

управління: удосконалення та розвиток. – 2009. – № 3. – Режим доступу : <http://www.dy.nauka.com.ua/index.php?operation=1&iid=49>. 3. Кандзюба С. Інтеграція баз даних як чинник підвищення достовірності інформації в органах державного управління та місцевого самоврядування / С. Кандзюба, А. Духонченко // Державне управління та місцеве самоврядування. – 2010. – Вип. 3 (6). – Режим доступу: http://www.nbuv.gov.ua/portal/soc_gum/Dums/2010_3/10kspims.pdf. 4. Антонова О.В. Інформаційно-аналітична сфера державно-управлінської діяльності на місцевому рівні: структура та функції / О. В. Антонова, В. М. Дрешпак // Державне управління: теорія та практика. – 2007. – № 1 (5). – Режим доступу : <http://nbuv.gov.ua/e-journals/Dutp/2007-1/txts/07aovrsf.htm>. 5. Петров В.К. Место и роль информационной аналитики в государственной службе / В.К. Петров // Научные и образовательные проблемы гражданской защиты. – 2010. – № 4. – С. 10–16. 6. Фиглин Л. А. Информационно-аналитическая деятельность органов власти / Л. А. Фиглин // Социологические исследования. – 2003. – № 6. – С. 126–129. 7. Занфіров В.А. Критерії якості управлінських послуг публічної сфери / В.А. Занфіров // Держава та регіони: наук.-виробн. журн. – Запоріжжя: Класичний приватний ун-т, 2009. – № 4. – С. 35–40. 8. Марковець О.В. Проектування системи опрацювання звернень громадян до органів місцевої влади / О.В. Марковець, А.М. Пелецишин, П.І. Жежнич // Комп'ютерні науки та інформаційні технології: Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. - 2011. – № 694. – С. 153–161.

УДК 62-523.8

А. Сидор¹, В. Теслюк¹, В. Береговський²

¹ Національний університет “Львівська політехніка”,

² Коледж електронних приладів

Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ НАДІЙНОСТІ НЕСИМЕТРИЧНИХ РОЗГАЛУЖЕНИХ СИСТЕМ

© Сидор А., Теслюк В., Береговський В., 2013

Досліджено основні параметри надійності невідновлюваних несиметричних систем, розгалужених до рівня 3, зі старіючими вихідними елементами. Метод дослідження параметрів надійності розгалужених систем за допомогою твірних функцій поширено на системи зі старіючими вихідними елементами. Розроблено математичні моделі ймовірності відмови, середньої тривалості перебування системи в кожному з її станів і тривалості перебування системи в заданому стані готовності для випадку, коли надійність старіючих вихідних елементів описується розподілом Релея.

Ключові слова: параметри надійності, розгалужені системи, старіючі елементи, розподіл Релея.

Main reliability parameters of unrestorable unsymmetrical systems ramified to level 3 with ageing output elements are examined in this paper. A method of investigation of reliability parameters of ramified systems by means of generating functions is developed taking account of aging of the system's output elements. Mathematical models of the failure probability, the duration of the system's stay in each of its states and the duration of the system's stay in the prescribed availability state are worked out in the case when the lifetime of ageing output elements is circumscribed by the Rayleigh distribution.

Key words: reliability parameters, ramified systems, ageing elements, Rayleigh distribution.

Вступ

Надійність є дуже важливим поняттям, яке визначається в термінах його застосування до широкого діапазону діяльностей. Надійність пов'язана з виробами під час їх обслуговування [1].

Аналіз надійності складних систем є обов'язковим під час їх проектування. Складність систем часто зростає швидше від розвитку математичних методів їх досліджень. Недостатньо висока надійність може привести до надмірних витрат на ремонт і відновлення або, навіть, до серйозніших наслідків, зокрема до небезпечних ситуацій або аварій.

Проблема дослідження надійності систем виникла давно – разом із становленням інженерного підходу до виробництва. Кожний інженерний об'єкт повинен містити ознаку надійності. Під час вибору серед конкурентних проектів характеристики надійності займають важливе місце у списку вимог. Але прогнозування надійності є складним через багатofакторність і статистичну природу цього явища. В останні роки з прискореним розвитком обчислювальної техніки стали можливими розрахунки надійності доволі складних систем з урахуванням великої кількості параметрів за зниження затрат на такі розрахунки.

Відомі традиційні методи аналізу й оцінювання надійності систем здебільшого орієнтовані на прості об'єкти й не можуть повною мірою задовольнити потреби аналізу надійності великих несиметричних розгалужених систем.

