

МЕТОД РЕКОНСТРУКЦІЇ ПОВЕРХНІ З ІНТЕРФЕРОГРАМИ БІЛОГО СВІТЛА НА ОСНОВІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ГІЛЬБЕРТА

© Хома А., 2014

Опрацьовано теоретичні основи інтерферометрії білого світла та проаналізовано математичну модель інтерферограми. Розроблено метод визначення топології поверхні із фази сигналу інтерферограми за допомогою його квадратурної компоненти, одержаної на основі перетворення Гільберта. Досліджено роботу запропонованого алгоритму на похилій та сферичній поверхнях, а також встановлено та проаналізовано основні джерела та причини виникнення похибок під час їх реконструкції.

Ключові слова: реконструкція топології поверхні, інтерферометрія білого світла, інтерферометр Майкелсона, аналітичний сигнал, перетворення Гільберта.

In this paper theoretical fundamentals of white light interferometry and mathematical model of interferogram were analyzed. The method of topography reconstruction from phase of white-light interferogram based on amplitude demodulation using Hilbert transform was developed. The verification of introduced algorithm on tilted and sphere surface is presented and the main sources of reconstruction errors were analyzed.

Key words: surface topology reconstruction, white light interferometry, Michelson interferometer, analytic signal, Hilbert transform.

Вступ

Інтерферометрія білого світла є безконтактним методом вимірювання, поширеним для визначення механічних величин, як от геометричні розміри, позиція, топографія поверхні досліджуваного об'єкта. Вона дає змогу вимірювати в діапазоні від кількох сантиметрів до кількох мікрометрів. Перевагами інтерферометрії є висока швидкість сканування та велика область вимірювання.

Інтерферометрія білого світла в поєднанні з атомно-силовою мікроскопією та раманівською спектроскопією широко застосовується для вимірювання низки параметрів із нанометровою роздільною здатністю, зокрема геометричних розмірів, форми, товщини, шорсткості, хвилястості, кривизни. Явище інтерференції покладено в основу принципу роботи багатьох вимірвальних приладів, а саме мікроскопів, профілометрів, віброметрів, сенсорів тиску і переміщення. Основними сферами використання інтерферометрів білого світла є мікро- і нанотехнології, біомеханіка, хімія полімерів, напівпровідникова техніка та ін. В нанотехнологіях інтерферометрія білого світла застосовується для нанопозиціонування в 3D-координатних системах, нормування метрологічних характеристик матеріальних еталонів, що надалі використовують для калібрування атомних силових мікроскопів. Цікавою технологією підвищення твердості та механічної стійкості пластикових виробів є покриття їх наноалмазними плівками, для контролю якості яких можуть застосовуватися інтерферометри білого світла [1].

На цей час механічні та електронні вузли інтерферометрів забезпечують реєстрацію інтерферограм з високою точністю і відтворюваністю. Але достовірність відтворення топографії поверхні залежить не лише від точності вимірювання інтерферометричної картини, але й від алгоритмів, за допомогою яких здійснюють її аналіз та реконструкцію. При цьому вкрай важливо забезпечити стійкість алгоритмів до впливу шумів, оптичних нелінійностей та інших небажаних чинників. Іншою важливою вимогою до цих алгоритмів є можливість реконструкції поверхні без

апріорних даних про неї. Про актуальність завдань із розроблення таких алгоритмів свідчать численні публікації [2–4].

Оглядом літератури встановлено, що більшість сучасних методів для визначення топології поверхні на основі інтерферограми білого світла ґрунтуються на алгоритмах так званого фазового зсуву. Такий підхід принципово вимагає прецизійного механічного переміщення деяких вузлів інтерферометра (зазвичай опорного дзеркала), що, своєю чергою, ускладнює будову інтерферометра та збільшує часові затрати під час вимірювань. У багатьох випадках, наприклад, коли йдеться про побудову мініатюрних недорогих систем або про опрацювання даних у реальному часі, вказані недоліки є критичними.

Метою роботи є розроблення ефективного та точного алгоритму для визначення топографії поверхні з її інтерферограми, на основі мінімальної кількості інтерферометричних картин.

