

ун-т "Львів. політехніка". – Л., 2014. – Бібліогр.: 2 назви. 8. Lisa Harris (2010) *Community in the Electronic Classroom: Virtual Social Networks and Student Learning*. VDM Verlag Dr. Müller. P. 304. 9. Korz, R., Peleshchynshyn, A., Syerov, Y., Fedushko, S. (2014). "The cataloging of virtual communities of education thematic." *Webology*, 11(1), Article 117. Available at: <http://www.webology.org/2014/v11n1/a117.pdf> 10. Кудін А.П., Кархут В.Я., Франчук В.М. Інформаційно-комунікаційні технології та управління діяльністю вищого навчального закладу: освітній портал. Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. Серія педагогічна / [редкол.: П.С.Атаманчук (голова, наук. ред.) та ін.]. – Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2010. – Вип. 16: Формування професійних компетентностей майбутніх вчителів фізико-технологічного профілю в умовах євроінтеграції. С. 26-29. 11. *Verification of the Socio-demographic Characteristics of Virtual Community Members* / S. Fedushko, A. Peleshchynshyn, R. Korzh, Yu. Syerov // Сучасні проблеми радіоелектроніки, телекомунікацій, комп'ютерної інженерії: матеріали XII Міжнар. конф., присвяч. 170-річчю заснування Національного університету "Львівська політехніка", 25.02–01.03 2014 р., Львів, Славське, Україна / Нац. ун-т "Львів. політехніка". – Л. : Вид-во Львів. політехніки, 2014. – С. 632.

УДК [004.942:519.85]:630\*228.3

Л. Лотиш

Національний лісотехнічний університет України

## МАТЕМАТИЧНІ ТА ПРОГРАМНІ АСПЕКТИ МОДЕЛЮВАННЯ ВІКОВОЇ СТРУКТУРИ РОЗВИТКУ ДВОВИДОВОГО ЛІСУ

© Лотиш I., 2014

Розглянуто математичне моделювання еволюції двовидового середньоширотного лісу з врахуванням вікової структури та створено програмне забезпечення для моделювання системи. Моделювання здійснюється числовим аналізом динамічної системи рівнянь методом Рунге–Кутта. Послідовно описано побудову моделі, що враховує як міжвидову конкуренцію, так і інші фактори: освітлення, заболочення, вікову структуру, кількість опадів, зовнішні впливи. Наведено результати моделювання, отримані на створеному програмному комплексі. Показано можливості використання створеної моделі локального рівня для інформаційного забезпечення розроблення та підтримки прийняття рішень у лісовому господарстві.

**Ключові слова:** лісове господарство, прогнозування, інформаційні системи, моделювання.

Simulation is carried out by numerical analysis of the dynamic system equations by the Runge-Kutta method. Consistently described the construction of a model that takes into account both interspecies competitionand ranks of other factors: light, water-logging, age structure, rainfall, external influences. The results of simulation obtained on the created software. The possibilities of using the created model local level to ensure the development of an information and decision support in forest management.

**Key words:** forestry, forecasting, information systems, modeling.

### Постановка проблеми

Ліс як об'єкт господарської діяльності людини одночасно є і об'єктом наукових досліджень, оскільки лісові насадження – це складне природне утворення. Ліс – складова географічного ландшафту і із сукупності різних видів дерев, чагарників, трав, мохів, тварин і мікроорганізмів, що

є взаємозалежними і впливають один на одного і на навколоишнє середовище. Однак ліс слід розглядати не тільки в просторі, але і в часі, враховуючи його власний розвиток. Ці динамічні процеси є результатом складних взаємовідносин між організмами (боротьба за існування і природний відбір, постійне оновлення та розвиток, зміна вікового складу, процеси обміну речовин і енергії). Вивчати лісові біогеоценози необхідно комплексно, усьому різноманітті зв'язків між його частинами і процесами, що відбуваються всередині нього. Це необхідно робити за системним підходом, тобто принципом системності в пізнанні біологічних явищ природи – як в деталях, так і загалом. Лісові біогеоценози характеризуються високою мінливістю в просторі, оскільки умови мікросередовища в їх межах завжди дещо відрізняються один від одного. Велика варіативність ознак зумовлена і господарською діяльністю людини – все це істотно ускладнює процес досліджень[9].