Окремими прикладами таких систем є системи управління, вимірювальні системи, деякі види комп'ютерних локальних мереж. На вихідному рівні такі системи мають давачі, принтери, клавіатури, дисководи, що піддаються зношуванню. Безвідмовність таких пристроїв часто описується розподілом Релея або Вейбулла. Безвідмовність елементів вищих рівнів описується експоненціальним розподілом [2]. Необхідно розробляти методи прогнозування надійності з урахуванням особливостей систем.

Математичні моделі параметрів надійності

Розглянемо систему, у якій елементу 0-го рівня безпосередньо підпорядковуються два елементи 1-го рівня, першому елементу 1-го рівня – $a_2^{(1)}$ елементів 2-го рівня, кожному з яких безпосередньо підпорядковуються $a_3^{(1)}$ елементів 3-го рівня, другому елементу 1-го рівня безпосередньо підпорядковуються $a_2^{(2)}$ елементів 2-го рівня, кожному з яких безпосередньо підпорядковуються $a_3^{(2)}$ елементів 3-го рівня (рис. 1), де $a_2^{(1)}$, $a_2^{(2)}$ – коефіцієнти розгалуження до другого рівня відповідно першої та другої гілок, $a_3^{(1)}$, $a_3^{(2)}$ – коефіцієнти розгалуження до третього рівня відповідно першої та другої гілок. Без обмеження загальності припустимо, що $a_2^{(1)} a_3^{(1)} \leq a_2^{(2)} a_3^{(2)}$.

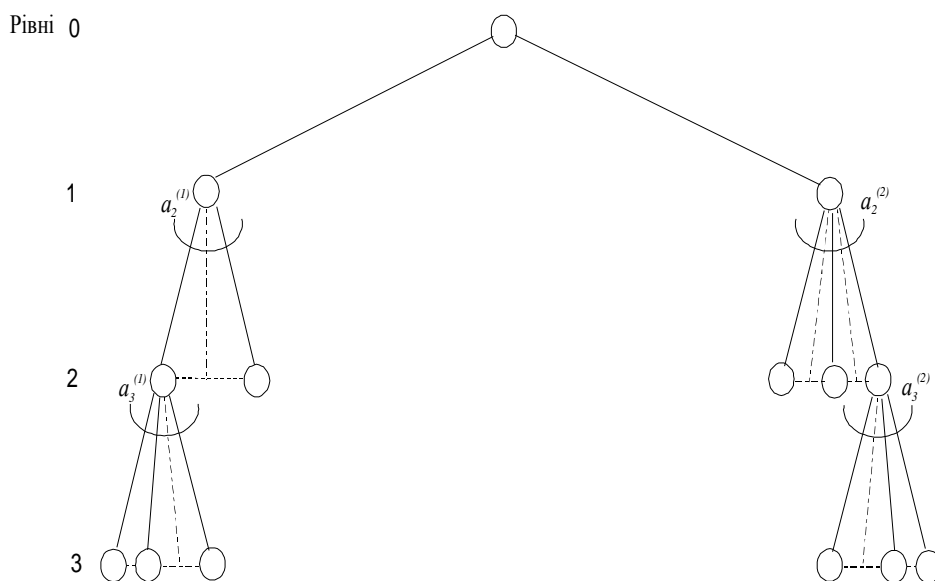


Рис. 1. Несиметрична система із двома нерівноцінними гілками на першому рівні, розгалужена до третього рівня

Експоненційний розподіл є окремим випадком розподілу Вейбулла, так само, як і гамма-розподілу. Розподіл Вейбулла має різні інтенсивності відмов залежно від параметра форми [3]. Розподіл Релея є окремим випадком розподілу Вейбулла, що розмежовує два різні види поведінки зростаючої інтенсивності відмов.

Позначимо через $P_{3R}(x_3, t)$ імовірність того, що в момент часу t працюють рівно x_3 вихідних елементів системи за умови, що ймовірність безвідмовної роботи старіючих елементів описується розподілом Релея. Одержимо при $a_2^{(1)} a_3^{(1)} \leq a_2^{(1)} a_3^{(2)}$, $0 < x_3 \leq a_2^{(1)} a_3^{(1)} + a_2^{(2)} a_3^{(2)}$:

$$\begin{aligned}
 P_{3R}(x_3, t) = & e^{-I_0 t} \sum_{x_3^{(1)} = \max\{0, x_3 - a_2^{(2)} a_3^{(2)}\}}^{\min\{x_3, a_2^{(1)} a_3^{(1)}\}} \sum_{x_1^{(1)} = \text{ceil}\left(\frac{x_3^{(1)}}{a_2^{(1)}}\right)}^1 \sum_{x_2^{(1)} = \text{ceil}\left(\frac{x_3^{(1)}}{a_3^{(1)}}\right)}^{a_2^{(1)} x_1^{(1)}} C_{a_2^{(1)} x_1^{(1)}}^{x_2^{(1)}} C_{a_3^{(1)} x_2^{(1)}}^{x_3^{(1)}} \times \\
 & \times \sum_{x_1^{(2)} = \text{ceil}\left(\frac{x_3 - x_3^{(1)}}{a_2^{(2)}}\right)}^1 e^{-I_1(x_1^{(1)} + x_1^{(2)})t} (1 - e^{-I_1 t})^{2 - (x_1^{(1)} + x_1^{(2)})} \sum_{x_2^{(2)} = \text{ceil}\left(\frac{x_3 - x_3^{(1)}}{a_3^{(2)}}\right)}^{a_2^{(2)} x_1^{(2)}} C_{a_2^{(2)} x_1^{(2)}}^{x_2^{(2)}} C_{a_3^{(2)} x_2^{(2)}}^{x_3 - x_3^{(1)}} \times \\
 & \times e^{-I_2(x_2^{(1)} + x_2^{(2)})t} (1 - e^{-I_2 t})^{a_2^{(1)} x_1^{(1)} + a_2^{(2)} x_1^{(2)} - (x_2^{(1)} + x_2^{(2)})} e^{\frac{x_3 t^2}{2s_3^2} \left(1 - e^{-\frac{t^2}{2s_3^2}}\right)^{a_3^{(1)} x_2^{(1)} + a_3^{(2)} x_2^{(2)} - x_3}}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

При $x_3=0$ у правій частині формули (1) потрібно додати $1 - e^{-I_0 t}$.

Середній час наробітку системи до відмови T_c обчислюється як інтеграл від 0 до ∞ від імовірності безвідмовної роботи $P(t)$ [4]. Аналогічно, проінтегрувавши по t від 0 до ∞ вираз для розподілу ймовірностей числа працюючих вихідних елементів системи, при $0 < x_3 \leq a_2^{(1)} a_3^{(1)} + a_2^{(2)} a_3^{(2)}$ одержимо середню тривалість перебування системи в кожному з можливих її працездатних станів.

Позначимо через $T_{3R}(x_3)$ середню тривалість перебування системи у стані x_3 працюючих вихідних елементів за умови, що ймовірність безвідмовної роботи старіючих вихідних елементів описується законом Релея. Для обчислення $T_{3R}(x_3)$ проінтегруємо (1) по t від 0 до ∞ . Одержимо

$$\begin{aligned}
 T_{3R}(x_3) = & \int_0^{\infty} e^{-I_0 t} \sum_{x_3^{(1)} = \max\{0, x_3 - a_2^{(2)} a_3^{(2)}\}}^{\min\{x_3, a_2^{(1)} a_3^{(1)}\}} \sum_{x_1^{(1)} = \text{ceil}\left(\frac{x_3^{(1)}}{a_2^{(1)}}\right)}^1 \sum_{x_2^{(1)} = \text{ceil}\left(\frac{x_3^{(1)}}{a_3^{(1)}}\right)}^{a_2^{(1)} x_1^{(1)}} C_{a_2^{(1)} x_1^{(1)}}^{x_2^{(1)}} C_{a_3^{(1)} x_2^{(1)}}^{x_3^{(1)}} \times \\
 & \times \sum_{x_1^{(2)} = \text{ceil}\left(\frac{x_3 - x_3^{(1)}}{a_2^{(2)}}\right)}^1 e^{-I_1(x_1^{(1)} + x_1^{(2)})t} (1 - e^{-I_1 t})^{2 - (x_1^{(1)} + x_1^{(2)})} \sum_{x_2^{(2)} = \text{ceil}\left(\frac{x_3 - x_3^{(1)}}{a_3^{(2)}}\right)}^{a_2^{(2)} x_1^{(2)}} C_{a_2^{(2)} x_1^{(2)}}^{x_2^{(2)}} C_{a_3^{(2)} x_2^{(2)}}^{x_3 - x_3^{(1)}} \times \\
 & \times e^{-I_2(x_2^{(1)} + x_2^{(2)})t} (1 - e^{-I_2 t})^{a_2^{(1)} x_1^{(1)} + a_2^{(2)} x_1^{(2)} - (x_2^{(1)} + x_2^{(2)})} e^{\frac{x_3 t^2}{2s_3^2} \left(1 - e^{-\frac{t^2}{2s_3^2}}\right)^{a_3^{(1)} x_2^{(1)} + a_3^{(2)} x_2^{(2)} - x_3}} dt.
 \end{aligned} \tag{2}$$