Теоретичні основи інтерферометрії білого світла

Інтерференція як явище накладання двох чи більше електромагнітних хвиль призводить до підсилення та послаблення результуючої (сумарної) хвилі в кожній конкретній точці простору. Основною умовою виникнення інтерференційної картини є когерентність хвиль, що накладаються. Оскільки когерентні хвилі повинні мати незмінну в часі різницю фаз, то на практиці їх вдається одержати розділенням світлового променя, сформованого одним і тим самим джерелом випромінювання. Наслідком когерентності є стаціонарність в часі інтерферометричної картини, що забезпечує однозначну залежність її характеру від параметрів досліджуваного об'єкта. Слід також зазначити, що інтерференція може спостерігатися як для монохроматичного (лазерне випромінювання), так і білого (галогенні лампи) світла.

Вимірювальний прилад, принцип роботи якого ґрунтується на явищі інтерференції, називається інтерферометром. Одним із найпоширеніших видів інтерферометра є інтерферометр Майкелсона. Будову цього приладу зображено на рис. 1. Основними структурними елементами інтерферометра є джерело світла Q , розділювач світла ST , два дзеркала $S1$ і $S2$ та екран. Також для покращення якості інтерферометричного зображення застосовується низка додаткових елементів, як от поляризатори, лінзи, коліматори, світловоди тощо. Оскільки їх роль у процесі формування інтерферограми не є принциповою, то для спрощення подальшого аналізу їх вплив не враховуватиметься.

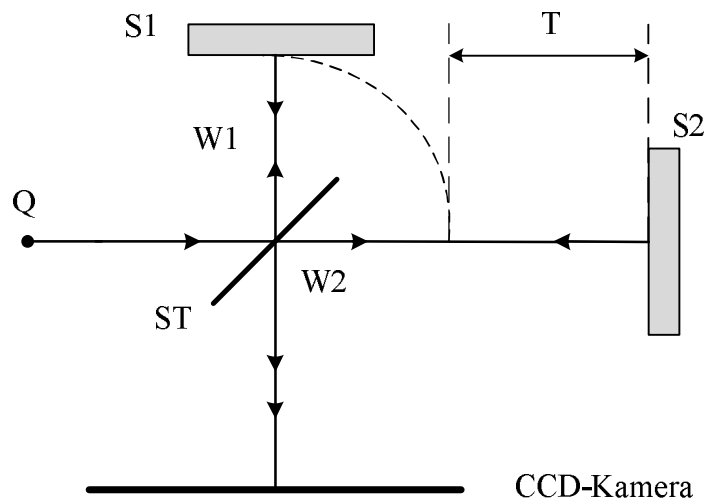


Рис. 1. Оптична схема інтерферометра Майкелсона [5]

Інтерферометр Майкелсона працює так: хвиля із джерела світла поділяється розділювачем на дві хвилі $W1$ і $W2$, що спрямовуються до відповідних дзеркал $S1$ і $S2$. Хвилі відбиваються від дзеркал і повертаються до розділювача хвилі ST , де вони накладаються. Результат накладання хвилі спостерігається на екрані та реєструється CCD-камерою. Явище підсилення і послаблення результуючої хвилі спостерігається через оптичну різницю фаз T . Потрібно зазначити, що максимальна інтенсивність інтерферограми (світлі ділянки) спостерігається в точках, де оптична

різниця фаз T дорівнює нулю і, навпаки, темні ділянки інтерферограми відповідають точкам, коли хвилі знаходяться у протифазі, компенсуючи одна одну.

На рис. 2 представлені інтерферограми білого світла для сферичної поверхні, отримані для джерел світла з різними параметрами. Слід зауважити, що вигляд інтерферограми залежить від спектральної ширини і центральної довжини хвилі. Інтерферограма справа містить кольорові кільця різної товщини, які швидше згасають у міру віддалення від центра, оскільки одержана за використання джерела світла із ширшою спектральною густиною, розташованою в центрі видимого діапазону. Інтерферограму зліва одержано за використання джерела світла із вузькою спектральною густиною, розташованою на краю видимого діапазону, тому ширина інтерференційних кілець змінюється незначно, краще зберігається їх контрастність у міру віддалення від центра, а сама інтерференційна картина більш монохроматична.