Моделювання лісових екологічних систем дає змогу передбачити наслідки того чи іншого сценарію, вибравши менш небезпечний і корисний для досліджуваної системи. За допомогою моделей можна доволі швидко прогнозувати наслідки спрямованих дій на багато років й навіть століття. Крім того, безперечним плюсом моделювання та супутнього йому прогнозування є брак негативних або навіть катастрофічних наслідків експериментування на навколоишньому середовищі.

Вікова структура є одним з важливих показників лісового фонду під час оцінювання лісових ресурсів та їх сировинного потенціалу. Вона дає уявлення про площину лісів у межах вікових груп та про запаси деревини, які можна використати як в цьому, так і в наступних десятиліттях.

Стійкість лісу до засухи, заболочення, затінення та забруднення, як і до ряду антропогенних факторів значною мірою залежить від віку самих рослин. Крім господарського значення, враховувати віковий розподіл у математичних моделях важливо і для екології місцевості, в якій знаходиться лісовий масив.

### **Аналіз останніх публікацій та досліджень**

У країнах ЄС дослідження та супутні їм програмні розробки на тему прогнозування розвитку лісових насаджень, підтримки прийняття рішень впроваджуються та використовуються як на регіональному, так і на національному рівнях. Проте комплексні системи лісогосподарського планування в своїй більшості з різних причин застосовують ряд спрощень у розрахунках , зокрема не враховують вікового розподілу (наприклад, розраховують зміну діаметра стовбура, а на його основі з використанням емпіричних відношень розраховують інші характеристики, серед яких вік (Busing,1991; Chave,1999; Bartelink,2000). Серед винятків модель SILVA2, де акцент робиться на приrostі вистоти (Pretzsch, 1992) та модель Moravie M.A. et al.(1997), де насамперед розраховується збільшення радіуса крони, а згодом діаметр і висота з характеристик крони [5].

HARVEST – система підтримки прийняття рішень (СППР), що була розроблена у США як стратегічне дослідження та інструмент планування – дає змогу оцінити просторову структуру наслідків довготривалих стратегій управління деревиною. Модель добре підходить для оцінювання альтернативних стратегій, прогнозування того, які альтернативні ефекти впливають на вік, просторовий розподіл лісів і структуру отриманого лісового ландшафту (Gustafson, Crow, 1999). Проте лісозаготівельну діяльність модель симулює, надаючи цілім масивам нульового значення, припускаючи, що вікова структура лісу не змінюється в процесі відновлення.

Питання розрахунку таксаційних показників з врахуванням вікової структури висвітлено в роботі [7] естонських науковців K. Kiviste, A. Kiviste (2009). За допомогою баз даних лісогосподарських підприємств Естонії було виведено алгебраїчні рівняння знаходження висоти стовбура, його діаметра, об'єму залежно від типу лісової ділянки, домінуючих видів та їхнього віку. Модель входить до естонської державної системи інформації про ліси та в декілька програмних продуктів для обробки даних лісовпорядкування.

Серед останніх досліджень за цією тематикою варто звернути увагу на систему PlanWise [8] (розробники – учені Шведського університету сільськогосподарських наук A. Korosuo, P. Wikström, 2011), де застосовується підхід багатокритеріального аналізу рішень (Multi-criteria decision analysis

або ж (MCDA). За цим підходом під час планування і моделювання різновікового лісу можна враховувати також негрошові цінності (за принципами сталого розвитку).

### Мета дослідження

Метою публікації є показ можливостей застосування імітаційної комп'ютерної моделі для прогнозування динаміки лісових екологічних систем за різними сценаріями антропогенного впливу. Удосконалити математичну модель розвитку двовидового лісу, описану та розглянуту у роботі [4], враховуючи вікову структуру лісу, та представити її програмну реалізацію.

