Висновки

Проаналізовано модуляційний режим під час сканування поверхні атомно-силовим мікроскопом на основі кантелівера механічного типу. Розвинений метод розрахунку сил Ван-дер-Ваальса для конфігурування взаємодії тіл. За допомогою цього методу знайдено залежність сили від відстані. Визначено основні формули розрахунку власної частоти і жорсткості кантелівера для прямокутної, трикутної і циліндричної балки.

1. Быков В.А. Микромеханика для сканирующей зондовой микроскопии и нанотехнологии // Микросистемная техника. – 2000. – № 1. – С. 2. Моисеев Ю.Н., Мостепаненко В.М., Панов В.И. и др. Экспериментальное и теоретическое исследование сил и пространственного разрешения в атомно-силовом микроскопе // ЖТФ. 1990. Т. 60. № 1. – С. 141–148. 3. Binnig G., Rohrer H., Gerber C., Weibel E., Tunneling through a controllable vacuum gap // Appl. Phys. Lett., *– 1982. – v. 40. – pp. 178–180 4. Weaver J. M. R., Abraham D. W., High resolution atomic force microscopy potentiometry // J. Vac. Sci., Technol. B 9, 2004. 5. Bhushan B. Springer Handbook of Nanotechnology, apr. 2007. 6. Albrecht T. R., Akamine S., Carver T. E., Quate C. F. Microfabrication of cantilever styli for the force microscope // J. Vac. Sci. Technol., 2006. 7. Linnemann R., Gotszalk T., Rangelow I. W., Dumania P., Oesterschulze E. Atomic force microscopy and lateral force microscopy using piezoresistive cantilevers. 2000. 21.*

УДК 004.4’232

Я. Драґан[1], С. Кулик[2], В. Овсяк[3], О. Овсяк[4]
[1]Національний університет Львівська політехніка,
[2]Латвійська філія Accenture;
[3]Українська академія друкарства,
[4]Київський національний університет культури і мистецтв

МОДЕЛІ СХЕМ РЕЛЯЦІЙНИХ БАЗ ДАНИХ, ПОДАНИХ МОДИФІКОВАНОЮ АЛҐЕБРОЮ АЛГОРИТМІВ

Обґрунтовано використання модифікованої алгебри алгоритмів для побудови математичних моделей схем реляційних баз даних. Побудовані математичні моделі схем абстрактних баз даних з одним і багатьма відношеннями та абстрактної схеми сховища даних.

Ключові слова: алгебра, модель, схема, база даних.

There гiштп of the modified algorithms algebra for constructing mathematical models of patterns of relational databases is grounded. Mathematical models of abstract database schemes with one or many relations and abstract schema data warehouse are constructed.

Key words: algebra, model, diagram, database.

Вступ і формулювання задачі

Моделювання процесів з використанням баз даних реалізується побудовою схеми бази даних, яка визначає склад таблиць (відношень) та зв’язків між ними (обмеження цілісності). Схема даних на технічному рівні сервера алгоритмічно описується сценарієм засобами мови запитів SQL як завдання на генерування баз даних. На сучасному етапі схеми баз даних наочніше, ніж кодом мовою запитів SQL, подаються графічними схемами та діаграмами графічного інтерфейсу спеціального програмного забезпечення для розробників – CASE засобами. Графічні схеми є наочними та зрозумілими для проектувальників БД, однак код мовою запитів SQL є фактично єдиним засобом опису схем даних для сучасних СКБД. Тому у сучасних CASE засобах розробками, які ґрунтуються на UML діаграмах, ER-моделях, IDEF1X діаграмах використовується мова SQL для передавання результатів проектування у робоче середовище сервера СКБД. Маючи переваги наочності для опису великих за кількістю складових систем, діаграми не є формальними засобом опису моделі даних. Діаграми є статичними, описують тільки певний стан складових схеми даних, їх не можна виконати як алгоритм або означити послідовність операцій, а тільки певний стан як результат. Діаграмами у CASE засобах не описуються перетворення над схемами даних, навіть такі загальновідомі, як реляційні операції, запити, або декомпозиції нормалізації. Мова SQL створена як мова побудови структур даних із заданими властивостями та маніпулювання ними. Сценарій з команд SQL не є формальним засобом, до якого можна пристосовувати перетворення за заданими критеріями (наприклад, нормальних форм (НФ) та функціональних залежностей між змінними відношеннями чи кількості складових). Формалізований вираз, який подає схему формально, запроваджує можливості для виконання перетворень, має такі наочні переваги над діаграмами та мовою SQL, як єдиний загальний засіб для подання схем БД та виконання перетворень над ними. Тому є актуальною задача створення формального подання схем баз даних на основі алгебри алгоритмів.