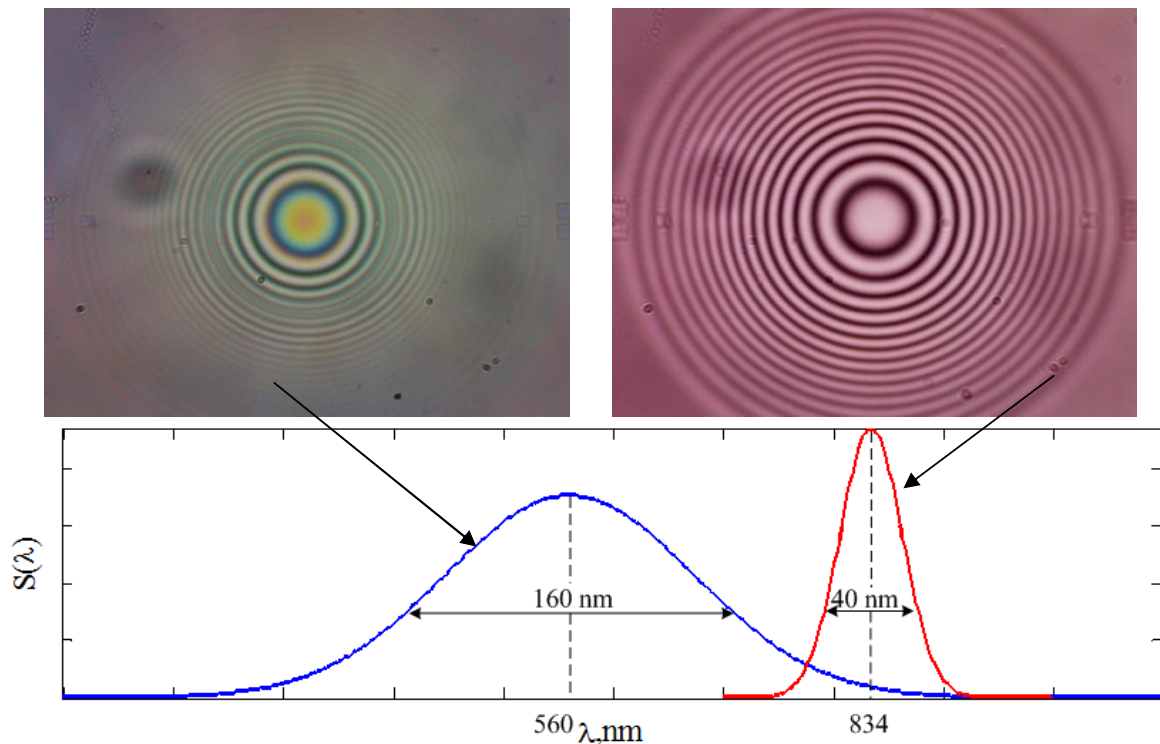


Рис. 2. Реальні інтерферограми сферичної поверхні для різних джерел світла

Математична модель інтерферограми білого світла описується такими формулами [5,6]:

$$I(T) = I_0 + E(T) \cdot C(T); \quad (1a)$$

$$E(T) = I_M \cdot \exp\left(-\frac{4 \cdot \Delta I^2 \cdot T^2}{I_0^4}\right) \text{ (огинаюча);} \quad (1б)$$

$$C(T) = \cos\left(\frac{4 \cdot p}{I_0} \cdot T\right) \text{ (несуча),} \quad (1в)$$

де I_0 і I_M – відповідно стала складова та амплітуда огинаючої сигналу інтенсивності інтерферограми; T – оптична різниця фаз; λ_0 і $\Delta\lambda$ – центральна довжина хвилі та ширина спектральної густини джерела світла.

Як впливає із поданих рівнянь, форма несучої сигналу інтерферограми визначається двома параметрами: оптичною різницею фаз T та центральною довжиною хвилі λ_0 . На характер огинаючої, окрім цих двох параметрів, значною мірою впливає також ширина спектра $\Delta\lambda$. Підтвердженням цього впливу може бути рис. 2. Така математична модель справедлива і для інтерферограми монохроматичного світла, оскільки в цьому випадку ширина спектра $\Delta\lambda$ прямує до нуля і, як наслідок, відсутня амплітудна модуляція.