### Виклад основного матеріалу

Вік насаджень та вікові фази його розвитку є важливими ознаками, що зображають динаміку лісу. Крім того, вони значною мірою характеризують стійкість рослин до забруднення, надмірного зволоження, посухи, хвороб. За розглянутою в роботі [4] системою рівнянь (1), в якій розглядалася еволюція саджанців одного віку, внесемо зміни для зображення вікового розподілу у лісовому масиві:

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = \sum_i (A_i - V_i) u_i + B(P^0 - P) - W, \\ \frac{dV}{dt} = (k_i C_i V_i - D_i) u_i \end{cases} \quad (1)$$

де  $\frac{du}{dt}$  – узагальнений показник родючості – щільність ресурсу ( $\text{кг}/\text{м}^2$ );  $u$  – щільність біомаси листяних порід ( $\text{кг}/\text{м}^2$ );  $u_x$  – щільність біомаси листяних порід ( $\text{кг}/\text{м}^2$ );  $A_i$  – коефіцієнт відновлення ґрунту за рахунок опаду  $i$ -ї породи;  $B$  – коефіцієнт самовідновлення ґрунту ( $1/\text{рік}$ );  $P^0$  – асимптотичне значення родючості за відсутності лісу ( $\text{кг}/\text{м}^2$ );  $V_i$  – швидкість споживання ресурсу (трофічна функція) ( $1/\text{рік}$ );  $C_i$  – корегуючий множник, що описує конкуренцію;  $k_i$  – коефіцієнт росту  $i$ -ї породи;  $D_i$  – коефіцієнт природної смертності дерев ( $1/\text{рік}$ );  $W$  – вплив зовнішніх факторів, найчастіше негативний, тому з від'ємним знаком, ( $\text{кг}/\text{год} \cdot \text{м}^2$ );  $t^0$  – середній час дозрівання лісу (років).

Враховуючи, що інтервали вікових груп суттєво відрізняються від прийнятого в моделі [4] кроку (одиниця) за часом, то залежно від темпів розвитку деревних порід слід додати диференціацію за віком у межах самого інтервалу на вікові групи.

Вікову структуру насаджень зобразимо, користуючись прийнятым у лісогосподарській діяльності поділом на групи віку (молодняки 1-го класу, молодняки 2-го класу, середньовікові, пристигаючі, стиглі, перестійні) та вважатимемо, що двовидову структуру лісового масиву формують бук (як листяна порода) та ялина біла (як хвойна порода) з відповідним класом віку.

При побудові вікової моделі орієнтуємося на модель [3], що являє собою в основі класичну модель Вольтера, з граничними і початковими умовами:

$$u(t,0) = \int_0^{T_m} u(u,T') u(t,T) dT; \quad (2)$$

$$u(0,T) = y(T). \quad (3)$$

Якщо вікова група включає  $p$  років (залежно від класу віку) і розглядається режим, за якого на вході групи надходить одне і те саме значення біомаси  $u_0$ , то на кожний рік за віком ми отримуватимемо такі щільності біомаси [3]:

1-й рік –  $u_0(1+C)$ ;

2-й рік –  $u_0(1+2C), \dots;$

$p$ -й рік –  $u_0(1+pC)$ ;

$C$  – коефіцієнт, що показує, наскільки збільшується вихідна щільність біомаси за рік. Його величина зазвичай становить 0,1–0,18 та залежить від групи, щільності біомаси, родючості. Однак у

межах групи вона змінюється мало. Якщо група відповідно до класу віку складає 10 років, то прийнятий лінійний закон приросту в групі цілком віправданий.

Враховуючи, що повний об'єм біомаси в групі – це сума всіх об'ємів за роками:

$$U[j] = [p + 0,5(1+p)pC[j]] \cdot u_0, \quad (4)$$

то частка біомаси від маси групи, що за кожен рік переходить в іншу групу, можна визначити відношенням:

$$Q[j] = \frac{1 + pC[j]}{p + 0,5(1+p)pC[j]} \quad (4)$$

При цьому введена у (4) функція  $C$  не збігається з визначеною у [4], оскільки містить і  $k$ , і трофічну функцію, причому явно вказано лише залежність  $C$  від  $j$ .