Із цього випливає потреба продемонструвати переваги алгебричних засобів у теорії алгоритмів і відзначити переваги одних методів перед іншими.

Перевага алгебри алгоритмів у винайденні і запровадженні формального механізму збережності порядку застосування операторів (унітермів) – компонент алгоритмів за допомогою дій над індексами, які виконують функцію рангів і вишиковують відповідно некомутативні унітерми. Ця перевага має проявитись і при поданні операцій у базах даних. Така можливість буде втіленням опінії відомого фізика – нобелівського лауреата Р.Фейнмана, який характеризує з властивим йому гумором “добру теорію” такою прикметою, що їй притаманна здатність “витягувати шию”, тобто вона придатна і дає користь і в інших предметних областях поза тою, для якої вона придумана, виражаючи притаманну процесам у цих областях спільну закономірність, що стає підставою для використання аналогій для тлумачення цієї закономірності з урахуванням набутого вже досвіду, а також залучення нового досвіду для збагачення первісної теорії.

Коли йдеться про алгебру й алгоритми, то згадаймо, що ці терміни, як і поняття, пов’язують з іменем Мухаммада ібн Муси аль-Хорезмі, що поєднав у своїх працях алгоритми (не Евклідів, а арифметичних операцій), які завдяки використанню індуської позиційної системи подання чисел завтоматизували виконання цих дій. Переклад його праці латиною у XII ст.. ознайомив європейців з цими здобутками, і алґебра стала самостійною формально-логічною дисципліною, як узагальнення арифметики і водночас засіб автоматизації та зразок для інших предметних областей, у яких доводиться виконувати формальні операції (дії). Свого часу Д.Гільберт у своїх Проблемах ставив задачу аксіоматизації теорії ймовірностей, механіки і статистичної фізики як приклад розділів фізики, у яких широко використано методи математики, подібно як у геометрії, а щодо арифметики й алґебри, то говорив про спеціальні проблеми.

Бази даних стосуються біосоціальних та фізико-технічних предметних областей, тому концепція алґебри, щоб бути корисною тут, має “витягувати шию”, але як і куди. Здавалося б, що тут може бути помічною так звана гносеологія (від грецького γνοσίς пізнання) і, як відомо з словників, це вчення про сутність і закономірності пізнання з відомою тезою: від живого споглядання до абстрактного мислення, а від нього до практики – такий діалектичний шлях пізнання істини. Яскравим проявом її є втовкмачувана упродовж десятиліть у Радянському Союзі зарозуміла (всезнаюча) філософія з її теорією відображення, яка нічого не вирішувала, а тільки категорично відкидала творчість дослідника. Та й загалом гносеологія є апріористичною, дедуктивною методологією. Сюди примикає й аксіоматичний метод, обмеженість і неефективність якого показав К.Гедель. Він годиться для викладення вже систематизованого матеріалу, але не для пошуку і формування та подання невідомих ще закономірностей.

А сучасна світова наука опирається головно на епістемології (від грецького επιστημη знання, суть і підстава знання), що є ніби зворотною до гносеології: загальне знання є тут вислід здобутків – результатів і методів конкретних наук (в радянській науці цей термін практично не вживаний).