Розроблення концепції методу реконструкції топології поверхні

Проаналізувавши рівняння (1), можна зробити висновок, що шукана величина T є аргументом одночасно як функції огинаючої $E(T)$, так і несучої $C(T)$. Однак аналізом фази несучої можна досягти вищих чутливості та точності, ніж аналізуючи амплітуду огинаючої. Крім того, частота чи фаза як інформативний параметр порівняно з амплітудою є стійкішою до впливу завад. Отже, доцільно розробляти методи для визначення топології поверхні із фази несучої інтерферограми.

З погляду теорії сигналів інтерферограму можна трактувати як сигнал із амплітудно-фазовою модуляцією, в якому інформативним параметром є оптична різниця фаз T , а коефіцієнтами модуляції є параметри джерела світла. Очевидно, що для поставленого завдання (визначення фази несучої) необхідно насамперед усунути вплив амплітудної модуляції, яка описується рівнянням несучої. Для цього можна застосувати аналітичне представлення сигналу, яке дає змогу поширити поняття амплітуди і фази на негармонічні сигнали [7].

Аналітичним сигналом називається комплексний сигнал, дійсна складова якого є аналізованим сигналом, а уявна – його ортогональним доповненням:

$$X(T) = E(T)\cos(w \cdot T) + Q(T)\sin(w \cdot T), \quad (2)$$

де $E(T)$ та $Q(\omega T)$ – амплітуди синфазної та квадратурної складових; $\omega = 4\pi / \lambda_0$.

Якщо під час опрацювання інтерферометричного сигналу спершу виділити синфазну $s(T) = E(T)\cos(w \cdot T)$ та квадратурну $s_{\perp}(T) = Q(T)\sin(w \cdot T)$ складові, а потім поділити їх одна на одну, то в результаті отримаємо сигнал, пропорційний тангенсу фази несучої:

$$\frac{s_{\perp}(T)}{s(T)} = \frac{Q(T)\sin(w \cdot T)}{E(T)\cos(w \cdot T)} = \frac{Q(T)}{E(T)} \cdot \operatorname{tg}(w \cdot T). \quad (3)$$

У випадку $E(T) = Q(T)$ рівняння набуде вигляду:

$$\frac{s_{\perp}(T)}{s(T)} = \operatorname{tg}(w \cdot T), \quad (4)$$

а фазу можна визначити, застосовуючи функцію арктангенса

$$f = \operatorname{arctg} \frac{s_{\perp}(T)}{s(T)}. \quad (5)$$

Із зіставлення виразів (1) і (2) стає очевидним, що сигнал інтерферограми $I(T)$ можна розглядати як синфазну складову $s(T)$, але для цього необхідно попередньо вилучити адитивне зміщення I_0 . Отже, щоб одержати вираз (5), необхідно сформувати відповідний квадратурний сигнал (з однаковою амплітудою і зсунутою фазою на 90°), після чого вимірювальну величину T можна обчислити за такою формулою:

$$T = \frac{I_0}{4 \cdot p} \cdot \operatorname{arctg} \frac{I_{\perp}(T)}{I(T) - I_0}, \quad (6)$$

де $I_{\perp}(T)$ – квадратурний сигнал, отриманий із сигналу інтерферограми після вилучення сталої складової.

По суті практична реалізація цього методу зводиться до задачі формування квадратурного сигналу інтенсивності інтерферограми. Графічну інтерпретацію запропонованого методу наведено на рис. 3.

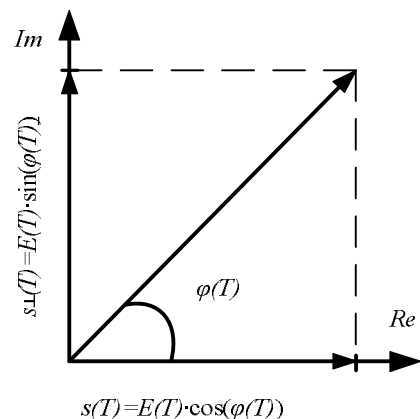


Рис. 3. Графічне представлення фазової демодуляції за допомогою квадратурного сигналу