Загалом функцію  $u_i[j]$  можна описати рівняннями, схожими на систему (1), проте замість коефіцієнтів  $C_i^0$  і  $D_i^0$ , вводяться масиви приросту і відмирання  $C_i^0[j]$  і  $D_i^0[j]$ , відповідно.

При  $p=10$  отримаємо:

$$Q_i[j] = 0,1 + \frac{4,5C_i^0[j]}{10 + 5,5C_i^0[j]}. \quad (5)$$

Враховуючи вікову структуру, не можна не враховувати той фактор, що молодняки та стиглі дерева по-різному переходятять засуху, заболоченість та інших факторів. Тому модифікуємо поправкові функції(6), що представлені в [4], за допомогою залежності від віку  $j$ .

$$C_i[j] = C_i^0 \text{Sun}_i[j] \text{Bog}_i[j] \cdot \text{Ext}[j] - \text{Rain}_i[j] \text{ для } j \neq 0 \quad (6)$$

Для  $j=0$ , при виконанні однієї з двох умов:  $N^{btot} > 0$ ,  $N > \sum_{i,j} \Pi u_i[j]$  – виконується той

самий вираз, проте з  $j=0$  і у випадку, коли обидві умови порушуються, то  $C_i[0]=0$ .

Надалі будемо використовувати такі позначення:  $N^{btot}$  – повний “шар води”, що був накопичений за весь час існування лісу;  $N^{cr}$  – критична “товщина”, за якої відбувається різке угнітання лісу.

$$\text{Bog}_i[j] = \text{Bog}_i(N_i^{cr}[j], N^{btot}). \quad (7)$$

Швидкість споживання ресурсу задамо у вигляді:

$$V_i[j] = V_i^p[j] \cdot p \quad (8)$$

Функція  $\text{Rain}_i(u, N)$  дає змогу враховувати негативний вплив засухи на річний приріст біомаси. Ця функція описує загальну кількість опадів за рік  $N(t)$  і враховує необхідні затрати цієї породи на випаровування та внутрішнє споживання води. Вважається, що листяним породам для нормального життя без росту необхідно більше вологи, ніж хвойним[4]. Засуху зображаємо рівнянням:

$$\text{Rain}_i[j] = \begin{cases} \text{Rain}_i \cdot \frac{V_i[j]}{\sum_{i,j'} V_i[j'] \cdot u_i[j']}, & j \neq 0 \\ 0, & j = 0 \end{cases} \quad (9)$$

Врахуємо, що збільшення узагальненого показника родючості відбувається завдяки переробленню щорічного опаду ( $A_i^0$ ) і відмерлої біомаси, тобто дорівнює сумі[4]:

$$A_i[j] = A_i^0 + A_i^1 D_i^0[j]. \quad (10)$$

Для запису системи рівнянь використаємо такий спосіб скорочення: в добутку функцій однакової структури будемо використовувати індекси лише правого множника, тобто запис  $C_i[0] \cdot V_i[0] \cdot u_i[0]$  еквівалентний  $C \cdot V \cdot u[0]$ . У таких позначеннях отримаємо систему (11) [3]:

$$\begin{cases} \dot{u}_i[0] = \sum C V_i[0] \cdot k_i(u'', j) - Q u_i[0] + C k V u_i[0] - D u_i[0] - E x t_i[0], \\ \dot{u}_i[j] = Q u_i[j-1] - Q u_i[j] + C k V u_i[j] - E x t_i[j], \\ \dot{P} = \sum_{ij} (A - V) u_i[j] + B(p^0 - p) - W \end{cases} \quad (11)$$

### Результати моделювання

Одним з основних етапів під час розроблення математичних моделей деревостанів є аналіз, оцінювання та моделювання динамічних процесів, які в них відбуваються. Адекватнеображення зазначених процесів у вигляді математичних моделей надалі дасть змогу розробити достовірніші моделі для прогнозування їх росту і розвитку. Для деревостанів головних лістовірних видів Карпатського регіону в статті як базові прийнято такі ознаки, як віковий склад деревостану та щільність біомаси порід.