Отже, методологія в епістемології є синтетичною, індуктивною, тому вона доцільна, коли система знань тільки формується шляхом узагальнень, узгодження сукупності врахованих властивостей досліджуваного об'єкта із задачами, які потрібно розв'язувати щодо цього об'єкта.

Оскільки мовою фізико-технічних наук є математика, то тут йдеться про системний аналіз як засіб обґрунтування побудови математичної моделі досліджуваного об'єкта, тобто такого математичного об'єкта, що втілює у своїй структурі ознаки досліджуваного об'єкта із предметної області, істотні для розв'язуваних щодо нього задач. І тут вступає в гру ще один фактор: логічно тотожні вирази у застосуваннях не рівноцінні, і саме в цьому сенс алґебричних перетворень: вони відкривають нові можливості за збереженості інваріантів. Це вимагає розроблення відповідної алґебри.

Звичайно дослідники відзначають, що у XVII ст. Р.Декарт і Ґ.Ґалілей ніби зреформували саму природу наукової діяльності, проголосивши нерозривну спілку теоретичної фізики і математики: математика і фізична реальність нероздільні, чим "звели" теоретичну фізику до математики. А в недавній час бурбакісти розвинули цей спосіб мислення до тези, що математичні структури дивним чином відображають структуру фізичного світу. І далі: "природознавство стало раціоналізованою видумкою – раціоналізованим за допомогою математики". А ще Арістотель твердив, що математика цілковито є продуктом людської думки і учень Расела філософ Л.Вітгенштейн вважав, що математик – це винахідник, а не відкривач. Наші знання залежать від людського розуму не менше (якщо не більше) ніж від реальностей довколишнього світу. Наукові істини фактично виражають математичними співвідношеннями. І це пояснює збільшення значення спостерігача (як це тлумачили П.Дірак і В.Гайзенберґ) у фізиці та відповідно винахідника (в сенсі Ж.Адамара) в математиці (див. [1], де наведено огляд історичних перипетій у розвитку методології наукових досліджень і концепцій наукової істини).

Що ж до алгебри алгоритмів у цьому разі, то досвід показує придатність і корисність її [2, 3], тому доцільно використовувати її та потрібну модифікацію для аналізу баз даних в інформаційних системах та мережах.

При опрацюванні даних мають бути алгоритми, базовані на адекватних об'єктові і задачам моделях, на МАПР- тріяді: модель – алгоритм – програмна реалізація, тому роль творчого дослідника надзвичайно велика.

У зв'язку з цим варто принагідно звернути увагу на ту обставину, що хоч перші результати з алгебри алгоритмів опубліковані вже пару десятків років тому, вона ще не набула повсюдного визнання, на яке вона цілком слушно має право претендувати. І тут спадає на думку закцентований М.Пешелем [4] психологічний факт, що його він виразив словами знаного німецького письменника і мистецтвознавця Б.Брехта: "багато хто з творців гордиться проявленою мужністю, щасливий, що пізнав правду … Він з нетерпінням чекає, коли ж люди, що їхні інтереси він заступає, скористаються цією зброєю. Та якщо, як це часто буває, він не вважатиме за потрібне удатись ще до свого роду хитрощів для того, щоб донести правду до цих людей, то вся його праця може піти нанівець". А далі Пешель підкреслює: "Математика необхідна, щоб отримати кількісно практичну для використання модель; проте вона також веде до спокуси надавати особливу увагу частковим моделям, особливо легко піддатним математичному опрацюванню … Фахівець з області технічних наук має абсолютну рацію, коли залучає до своєї моделі математичний апарат тільки тою мірою, що доконче потрібна для досягнення його власної мети" і далі наголошує на широкому розповсюдженні "зловживання математикою", яке перейшло в "автокаталітичний процес" нагромадження формул, ігноруючи факт, що досліджувані системи ведуть себе не у відповідності до цих виразів.