Теоретично найточніший метод визначення квадратурного сигналу інтерферограми без використання апріорних даних про тип поверхні ґрунтується на перетворенні Гільберта [8]. Перетворення Гільберта для деякого дійсного сигналу $s(T)$ забезпечує формування його ненульового “квадратурного еквівалента” $s_{\perp}(T)$, який задовольняє таку умову:

$$\int_{-\infty}^{\infty} s(T) \cdot s_{\perp}(T) dT = 0. \quad (7a)$$

Аналітичний вираз перетворення Гільберта має вигляд [7]:

$$s_{\perp}(T) = \frac{1}{p} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(t)}{T-t} dt, \quad (7b)$$

де $s(\tau)$ і $s_{\perp}(T)$ – аналізований вхідний сигнал та його квадратурна компонента (вихідний сигнал); τ і T – аргумент (незалежна змінна) для вхідного і вихідного сигналів.

Наведений вираз можна трактувати як згортку сигналу $s(T)$ із функцією $h(T) = 1/\pi T$, яка, по суті, є ядром гільберт-перетворення. Отже, перетворення Гільберта формує ортогональне (квадратурне) доповнення вхідного сигналу, здійснюючи фазовий зсув на 90° кожної гармоніки, наявної у спектрі аналізованого дійсного сигналу $s(T)$.

У дискретному вигляді перетворення Гільберта описується виразом:

$$s_{\perp}(m) = \frac{1}{p} \sum_{n=1}^{N-1} \frac{s(n)}{n-m}, \quad (8)$$

де $s(n)$ і $s_{\perp}(m)$ – вибірки вхідного та вихідного квадратурного сигналів; n і m – аргументи вхідного та вихідного сигналів.

Тобто, алгоритм реконструкції поверхні за методом фазової демодуляції складається із таких пунктів:

- завантаження або симуляція даних інтерферограми і параметрів інтерферометра;
- вилучення сталої складової I_0 ;
- обчислення квадратурного сигналу інтерферограми за допомогою перетворення Гільберта;
- демодуляція інтерферограми з подальшим обчисленням фази;
- візуалізація реконструйованої поверхні.

Очікуваною перевагою такого алгоритму є його незалежність від форми поверхні досліджуваного об’єкта, типу джерела світла, а також від реальних числових значень параметрів математичної моделі. Крім того, запропонований алгоритм володіє потенційно високою швидкістю через відсутність рекурсивних або ітераційних обчислень. Наступним етапом після розроблення концепції є його практична імплементація на конкретній платформі з подальшою верифікацією та аналізом результатів.

Верифікація розробленого методу та аналіз результатів

Реалізують та верифікують алгоритму у програмному середовищі MATLAB, яке відзначається зручним інтерфейсом користувача, гнучкою скриптовою мовою та численними бібліотеками для опрацювання і візуалізації даних. З метою усунення впливу різного роду потенційних дестабілізуючих факторів (шуми, завади, оптичні спотворення тощо) під час аналізу роботи алгоритму використовуватимуться дані, одержані за допомогою імітаційного моделювання. Для досліджень вибрано два типи поверхонь: похилу (рис. 4, а) та сферичну (рис. 4, б).

Відповідні інтерферограми (рис. 5) було отримано за формулами (1), при цьому вибрано такі параметри джерела світла та CCD-камери:

- стала складова сигналу – $I_0 = 2$;
- модуляційна амплітуда – $I_M = 2$;
- центральна довжина хвилі – $\lambda_0 = 620$ нм;
- відхилення довжин хвиль (ширина спектра) – $\Delta\lambda = 62$ нм;
- кількість даних по осях x та y – 800×800 точок;
- оптична різниця фаз у центрі інтерферограми дорівнює нулю.