Згідно з вищеописаною математичною моделлю було доповнено програмне забезпечення, описане у [4]. Для зображення адекватності створеної моделі було здійснено числові розрахунки в можливих природних умовах. Параметри розрахунку для моделі: кількість груп віку – 6, інтервал вікової групи – 10 років, часовий крок 1 рік, час моделювання – 150 років, кількість опадів за рік – 800 мм.

На рис.1 зображено щільноті біомаси  $u$  листяних (бук) та хвойних (ялина біла) порід, що формують двовидову структуру лісового масиву відповідно до класу віку. Як видно з рис. 1, щільність ресурсу  $P$  ( $\text{кг}/\text{м}^2$ ) швидко зростає до досягнення межі росту породи, після чого темпи приросту знижуються.

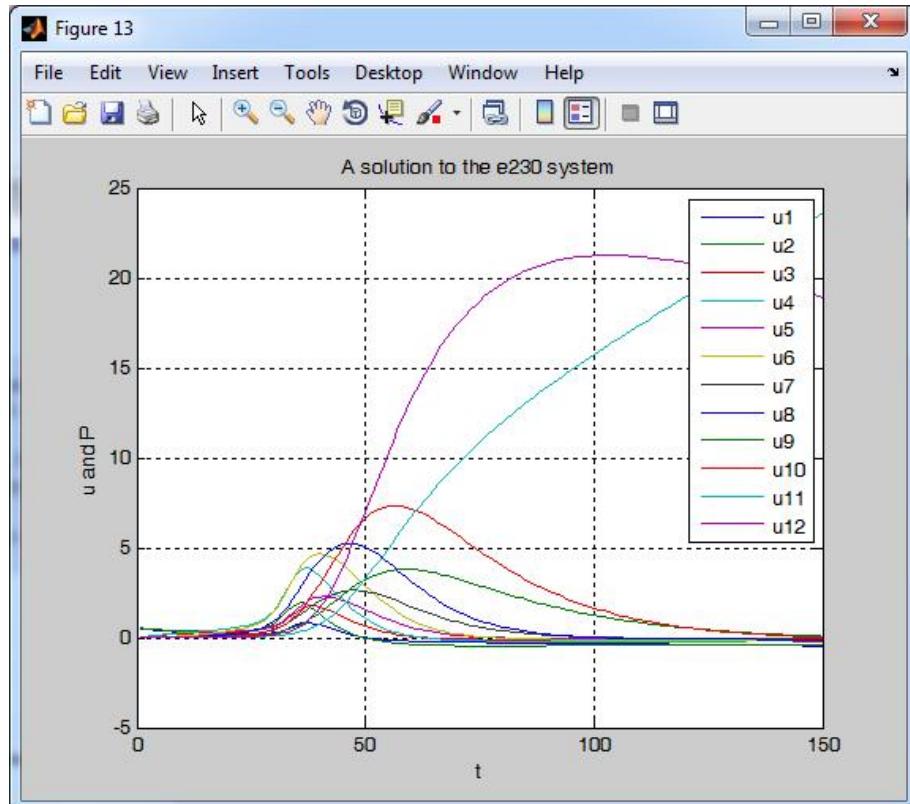


Рис. 1. Розвиток хвойних та листяних порід відповідно до групи віку

На рис. 2 показано еволюцію лісу в зоні висадки (в центральній точці масиву) залежно від часу. З рисунка видно, що спочатку на місці висадки проходить бурний ріст листяних порід та їх поширення на вільні сусідні ділянки. Можемо припустити, що з часом хвойні породи в центрі масиву активно витісняють листяні, що призводить до формування кільцевої структури: в середині старий хвойний ліс, а зовні – світлі листяні ділянки.