Оскільки алгоритм є обчислювальною процедурою, то його природно трактувати як послідовність "кроків", а практичну реалізацію алгоритму традиційно розглядають як автомат. Концепція послідовності кроків у застосуванні до проблем логіки викликала до життя різного роду так звані "машини", від Тюрінґової починаючи, ідеологія якої споріднена з практикованим ще не так давно програмуванням в адресних кодах. Вони виросли з силогістики Арістотеля і заслуга їх полягає в тому, що вони відкрили існування алгоритмічно нерозв'язних задач.

Відомий американський інженер і математик К.Шенон – фундатор теорії комунікації (яку чомусь стали називати теорією інформації – дуже невдалим терміном, що тільки вносить плутанину понять у цій важливій і непростій галузі) показав [5], що досить автомата принаймі з двома станами, щоб імітувати машину Т'юринґа (а одного стану не досить), тобто вона є варіянтом автомата, але як тепер видно, що пристособлена до розв'язання спеціального роду задач. І в наш час немає потреби будувати теорію алгоритмів засобами машини Т'юринґа, бо є інші можливості – аж до пакетів програм включно, а різні машини мають сенс як свідчення історії.

У конкретній предметній області слід означити прості базові оператори – незалежні й такі, що вичерпують всі потреби для розв'язуваних задач. Тоді означивши відповідні дії над ними, можна формувати потрібні у цій області алгоритми. Оскільки алгебрична система поєднує у собі основну множину A, алгебричні операції O та сім'ю стосунків (реляцій) R, тому її позначають $S=<A, O, R>$, то можна вибирати потрібну множину операцій і розширювати її в міру потреби адаптації до нових задач навіть стосовно тих самих об'єктів. Це показує переваги алґебричного трактування проблеми і водночас недолік подання алгоритмів блок-схемами, що по суті є гібридами варіантів графів для вираження пов'язань компонент алгоритму зі словесним описом цих операторів. Зрозуміло, що таке подання алгоритмів зовсім не надається для означення дій над ними.

Що ж до предметної області в цьому разі, то слід мати на увазі розширене поняття простору даних, як множини Db - векторів [6] (від англ. diversify (to spread) розподіл, головно активів, інвестицій, та факту, що поняття матриці узагальнено у так званих блокових матрицях, тому доцільним є поняття діверсблок-вектора, а скорочено Db - вектора). Залежно від структури такого вектора та природи блоків це визначить операції в кожному блоці та між блоками як підставу структуризації, консолідації та інтеґрації як у базах даних, так і в інформаційних мережах.

Наведене з урахуванням поданої раніше опінії М.Пешеля та природного явища коґнітивного захисту підтверджує важливість і нагальну потребу популяризації, відстоювання і подальшого розвою ідей та засобів алґебри алгоритмів, на що і зорієнтована ця стаття.

Обґрунтування вибору засобів побудови моделей

Схема бази даних є певною структурою. У програмуванні структури даних, наприклад, описуються об'єктно-орієнтованими алгоритмічними мовами. Теоретичною основою мов програмування є методи подання алгоритмів. Для подання алгоритмів застосовується вербальний і блок-схемний методи. Крім них можуть також застосовують інтуїційні та алґебричні методи. Інтуїційними є відомі методи рекурсивних функцій [7], рахунку лямбда [8], віртуальних машин Т'юрінґа [9] і Поста [10], алгорифмів Маркова [11], машин Колмогорова [12], Шенгаґе [13], Аго – Ульмана – Гопкрофта [14], універсальних алгоритмів Крініцкого [15].

Застосування алгебричних методів забезпечує розв'язання таких задач: синтезу математичних моделей інформаційних технологій та інструментальних засобів, перетворень моделей з метою оптимізації їх, синтезу моделей структур даних, побудови моделей функціонування, формалізації граматик мов інформаційних технологій і систем, дослідження моделей. А загалом моделі є структурами для збереження і перетворення даних.