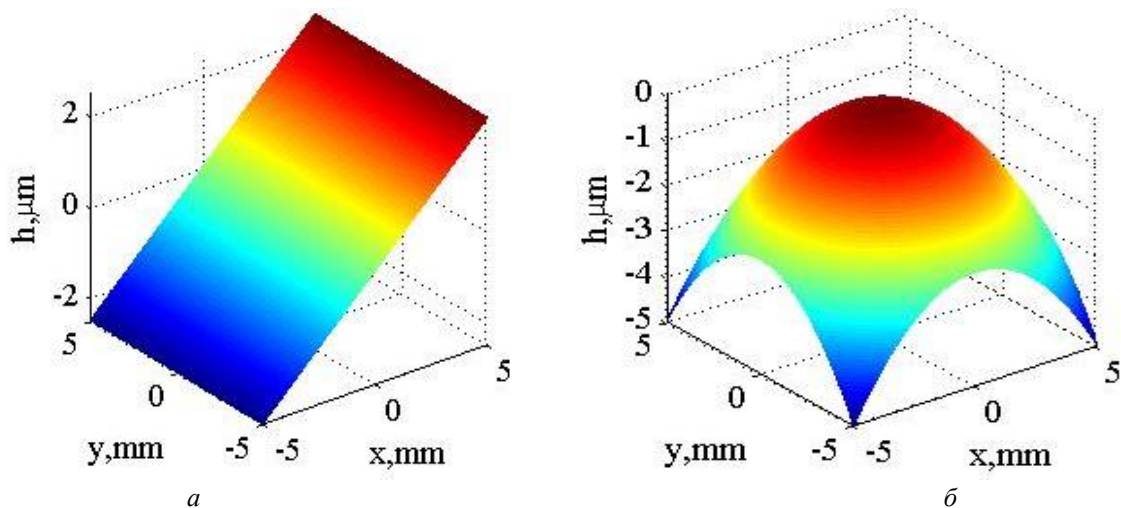


Рис. 4. Вигляд модельованих поверхонь: а – похила, б – сферична

З метою спрощення спочатку розроблення алгоритмів стосуватиметься лише одновимірних даних, тобто однієї лінії інтерферограми. Як зазначалося вище, для правильного визначення квадратурного сигналу необхідно спочатку вилучити сталу складову. Для цього було використано функцію MATLAB *mean(*)* [9]. Слід зазначити, що перетворення Гільберта автоматично усуває сталу складову, тому цю операцію можна виконати як до, так і після формування квадратурного сигналу.

У MATLAB дискретне перетворення Гільберта реалізується вбудованою функцією *hilbert(*)*. Особливістю цієї функції є те, що вона повертає не лише квадратурну $s_{\perp}(T)$, але і дійсну $s(T)$ складові:

$$s(m) + js_{\perp}(m) = \text{hilbert}[s(n)]. \quad (9)$$

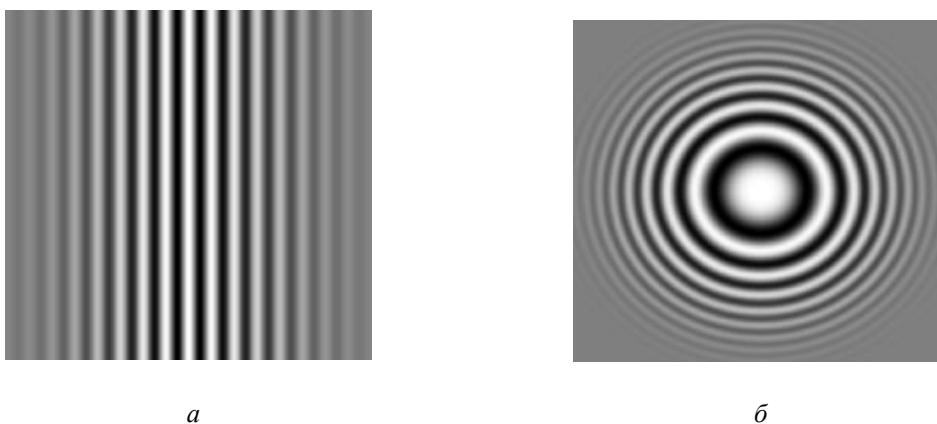


Рис. 5. Вигляд інтерферограм для модельованих поверхонь: а – похила, б – сферична

Тому для визначення фази сигналу за формулою (5) насамперед потрібно виділити дійсну та уявну частини. Це завдання можна реалізувати, використавши відповідно функції *real(*)* та *imag(*)*.

