

Я. Драган, В. Никитюк, Л. Хвостівська  
Тернопільський національний технічний університет ім. І. Пулюя,  
кафедра біотехнічних систем

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ФОТОЕЛЕКТРИЧНОГО СИГНАЛУ ПОЛІМЕРИЗАЦІЇ СТОМАТОЛОГІЧНОГО МАТЕРІАЛУ У ВИГЛЯДІ ІМПУЛЬСНОГО ПЕРІОДИЧНОГО КОРЕЛЬОВАНОГО ВИПАДКОВОГО ПРОЦЕСУ

© Драган Я., Никитюк В., Хвостівська Л., 2013

Обґрунтовано застосування енергетичної теорії стохастичних сигналів для вибору математичної моделі фотоелектричного сигналу полімеризації стоматологічного матеріалу у вигляді імпульсного періодично корельованого випадкового процесу.

**Ключові слова:** стоматологічний матеріал, полімеризація, фотоелектричний сигнал, математична модель, імпульсний періодично корельований випадковий процес.

Stochastic energy signals theory is used to the choice of a photoelectric signal polymerization of dental materials mathematical model in the pulse periodically correlated random process form.

**Key words:** dental material, polymerization, photoelectric signal, mathematical model, pulsed periodically correlated random process.

### Вступ

У сучасній стоматології значного поширення набули композитні (стоматологічні) матеріали, які використовуються для усунення дефектів емалі зуба, процес полімеризації яких здійснюється під дією ультрафіолетового (УФ) випромінювання. Домінантною експлуатаційною характеристикою цих матеріалів є міцність, оскільки саме від цього показника залежить експлуатаційна надійність та довговічність матеріалу.

Для визначення міцності стоматологічних матеріалів використовують методи, що відповідають ГОСТ Р51202-98 “Материалы стоматологические полимерные восстановительные. Технические требования. Методы испытаний” [1] (згин, діаметральний розрив тощо) (табл. 1), які негативно впливають на структуру композитних матеріалів (руйнування), що не уможливило подальшого використання їх у стоматології.

Таблиця 1

### Методи оцінювання фізико-механічних властивостей стоматологічного матеріалу за ГОСТ Р51202-98

№	Метод оцінювання	Інвазивність
1	Згин	+
2	Діаметральний розрив	+
3	Затвердіння	+
4	Водорозчинення	+
5	Ренгеноконтраст	+

Тому актуальною науковою задачею є розроблення нового методу визначення міцності стоматологічного матеріалу (неінвазивного) за фотоелектричним сигналом полімеризації стоматологічного матеріалу на основі адекватної математичної моделі.

## Механізм утворення фотоелектричного сигналу полімеризації стоматологічного матеріалу

Для відбору фотоелектричного сигналу полімеризації матеріалу проведено експеримент, структурну схему якого зображено на рис. 1.

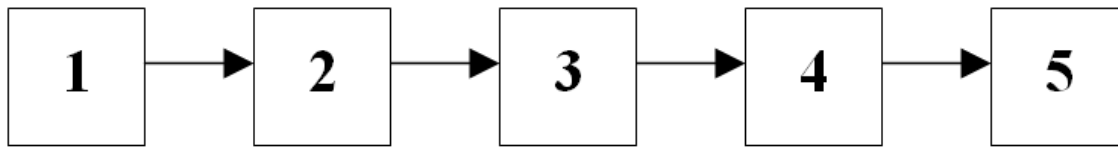


Рис.1. Структурна схема експерименту для відбору фотоелектричного сигналу:  
1 – джерело УФ випромінювання; 2 – зразок матеріалу;  
3 – вимірювальний перетворювач; 4 – цифровий осцилограф; 5 – комп’ютер

Відповідно до рис. 1, зразок матеріалу опромінюється УФ випромінюванням, відбите світло вимірювальний перетворювач перетворює на електричний сигнал (фотоелектричний сигнал), який реєструє та оцифровує цифровий осцилограф. Оцифрований сигнал подається на комп’ютер, де і відбувається його опрацювання.

На рис. 2 зображено вигляд одного імпульсу фотоелектричного сигналу полімеризації матеріалу, який зареєстровано за допомогою структурної схеми (рис. 1).

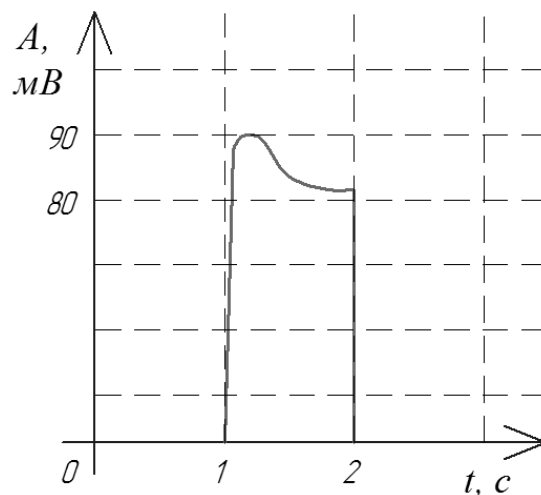


Рис. 2. Реалізація одного імпульсу фотоелектричного сигналу полімеризації матеріалу

Максимальне амплітудне значення фотоелектричного сигналу – близько 90 мВ. У сигналі наявна постійна складова, спричинена частиною світлового потоку, відбитою від поверхні матеріалу, з інтенсивністю  $I_1$ . Імпульс містить три основні півхвилі –  $A$ ,  $B$  та  $C$ . Розглянемо їх фізичний зміст. На рис. 3 зображено вигляд імпульсу з виділеними півхвилями.