Відомо [16, 17], що алгебричними методами подання алгоритмів є система алгоритмічних алґебр Глушкова, модифікована система алгоритмічних алґебр (алґебра алгоритміки Цейтліна), алґебра алгоритмів [18] і модифікована алґебра алгоритмів [19, 20, 21]. Модифікована система алгоритмічних алґебр узагальнює систему алгоритмічних алґебр, а модифікована алґебра алгоритмів узагальнює алґебру алгоритмів.

У таблиці наведено відомі операції модифікованої системи алгоритмічних алґебр [22] і модифікованої алґебри алгоритмів [21]. Знак "-" означає брак операції.

Операції алґебричних методів опису алгоритмів.

№	Модифікована система алгоритмічних алґебр		Модифікована алґебра алгоритмів	
	Назва операції	Позначення	Назва операції	Позначення
1	*кон'юнкція*	$x\&y$	-	
2	*диз'юнкція*	$X\|Y$	-	
3	*заперечення*	$\overline{x}$	*реверсування*	$\overline{x}$
4	*прогнозування*	$X \bullet u$	-	
5	*композиція*	$X*Y$	*секвентування*	$\overset{\frown}{X;Y}$
6	*альтернатива*	$([u]\ X,\ Y)$	*елімінування*	$\overline{X;Y;u\text{-}?}$
7	*цикл*	$\{[u]\ X\}$	*циклічне секвентування*	$\ddot{E}uX$
8	-		*циклічне елімінування*	$\not\supset uX$
9	-		*циклічне паралелення*	$\varnothing uX$
10	*фільтр*	$F(u)$	-	
11	*асинхронна диз'юнкція*	$X\|\|Y$	*паралелення*	$\overline{X;Y}$
12	*контрольна точка*	$T(u)$	-	
13	*синхронізатор*	$S(u)$	-	

У модифікованій алґебрі алгоритмів брак операцій кон'юнкції і диз'юнкції, прогнозування, фільтра, контрольної точки і синхронізатора, які є у модифікованій системі алгоритмічних алґебр. Натомість у модифікованій системі алгоритмічних алґебр немає операцій циклічного елімінування і циклічного паралелення. Але застосування цих операцій істотно спрощує аналітичні вирази, подібно як використання операцій циклу і циклічного секвентування.

У модифікованій системі алгоритмічних алґебр для опису послідовностей застосовується операція композиції, яка є асоціативною [16]. Однак алгоритми, процеси і структури є асоціативними тільки у часткових випадках. Отже, модифікована система алгоритмічних алґебр може бути застосована тільки для побудови асоціативних моделей.

Для опису послідовностей у модифікованій алґебрі алгоритмів призначена операція секвентування. Нею можна будувати як асоціативні, так і неасоціативні моделі. У зв'язку з цим для синтезу моделей доцільно застосовувати модифіковану алґебру алгоритмів.

Математичні моделі схем реляційних баз даних

Схема реляційної бази даних, яка утворена однією таблицею, наведена рис. 1.

Таблиця 1				
	Стовпчик 0	Стовпчик 1	...	Стовпчик n-1
Рядок 0	...	...	...	...
Рядок 1	...	...	...	...
Рядок 2	...	...	...	...
...	...	...	...	...
...	...	...	...	...
Рядок m-2	...	...	...	...
Рядок m-1	...	...	...	...

а *б*

Рис. 1. Умовне позначення (а) і структура бази даних – таблиці (б)

Модель бази даних, подана у вигляді формули модифікованої алґебри алгоритмів має такий вигляд:

$$\overbrace{b;\ \ddot{E}x\ \overbrace{d_x;\ \ddot{E}y_x v_{x,y}}
\begin{cases}
; \\
\overbrace{t;\ \ddot{E}z\ \overbrace{a_z;\ \overbrace{d_z;\ va_z}}} \\
; \\
\ddot{E}k\ c_k
\end{cases}}$$

де b – назва бази даних, x – змінна кількості доменів бази даних, d_x – змінна назв доменів, y_x – змінна кількості властивостей доменів, $v_{x,y}$ – змінна назв і значень властивостей доменів, t – назва відношення, z – змінна кількості атрибутів відношення, a_z – назва і значення z-го атрибуту відношення, d_z – домен з z-им відношенням, va_z – властивість z-го атрибуту, k – змінна кількості ключів відношення, c_k – назва і значення k-го ключа відношення.