Сигнал, одержаний після обчислення фази інтерферограми, характеризується низкою стрибкоподібних переходів, зумовлених неврахуванням періодичності функції арктангенс. Відтак, наступним етапом є усунення цих розривів за допомогою спеціальної процедури – так званого розгортання фази (англ. – *phase unwrapping*). На практиці розгортання фази можна зреалізувати за допомогою вбудованої функції *unwrap(*)* у пакеті MATLAB [9]. Ця функція працює так: якщо різниця між двома сусідніми значеннями більша $\pm\pi$, то значення доповнюється на $\pm 2\pi$.

Після кроку розгортання фази можна обчислювати топологію поверхні за виразом (6). Однак слід зазначити, що між оригінальною та реконструйованою поверхнями спостерігається систематичне зміщення. У випадку оригінальної поверхні система координат по осі y має абсолютний характер, оскільки нульовий пункт ($T=0$) відповідає такому положенню поверхні, коли різниця

оптичного ходу променів дорівнює нулеві. Для реконструйованої поверхні система координат має відносний характер, оскільки функція арктангенс завжди повертає величини в межах першого періоду $[-\pi; +\pi]$ без врахування члену $2\pi \times k$, тобто інформація про абсолютне значення періоду втрачається. Оскільки згладнення за допомогою функції *unwrap(*)* відбувається зліва направо, то крайні ліві точки завжди лежатимуть у межах першого періоду. Цей ефект не є критичним, оскільки при визначенні топології поверхні важливим є відносне, а не абсолютне положення точок поверхні. Разом з тим це явище можна усунути, аналізуючи функцію огинаючої. Точка, де огинаюча сягає максимуму (точка симетрії інтерферограми), збігається з істинним початком координат (оптична різниця ходу дорівнює нулеві), а значення реконструйованої поверхні в цій точці по суті і є сталим змещенням. Для усунення систематичного зсуву необхідно відняти від кожної точки реконструйованої поверхні значення в точці, де огинаюча максимальна:

$$h_{corrected}(x, y) = h_{reconstructed}(x, y) - h(x_{Ienv,max}, y_{Ienv,max}). \quad (10)$$

Результати використання методу фазової демодуляції інтерферограми для реконструкції топології поверхні за описаним вище алгоритмом наведено на рис. 6. Як видно з наведених графіків, у випадку похилої площини реконструйована та оригінальна поверхні ідентичні, а для сферичної спостерігаються суттєві відхилення, особливо на краях. Можливою причиною є те, що несуча у випадку сферичної поверхні має явно виражений несинусоїдальний характер. Відтак необхідно провести додаткові дослідження стосовно правомірності застосування формули (5) до сигналів такого типу. Також важливо зауважити, що, застосовуючи метод фазової демодуляції для реконструкції поверхні, бажано використовувати ціле число періодів інтерферограми, оскільки за таких умов результати роботи алгоритму є найкращими.