На рис. 3, *а* цифрою 1 зі стрілкою показано вертикальну лінію, що є фронтом імпульсу пуску лампи фотополімеризатора. Жирною лінією показано півхвилю  $A$ , що є переднім фронтом імпульсу фотоелектричного сигналу. Він є дещо похилим і характеризує перехідний процес виходу лампи на усталений режим роботи. Відрізок часу  $t_1-t_2$  характеризує час перехідного процесу запалювання лампи фотополімеризатора.

На рис. 3, *б* показано вигляд півхвилі  $B$ . У разі потрапляння на неполімеризований шар матеріалу світла від фотополімеризатора розпочинається процес полімеризації цього шару. Однак цей процес є інерційним і проходить за логарифмічним законом. Півхвиля  $B$  відображає саме

перехідний процес процесу полімеризації, однак, оскільки інтенсивність світлового потоку  $I_2$  обернено пропорційна до процесу полімеризації, вигляд півхвилі В також є оберненим до вигляду логарифмічного закону. Часовий інтервал  $t_2-t_3$  характеризує час перехідного процесу.

На рис. 3, в зображено вигляд півхвилі С. Після завершення перехідного процесу починається власне процес полімеризації, який і відображає півхвиля С. Його тривалість показує часовий інтервал  $t_3-t_4$ .

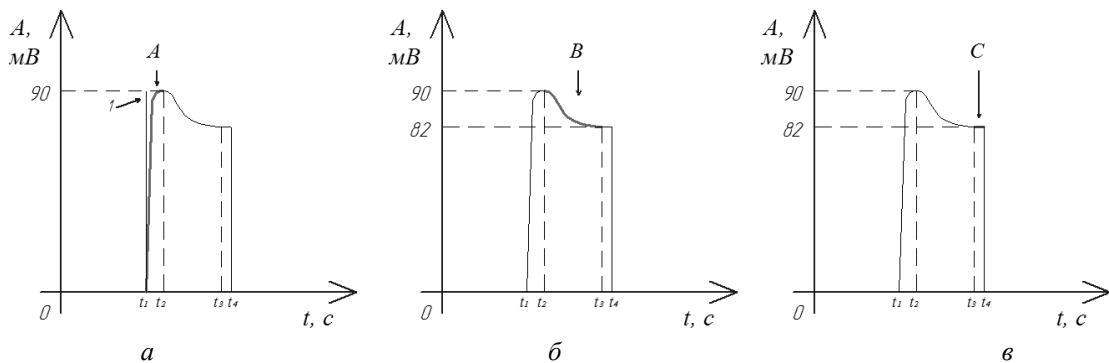


Рис. 3. Структура імпульсу фотоелектричного сигналу:  
а – півхвиля А; б – півхвиля В; в – півхвиля С

Відповідно до методики реєстрації сигналу фотоелектричний сигнал є результатом відбиття від того самого стоматологічного матеріалу серії УФ спалахів, тому ці імпульси (рис. 1) зображено на одній осі часу у вигляді ансамблю як періодичне його продовження (рис. 4), що дає можливість побачити залежність зміни у часі відбиття сигналу від спалаху до спалаху.

На рис. 4 зображено реалізацію імпульсів фотоелектричного сигналу полімеризації на одній осі часу за часової періодичності спалахів тривалістю 1 с.

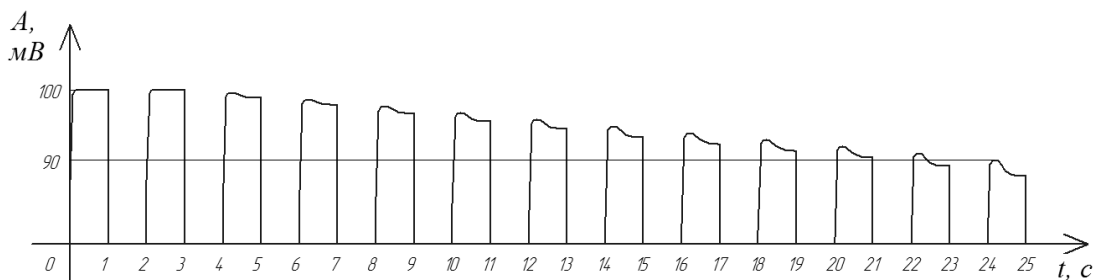


Рис. 4. Реалізація імпульсів фотоелектричного сигналу полімеризації на одній осі часу за часової періодичності спалахів тривалістю 1 с [2]

Фотоелектричний сигнал, як сукупність імпульсів, враховує періодичність спалахів, яка забезпечує однаковість фаз процесу породження сигналу через інтервал часу, що дорівнює фіксованому періодові УФ спалаху.