Схема бази даних з багатьма таблицями наведена на рис. 2. Зафарбованим ромбом і лініями показані наявні зв’язки між таблицями.

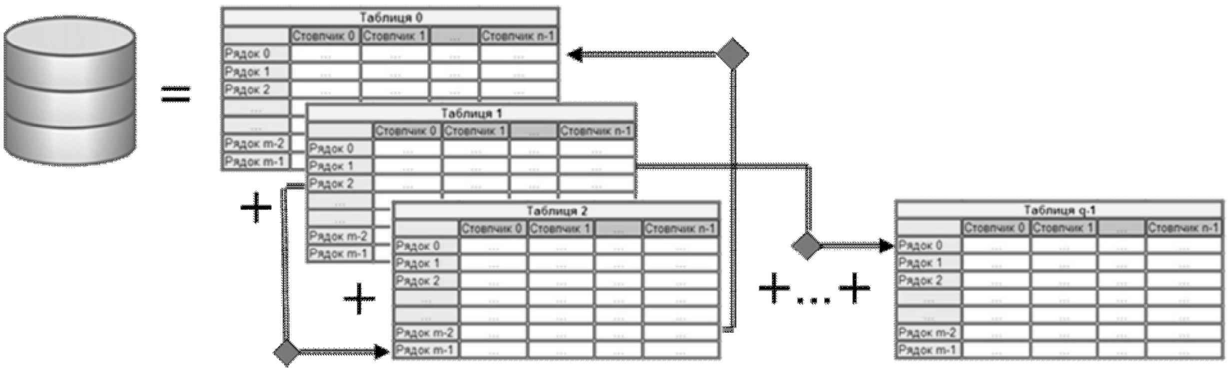

Рис. 2. Схема бази даних з багатьма таблицями

Модель бази даних з багатьма таблицями, подана у вигляді формули модифікованої алґебри алгоритмів має такий вигляд:

$$\overbrace{b;\ \ddot{E}x\ \overbrace{d_x;\ \ddot{E}y_x v_{x,y}}
\begin{cases}
; \\
\ddot{E}r \begin{cases}
\overbrace{t_r;\ \ddot{E}z_r\ \overbrace{a_{r,z};\ \overbrace{d_{r,z};\ va_{r,z}}}} \\
; \\
\ddot{E}k_r\ c_{r,k}
\end{cases}
\end{cases}}$$

де r – змінна кількості таблиць бази даних, $r \in \overline{0, 1, \ldots\ p\text{-}1}$.

На рис.3 наведено схему сховища баз даних, яка утворена q базами даних.

Модель схеми сховища баз даних, подана у вигляді формули модифікованої алґебри алгоритмів є такою:

$$\ddot{E}s\ \overbrace{b_s;\ \ddot{E}x_s\ \overbrace{d_{s,x};\ \ddot{E}y_{s,x} v_{s,x,y}}
\begin{cases}
; \\
\ddot{E}r_s \begin{cases}
\overbrace{t_{s,r};\ \ddot{E}z_{s,r}\ \overbrace{a_{s,r,z};\ \overbrace{d_{s,r,z};\ va_{s,r,z}}}} \\
; \\
\ddot{E}k_{s,r}\ c_{s,r,k}
\end{cases}
\end{cases}}$$

де s – змінна кількості баз даних, $s \in \overline{0, 1, \ldots\ q\text{-}1}$.