У формулі (2) перетворимо вирази у дужках у степені за формулою бінома Ньютона так:

$$\left(1 - e^{-I_2 t}\right)^{a_2^{(1)} x_1^{(1)} + a_2^{(2)} x_1^{(2)} - (x_1^{(1)} + x_1^{(2)})} = \sum_{j_2=0}^{a_2^{(1)} x_1^{(1)} + a_2^{(2)} x_1^{(2)} - (x_1^{(1)} + x_1^{(2)})} C_{a_2^{(1)} x_1^{(1)} + a_2^{(2)} x_1^{(2)} - (x_1^{(1)} + x_1^{(2)})}^{j_2} (-1)^{j_2} e^{-I_2 j_2 t}, \quad (3)$$

$$\left(1 - e^{-\frac{I^2}{2s_3^2}}\right)^{a_3^{(1)} x_2^{(1)} + a_3^{(2)} x_2^{(2)} - x_3} = \sum_{j_3=0}^{a_3^{(1)} x_2^{(1)} + a_3^{(2)} x_2^{(2)} - x_3} C_{a_3^{(1)} x_2^{(1)} + a_3^{(2)} x_2^{(2)} - x_3}^{j_3} (-1)^{j_3} e^{-\frac{j_3}{2s_3^2} I^2}. \quad (4)$$

Підставивши (3), (4) у (2), одержимо

$$\begin{aligned} T_{3R}(x_3) &= \sum_{x_3^{(1)} = \max\{0, x_3 - a_2^{(2)} a_3^{(2)}\}}^{\min\{x_3, a_2^{(1)} a_3^{(1)}\}} \sum_{x_1^{(1)} = \text{ceil}\left(\frac{x_3^{(1)}}{a_2^{(1)}}\right)}^1 \sum_{x_2^{(1)} = \text{ceil}\left(\frac{x_3^{(1)}}{a_3^{(1)}}\right)}^{a_3^{(1)} x_1^{(1)}} C_{a_2^{(1)} x_1^{(1)}}^{x_2^{(1)}} C_{a_3^{(1)} x_2^{(1)}}^{x_3^{(1)}} \times \\ &\times \sum_{x_1^{(2)} = \text{ceil}\left(\frac{x_3 - x_3^{(1)}}{a_2^{(2)}}\right)}^1 e^{-I_1(x_1^{(1)} + x_1^{(2)})t} (1 - e^{-I_1 t})^{2 - (x_1^{(1)} + x_1^{(2)})} \sum_{x_2^{(2)} = \text{ceil}\left(\frac{x_3 - x_3^{(1)}}{a_3^{(2)}}\right)}^{a_3^{(2)} x_1^{(2)}} C_{a_2^{(2)} x_1^{(2)}}^{x_2^{(2)}} C_{a_3^{(2)} x_2^{(2)}}^{x_3 - x_3^{(1)}} \times \\ &\times \sum_{j_1=0}^{2 - (x_1^{(1)} + x_1^{(2)})} C_{2 - (x_1^{(1)} + x_1^{(2)})}^{j_1} (-1)^{j_1} \sum_{j_2=0}^{a_2^{(1)} x_1^{(1)} + a_2^{(2)} x_1^{(2)} - (x_1^{(1)} + x_1^{(2)})} C_{a_2^{(1)} x_1^{(1)} + a_2^{(2)} x_1^{(2)} - (x_1^{(1)} + x_1^{(2)})}^{j_2} (-1)^{j_2} \times \\ &\sum_{j_3=0}^{a_3^{(1)} x_2^{(1)} + a_3^{(2)} x_2^{(2)} - x_3} C_{a_3^{(1)} x_2^{(1)} + a_3^{(2)} x_2^{(2)} - x_3}^{j_3} (-1)^{j_3} \int_0^\infty e^{-(I_0 + I_1(x_1^{(1)} + x_1^{(2)} + j_1) + I_2(x_2^{(1)} + x_2^{(2)} + j_2))t} e^{-\frac{x_3 + j_3}{s_3^2} I^2} dt. \end{aligned} \quad (5)$$