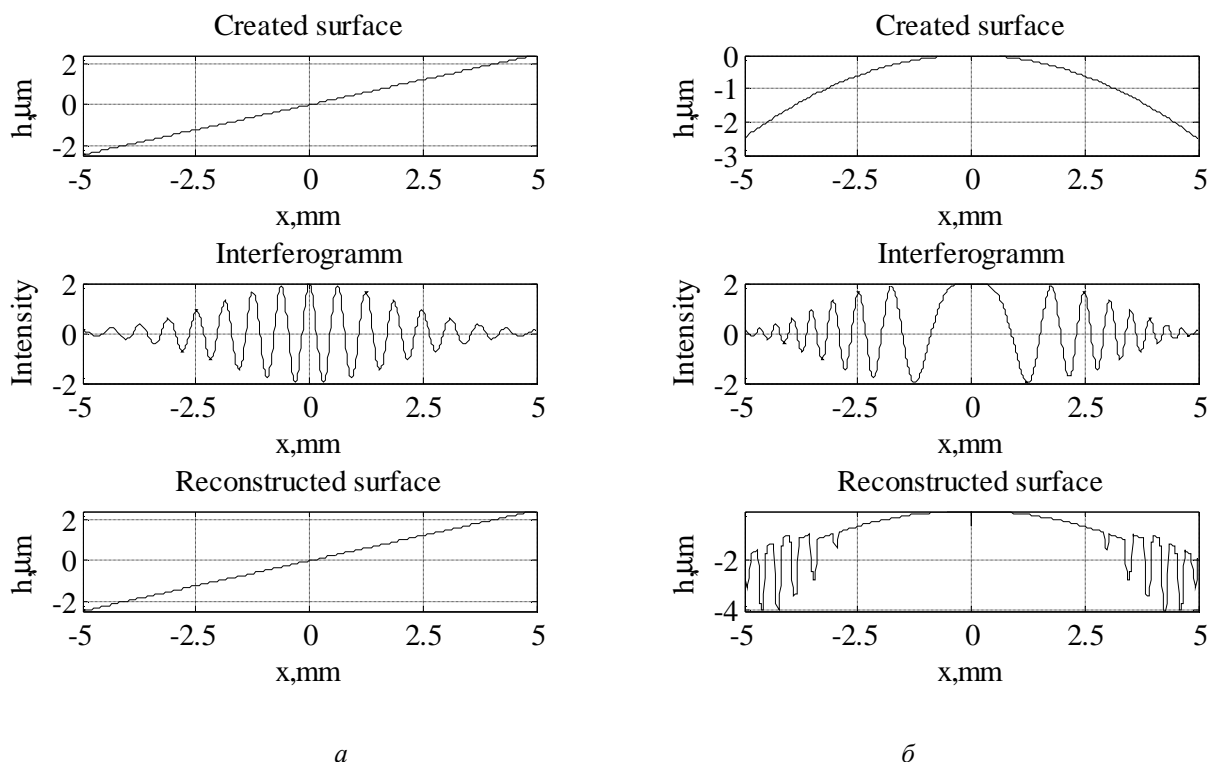


Рис. 6. Результати використання методу квадратурної демодуляції:
а – похила, б – сферична поверхня

Висновки

Розглянуто можливість реконструкції топології поверхні із інтерферограми білого світла за допомогою квадратурного сигналу. Наведено основні теоретичні положення, зокрема будову та принцип роботи інтерферометра білого світла, залежність характеру та форми інтерферограми від параметрів джерела випромінювання. Також проаналізовано математичну модель інтерферограми.

Запропоновано метод визначення топології поверхні, що ґрунтується на фазовій демодуляції за допомогою квадратурного сигналу, одержаного на основі перетворення Гільберта. Здійснено верифікацію на симульованих даних для двох випадків: лінійної та сферичної поверхонь. Одержані результати свідчать, що запропонований метод ефективний лише для лінійних поверхонь. Крім того, існує низка інших обмежень, як от необхідність визначення і усунення сталої складової, використання цілого числа періодів, тощо. Відтак доцільними є подальші дослідження, спрямовані на пошук нових підходів для аналізу сферичних та інших нелінійних поверхонь.

1. *Ajay Kumar etc. Formation of nanodiamonds at near-ambient conditions via microplasma dissociation of ethanolvapour // Nature Communications, 4, 2013.* 2. *Jirí Novák. Computer analysis of interference fields using MATLAB // In: MATLAB 2002. Prague : HUMUSOFT, 2002, p. 406-410.* 3. *Kieran G. Larkin. Efficient nonlinear algorithm for envelope detection in white light interferometry // J. Opt. Soc. Am. A/ Vol. 13, No. 4/ April 1996, 832-843.* 4. *Masaaki Adachi. Phase-Shift Algorithm for White-Light Interferometry. Insensitive to Linear Errors in Phase Shift // Kakuma-machi, Kanazawa, 920-1192, Japan.* 5. *Кальянов А.Л. и др. Оптическая низкокогерентная интерферометрия и томография. Саратов, 2009, 86 с..* 6. *Thomas Seiffert: Schnelle Signalvorverarbeitung in der Weißlichtinterferometrie durch nichtlineare Signalaufnahme – Stuttgart 2004.* 7. *А.Б.Сергиенко "Цифровая обработка сигналов" 2-е изд.: Пупер,2006. – 751с.* 8. *Sang, Wolfram: Entwicklung und Implementierung eines Verfahrens zur Auswertung von Weißlichtinterferogrammen zur Bestimmung der dreidimensionalen Oberflächentopographie von Mikro- und Nanostrukturen als Anwendung für eine Nanopositionier- und –messmaschine. Diplomarbeit –Technische Universität Ilmenau,2006.* 9. <http://www.mathworks.de/products/matlab/>.