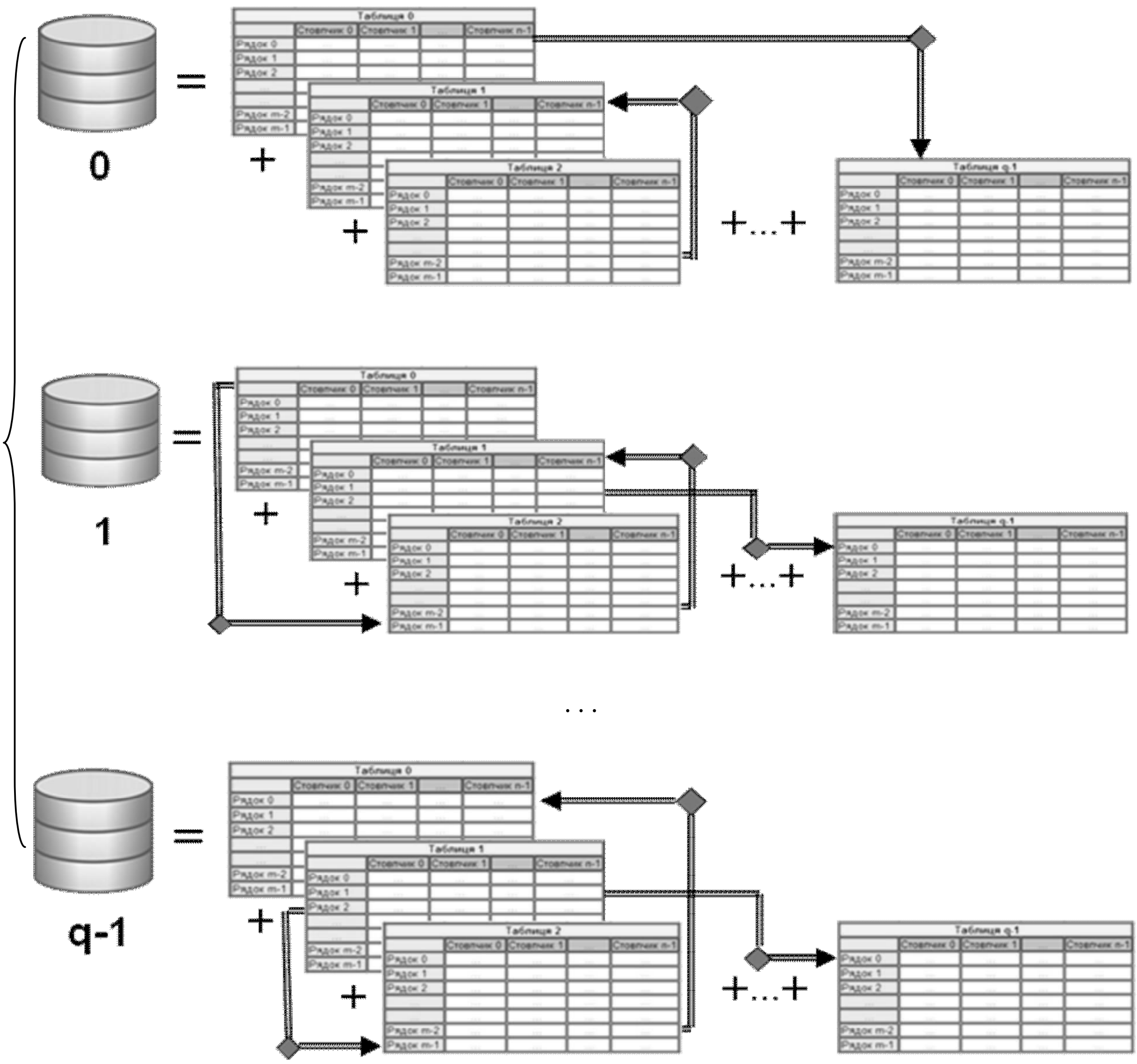

Рис. 3. Сховище баз даних

Висновки

Застосування для побудови математичних моделей операцій циклічного елімінування і циклічного паралелення модифікованої алґебри алгоритмів є засобами отримання компактніших аналітичних виразів.

Модифікована алґебра алгоритмів забезпечує побудову як асоціативних, так і неасоціативних моделей.

Математичні моделі схем баз даних порівняно з традиційними схемами баз даних є значно компактнішими, потребують менших затрат на зберігання і передавання по каналах зв'язку.