Формулу (5) при $a_2^{(1)} a_3^{(1)} \leq a_2^{(1)} a_3^{(2)}$, $0 < x_3 \leq a_2^{(1)} a_3^{(1)} + a_2^{(2)} a_3^{(2)}$ запишемо у вигляді

$$\begin{aligned} T_{3R}(x_3) &= \sum_{x_3^{(1)} = \max\{0, x_3 - a_2^{(2)} a_3^{(2)}\}}^{\min\{x_3, a_2^{(1)} a_3^{(1)}\}} \sum_{x_1^{(1)} = \text{ceil}\left(\frac{x_3^{(1)}}{a_2^{(1)}}\right)}^1 \sum_{x_2^{(1)} = \text{ceil}\left(\frac{x_3^{(1)}}{a_3^{(1)}}\right)}^{a_3^{(1)} x_1^{(1)}} C_{a_2^{(1)} x_1^{(1)}}^{x_2^{(1)}} C_{a_3^{(1)} x_2^{(1)}}^{x_3^{(1)}} \sum_{x_1^{(2)} = \text{ceil}\left(\frac{x_3 - x_3^{(1)}}{a_2^{(2)}}\right)}^1 e^{-I_1(x_1^{(1)} + x_1^{(2)})t} (1 - e^{-I_1 t})^{2 - (x_1^{(1)} + x_1^{(2)})} \times \\ &\times \sum_{x_2^{(2)} = \text{ceil}\left(\frac{x_3 - x_3^{(1)}}{a_3^{(2)}}\right)}^{a_3^{(2)} x_1^{(2)}} C_{a_2^{(2)} x_1^{(2)}}^{x_2^{(2)}} C_{a_3^{(2)} x_2^{(2)}}^{x_3 - x_3^{(1)}} \sum_{j_1=0}^{2 - (x_1^{(1)} + x_1^{(2)})} C_{2 - (x_1^{(1)} + x_1^{(2)})}^{j_1} (-1)^{j_1} \sum_{j_2=0}^{a_2^{(1)} x_1^{(1)} + a_2^{(2)} x_1^{(2)} - (x_1^{(1)} + x_1^{(2)})} C_{a_2^{(1)} x_1^{(1)} + a_2^{(2)} x_1^{(2)} - (x_1^{(1)} + x_1^{(2)})}^{j_2} (-1)^{j_2} \times \\ &\times \sum_{j_3=0}^{a_3^{(1)} x_2^{(1)} + a_3^{(2)} x_2^{(2)} - x_3} C_{a_3^{(1)} x_2^{(1)} + a_3^{(2)} x_2^{(2)} - x_3}^{j_3} (-1)^{j_3} \frac{s_3^2 \sqrt{p}}{\sqrt{2(x_3 + j_3)}} e^{-\frac{s_3^2 (I_0 + I_1(x_1^{(1)} + x_1^{(2)} + j_1) + I_2(x_2^{(1)} + x_2^{(2)} + j_2))}{\sqrt{2(x_3 + j_3)}}} \times \\ &\times \text{erfc}\left(\frac{s_3 (I_0 + I_1(x_1^{(1)} + x_1^{(2)} + j_1) + I_2(x_2^{(1)} + x_2^{(2)} + j_2))}{\sqrt{2(x_3 + j_3)}}\right), \end{aligned} \quad (6)$$

де erfc – додатковий інтеграл імовірностей.

Зауважимо, що $T_{3R}(0) = \mu$.

Сума середніх тривалостей перебування системи у станах за кількістю вихідних елементів від k до $a_2^{(1)} a_3^{(1)} + a_2^{(1)} a_3^{(2)}$, де $0 < k \leq a_2^{(1)} a_3^{(1)} + a_2^{(1)} a_3^{(2)}$, дорівнює середній тривалості перебування системи в заданому стані готовності k .

Позначимо через $T_{\Gamma_{3R}}(k)$ тривалість перебування системи у стані готовності k за умови, що ймовірність безвідмовної роботи вихідних елементів описується законом Релея. Враховуючи (6), одержимо при $a_2^{(1)} a_3^{(1)} \leq a_2^{(1)} a_3^{(2)}$, $0 < k \leq a_2^{(1)} a_3^{(1)} + a_2^{(1)} a_3^{(2)}$:

$$\begin{aligned}
 T_{\Gamma_{3R}}(k) &= \sum_{x_3=k}^{a_2^{(1)} a_3^{(1)} + a_2^{(2)} a_3^{(2)}} = \sum_{x_3=\max\{0, x_3 - a_2^{(2)} a_3^{(2)}\}}^{\min\{x_3, a_2^{(1)} a_3^{(1)}\}} \sum_{x_1^{(1)}=cei\left(\frac{x_3^{(1)}}{a_2^{(1)}}\right)}^1 \sum_{x_2^{(1)}=cei\left(\frac{x_3^{(1)}}{a_3^{(1)}}\right)}^{a_2^{(1)} x_1^{(1)}} C_{a_2^{(1)} x_1^{(1)}}^{x_2^{(1)}} C_{a_3^{(1)} x_2^{(1)}}^{x_3^{(1)}} \sum_{x_1^{(2)}=cei\left(\frac{x_3 - x_3^{(1)}}{a_2^{(2)}}\right)}^1 \\
 &\times \sum_{x_2^{(2)}=cei\left(\frac{x_3 - x_3^{(1)}}{a_3^{(2)}}\right)}^{a_2^{(2)} x_1^{(2)}} C_{a_2^{(2)} x_1^{(2)}}^{x_2^{(2)}} C_{a_3^{(2)} x_2^{(2)}}^{x_3 - x_3^{(1)}} \sum_{j_1=0}^{2 - (x_1^{(1)} + x_1^{(2)})} C_{2 - (x_1^{(1)} + x_1^{(2)})}^{j_1} (-1)^{j_1} \sum_{j_2=0}^{a_2^{(1)} x_1^{(1)} + a_2^{(2)} x_1^{(2)} - (x_1^{(1)} + x_1^{(2)})} C_{a_2^{(1)} x_1^{(1)} + a_2^{(2)} x_1^{(2)} - (x_1^{(1)} + x_1^{(2)})}^{j_2} (-1)^{j_2} \times \quad (7) \\
 &\times \sum_{j_3=0}^{a_3^{(1)} x_2^{(1)} + a_3^{(2)} x_2^{(2)} - x_3} C_{a_3^{(1)} x_2^{(1)} + a_3^{(2)} x_2^{(2)} - x_3}^{j_3} (-1)^{j_3} \frac{s_3 \sqrt{p}}{\sqrt{2(x_3 + j_3)}} e^{\frac{s_3^2 (I_0 + I_1(x_1^{(1)} + x_1^{(2)} + j_1) + I_2(x_2^{(1)} + x_2^{(2)} + j_2))}{\sqrt{2(x_3 + j_3)}}} \times \\
 &\times \operatorname{erfc}\left(\frac{s_3 (I_0 + I_1(x_1^{(1)} + x_1^{(2)} + j_1) + I_2(x_2^{(1)} + x_2^{(2)} + j_2))}{\sqrt{2(x_3 + j_3)}}\right),
 \end{aligned}$$

де erfc – додатковий інтеграл імовірностей.

Як приклад розглянемо технічне обладнання комп'ютерної мережі, до якого входять сервер, два концентратори й робочі станції, яке має вигляд розгалуженої системи, показаної на рис. 2, де використано позначення: S – сервер, H – концентратор, W – робоча станція, L – канал зв'язку.

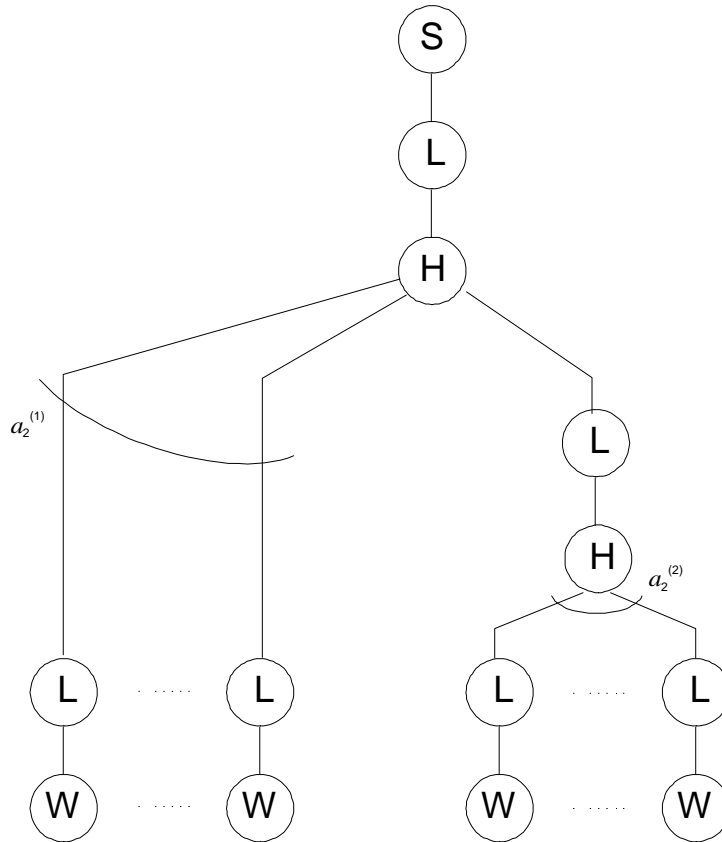


Рис. 2. Зображення технічного обладнання локальної комп'ютерної мережі у вигляді ІРС

Підприємство розмістило 20 робочих станцій у двох приміщеннях, причому 7 робочих станцій під'єднані до сервера через 8-портовий концентратор, а решта 13 безпосередньо під'єднані до 16-портового концентратора. До сервера безпосередньо під'єднується тільки 8-портовий концентратор, а обидва концентратори з'єднуються між собою. Тому 8-портовий концентратор можна вважати основним.