Оскільки під час реєстрації проведених досліджень УФ спалахи подаються періодично із заданим періодом  $T_{СПАЛ}$  та тривалостями, сигнал відбиття від стоматологічного матеріалу також міститиме періодичність властивостей із тим самим періодом.

Враховуючи такий механізм формування, фотоелектричний сигнал подано як множину імпульсів, зсунутих у часі один відносно одного на сталий період  $T = T_{СПАЛ}$  у вигляді:

$$x(t) = \sum_{k \in Z} c_{D_k}(t) x_{\text{імпульс}_k}(t - kT), \quad t \in R, \quad (1)$$

Де  $c_{D_k}(t) = \begin{cases} 1, \text{ якщо } t \in D_k \\ 0, \text{ якщо } t \notin D_k \end{cases}$  – індикаторна функція множини  $D_k$ ;  $D_k = [kT, (k+1)T)$  – часовий діапазон тривалості k-го відгуку  $x_{\text{імпульс}_k}(t), t \in [0, T)$ ;  $T$  – тривалість одного імпульсу фотоелектричного сигналу.

Зображення ансамблю фотоелектричного сигналу у вигляді його періодичного продовження враховує у своїй структурі поєднання властивостей періодичності зі стохастичністю, і тим самим дає змогу врахувати статистичні взаємозв'язки між різними імпульсами відбиття від стоматологічного матеріалу тієї самої серії спостережень, що неможливо в разі традиційного подання однотипної серії реакцій у вигляді ансамблю реалізацій.

У результаті аналізу структури фотоелектричного сигналу полімеризації (рис. 4) та природи породження окремих його імпульсів (рис. 2–3) встановлено, що у структурі адекватної математичної моделі такого виду сигналу має враховуватись властивість періодичності (задається періодичністю УФ спалахів) та стохастичності (вплив зовнішніх (зовнішнє освітлення, температура, вологість повітря) та внутрішніх (якість матеріалу, його склад, товщина тощо) факторів).

У термінах енергетичної теорії стохастичних сигналів такі властивості враховує математична модель у вигляді періодично корельованого випадкового процесу (ПКВП), яка має засоби вираження як пов'язаності гармонічних складових, так і зміни ймовірнісних характеристик [3].

Ця теорія також моделює періодично корельований випадковий процес класу  $p^T$ , тобто за означенням це процес, кореляційна функція якого задовольняє умови  $r_x(t+T, s+T) = r_x(t, s)$ ,  $T > 0$  для всіх  $t, s \in \mathbf{R}$  та  $M_t(r(t, t)) < \infty$  [3].

Розглядаючи відбиття від стоматологічного матеріалу кожного спалаху як реалізації ПКВП на часових інтервалах  $[kT, (k+1)T)$ , можна сукупність (множину) їх трактувати як реалізацію подання ПКВП через трансляційні компоненти:

$$x(t) = \sum_{p \in Z} \sum_{k \in N} a_k(p) \Phi_k(t - pT), \quad (2)$$

де  $a(p) = [a_k(p)]_{k \in N}$ ,  $p \in Z$  – векторна стаціонарна послідовність;  $\{\Phi_p(t), p \in N, t \in [pT, (p+1)T)\}$  – трансляційний базис у функційному просторі  $L^2(0, T)$ ;  $\{a(n), n \in Z\}$  – послідовність трансляційних стаціонарних компонент.

Зображення (2) адекватне імпульсним форматам сигналів і ефективно для моделювання фотоелектричного сигналу полімеризації стоматологічного матеріалу у вигляді імпульсного ПКВП.

### Висновки

Враховуючи результати аналізу та механізм утворення фотоелектричного сигналу полімеризації стоматологічного матеріалу (подання у вигляді ансамблю, як періодичне його продовження), обґрунтовано вибір його математичної моделі у вигляді імпульсного періодично корельованого випадкового процесу.

1. ГОСТ Р51202-98 “Материалы стоматологические полимерные восстановительные. Технические требования. Методы испытаний” 2. Никитюк В.В. Метод комп'ютерного оцінювання міцності стоматологічного матеріалу за фотоелектричним сигналом / В.В. Никитюк, Л.Є. Дедів, М.О. Хвостівський // Вісник Сумського державного університету. Технічні науки. – Суми : Видавництво СумДУ, 2012. – № 3. – 182 с. 3. Драган Я.П. Енергетична теорія лінійних моделей стохастичних сигналів: монографія / Я. П. Драган. – Львів : Центр стратегічних досліджень екобіотехнічних систем, 1997. – XVI+333 с.