1. Клайн М. Математика. Поиск истины / Перевод с англ. – М.: Мир, 1988. – 295 с. 2. Драґан Я., Овсяк В. Системний аналіз і методологія алгебри алгоритмів // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка", "Комп'ютерні науки та інформаційні технології". – 2012. – № 732. – С. 91–95. 3. Драґан Я., Овсяк В.,Овсяк О. Методологія синтезу моделей алгоритмічної складової автоматів // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка", "Комп'ютерні науки та інформаційні технології". – 2012. – № 744. – С. 215–221. 4. Пешель М. Моделирование сигналов и систем. – М.: Мир, 1981. – 302 с.

5. Шеннон К.Э. Универсальная машина Тьюринга с двумя внутренними состояниями // Автоматы. Сб. Статей под ред. К.Э. Шеннона и Дж. Маккарти, перев. с англ. А.А. Ляпунова. – М.: ИИЛ, 1956. – 406 с. – С. 226–254. 6. Драґан Я., Медиковський, Шаховська Н. Системний аналіз і проблема простору даних в інформаційних технологіях //Вісник Нац. ун-ту "Львіська політехніка", "Комп'ютерні науки та інформаційні технології". – 2011. – № 719. – С. 46–52. 7.Kleene S.C.: Origins of recursive function theory. Annals of the Theory of Computing, vol. 3, No. 1, Jan. 1981, – P. 52–67. 8.Church A.: An unsolvable problem of elementary number theory. American Journal of Mathematics, vol. 58 (1936), – P. 345–363. 6.Turing A. M.: On computable numbers, with an application to the Entscheidungs problem. Proceedings of London Mathematical Society, series 2, vol. 42 (1936-1937), – P. 230–265. 10.Post E. L. Finite Combinatory Processes - Formulation 1. Journal of Symbolic Logic, 1, 1936. – P. 103–105. 11.Марков А.А. Теория алгорифмов //Труды МИАН. – Т.38. 1951. – С. 176–189. 12. Колмогоров А.Н. О понятии алгоритма //УМН. – Т.8, вып. 4 (56). 1953. – С. 175–176. 13. Schönhage A.: Universelle Turing Speicherung. In J. Dörr and G. Hotz, Editors, Automatentheorie und Formale Sprachen, Bibliogr. Institut, Mannheim, 1970. – P. 369–383. 14.Aho A.V, Hopcroft J.E, Ullman J.D.: The design and analysis of computer algorithms. Addison-Wesley Publishing Company, 1974. 15. Криницкий Н.А. Алгоритмы вокруг нас. - М.: Наука. 1984. – 224 с. 16.Глушков В.М., Цейтлин Г.Е., Ющенко Е.Л. Алгебра. Языки. Программирование. – К.: Наук думка, 1978. – 320 с. 17.Цейтлин Г.Е. Введение в алгоритмику. – К. : Сфера, 1998. – 310 с. 18.Овсяк В.К. Засоби еквівалентних перетворень алгоритмів інформаційно-технологічних систем //Доповіді Нац. акад. наук України, № 9, 1996. – С. 83–89. 19.Owsiak W., Owsiak A., Owsiak J. Teoria algorytmów abstrakcyjnych i modelowanie matematyczne systemów informacyjnych. - Opole: Politechnika Opolska, 2005. – 275 s. 20.Owsiak W., Owsiak A. Rozszerzenie algebry algorytmów //Pomiary. Automatyka. Kontrola. №2, 2010. – S. 184–188. 21.Овсяк О.В.,Овсяк В.К., Модифицированная алгебра алгоритмов и инструментальные средства обработки формул алгебры алгоритмов //Управляющие системы и машины, №1, 2013. – С. 27–36. 22.Цейтлин Г.Е., Яценко Е.А. Элементы алгебраической алгоритмики и объектно-ориентированный синтез параллельных программ //Математические машины и системы. 2003. – № 2. – С. 64–76.