На рис. 2 через $a_2^{(1)}$, $a_2^{(2)}$ позначено кількість робочих станцій, безпосередньо під'єднаних до основного й неосновного концентратора відповідно. Виконуються такі нерівності:

$$a_2^{(1)} \leq 7, a_2^{(2)} \leq 16, a_2^{(1)} \leq a_2^{(2)}. \quad (8)$$

Результати розрахунків за формулами (6) показали, що оптимальним щодо надійності розміщенням 20 робочих станцій у двох приміщеннях є безпосереднє під'єднання якомога більшої кількості робочих станцій до основного концентратора, тобто задача вибору коефіцієнтів розгалуження $a_2^{(1)}$, $a_2^{(2)}$, які забезпечують найвищу надійність роботи системи за умов (8) та за умови

$$a_2^{(1)} + a_2^{(2)} = 20, \quad (9)$$

дає результат: $a_2^{(1)} = 7, a_2^{(2)} = 13$.

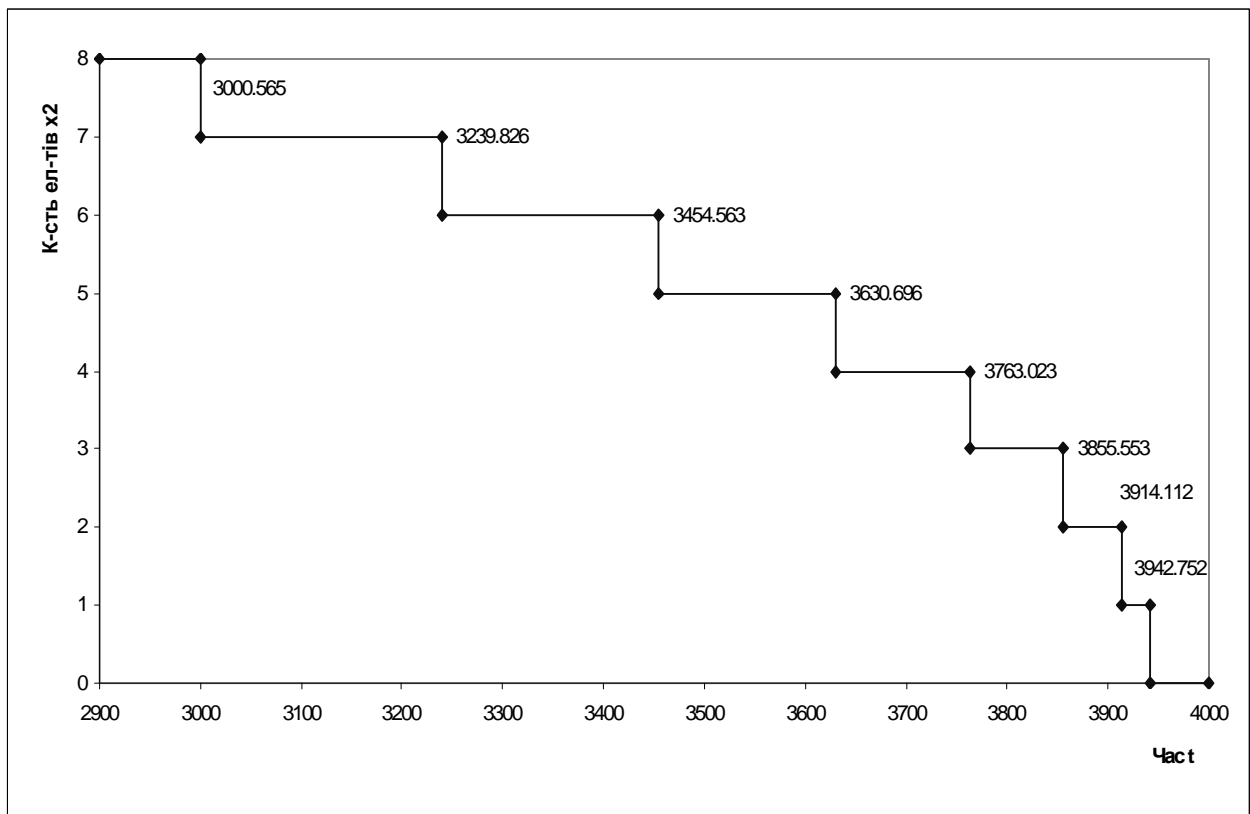


Рис 3. Фрагмент гістограми роботи несиметричної системи в часі при $a_2^{(1)} = 7, a_2^{(2)} = 13$

