С. 43–50. – (Вісник Нац. ун-ту “Львів. політехніка”; № 887). 32. Veres O., Rusyn B., Sachenko A., Rishnyak I. Choosing the method of finding similar images in the reverse search system // *CEUR Workshop Proceedings*. – 2018. – Vol. 2136: proceedings of the 2nd International conference on computational linguistics and intelligent systems. Lviv, Ukraine, June 25–27, 2018. Vol. 1. – P. 99–107. 33. Гамма Э. Приемы объектно-ориентированного проектирования. Паттерны проектирования. СПб.: Изд-во “Питер”, 2007. – 366 с.