Середня тривалість перебування системи у стані x_2 працюючих вихідних елементів системи при $8 \leq x_2 \leq 20$ не залежить від варіанта розміщення, що відповідає умовам (8) і (9). Одержано такі результати:

$$\begin{aligned} T_2(20) &= 237,077 \text{ год}, T_2(19) = 222,817 \text{ год}, T_2(18) = 218,082 \text{ год}, T_2(17) = 216,856 \text{ год}, \\ T_2(16) &= 217,633 \text{ год}, T_2(15) = 219,854 \text{ год}, T_2(14) = 223,291 \text{ год}, T_2(13) = 227,857 \text{ год}, \\ T_2(12) &= 233,487 \text{ год}, T_2(11) = 239,922 \text{ год}, T_2(10) = 246,257 \text{ год}, T_2(9) = 250,169 \text{ год}, \\ T_2(8) &= 247,263 \text{ год}. \end{aligned}$$

Вибір оптимального варіанта розміщення зроблено на основі оцінки середньої тривалості перебування системи у станах x_2 працюючих вихідних елементів при $x_2 < 8$. Не менш як 8 вихідних елементів системи працюватимуть у середньому протягом $\sum_{x_2=8}^{20} T_2(x_2) = 3000,565$ год від початку роботи системи.

Тривалість перебування системи у стані 7 працюючих вихідних елементів має максимальне значення при $a_2^{(1)} = 7$, $a_2^{(2)} = 13$, яке дорівнює 239,261 год. У разі інших варіантів структури системи, що відповідають умовам (8) і (9), ця тривалість дорівнює 208,689 год. При $a_2^{(1)} = 7$, $a_2^{(2)} = 7$ не менш як 7 вихідних елементів працюватимуть до моменту часу 3239,826 год, а за інших варіантів структури – до моменту часу 3232,188 год від початку роботи системи. На рис. 3 показано фрагмент гістограми роботи системи в часі при $a_2^{(1)} = 7$, $a_2^{(2)} = 13$.

Виберемо за умову готовності $k=18$, яка означає, що в системі повинні працювати не менш як 18 робочих станцій.

Середня тривалість перебування системи в заданому стані готовності $k=18$, який полягає в тому, що працюють не менше ніж 18 вихідних елементів, відповідно до формули (7) дорівнює

$$T_{r2}(18) = \sum_{x_2=18}^{20} T_2(x_2) = T_2(18) + T_2(19) + T_2(20) = 677,976 \text{ год}$$

Узагальнення результатів моделювання надійнісних параметрів для несиметричних систем, розгалужених до третього рівня, дає можливість побудови рекурентних виразів для розрахунку розподілу ймовірностей числа вихідних працюючих елементів, тривалості перебування системи в усіх працездатних станах і частоти відмов за заданої умови готовності для несиметричних ієрархічних систем зі старіючими вихідними елементами та із двома нерівноцінними гілками на першому рівні, розгалужених до n -го рівня.

Висновки

До сьогодні для розгалужених систем зі складними структурами, таких, як несиметричні системи з 2 і більше нерівноцінними гілками, розгалужені до третього й більше рівнів, не було математичних моделей у вигляді аналітичних виразів для таких параметрів надійності, як середня тривалість перебування системи в кожному з її станів і тривалість перебування системи в заданому стані готовності.

Важливим досягненням цієї роботи є зменшення часу розрахунків і складності оцінювання показників надійності складних несиметричних розгалужених систем.

У роботі для несиметричних ієрархічних систем зі старіючими вихідними елементами, розгалуженими до третього рівня, побудовано математичні моделі ймовірності відмови, середньої тривалості перебування системи в кожному з її станів і тривалості перебування системи в заданому стані готовності. Під час проектування несиметричних розгалужених систем на основі цих результатів здійснюється прийняття рішення про структуру системи.

1. Grosh D.L. "A Primer of Reliability Theory" / Grosh D.L. – N.Y.: John Wiley & Sons, 1989. – 373 p.
2. Raqab M.Z. "Optimal prediction-intervals for the exponential distribution, based on generalized order statistics" / Raqab M.Z. // IEEE Transactions on Reliability. – 2001. – Vol. 50, № 1. – P. 112–115.
3. Wu J.-W. "Limited failure-censored life test for Weibull distribution" / Wu J.-W., Tsai T.-R., Ouyang L.-Y. // IEEE Transactions on Reliability. – 2001. – Vol. 50, № 1. – P. 107–111.
4. Лозинський О. Розрахунок надійності електроприводів / Лозинський О., Марущак Я., Костробій П. – Львів, 1996. – 236 с.