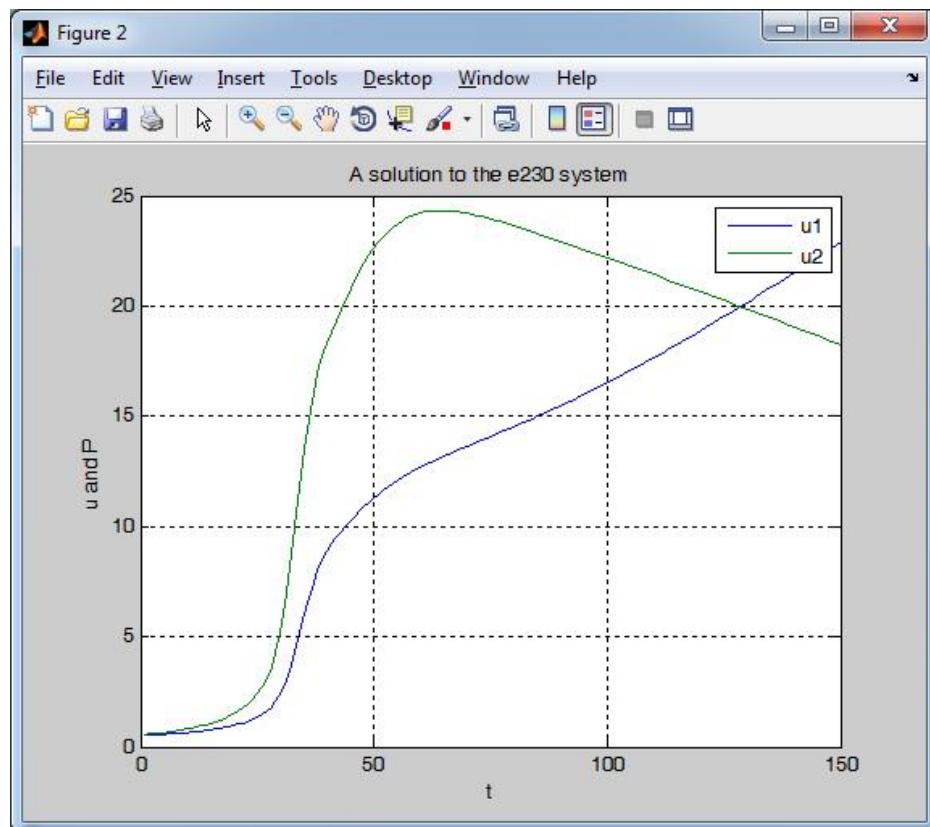


Рис. 2. Динаміка хвойних та листяних порід у центральній точці масиву

Робота математичної моделі та супутнього їй програмного комплексу тестиувалася для великої кількості вхідних даних. Було змодельовано вплив недостатньої кількості опадів, перевозлення та різних антропогенних чинників. Порівнюючи отримані результати моделювання за відповідними таблицями ходу росту [1], можна зробити висновки про адекватність отриманих даних.

Суть застосованого підходу в побудові математичної моделі є такою:

- моделювання скеровано на практичне застосування (для аналізу та прогнозу);
- можливість застосування моделі як основи для складнішої просторово-розподіленої моделі, враховуючи локально-екологічну спрямованість;
- завдання, оскільки стосується певної території, ставиться в загальному випадку у вигляді інтегро-диференціальних рівнянь з відповідними граничними умовами. При цьому необхідна можливість постійної корекції початкових умов відповідно до реальних змін, що відбуваються в системі;
- особливого значення надають побудові сценаріїв розвитку екосистеми за того чи іншого зовнішнього впливу (антропогенного чи природного);
- моделювання скеровано на короткостроковий і середньостроковий прогноз. Тут потрібно зазначити, що система з цим набором параметрів існує недовго і параметри, що визначають поведінку моделі, безперервно змінюються.

## **Висновки**

Розроблено практичну модель двовидового середньоширотного лісу та відповідний програмний комплекс. Математична модель адекватно враховує як міжвидову конкуренцію, так і інші фактори: освітлення, заболочення, вікову структуру, кількість опадів, зовнішні впливи та може бути використано як основу для побудови моделей вищого рівня деталізації та територіального охоплення.

Сьогодні ведеться робота над створенням програми для користувача, що враховуватиме характеристики територій і початкові умови, отримані експериментально для певної території. Використовуючи програмний комплекс, наведений у статті, можна апробувати модель на подіях минулих років та отримати можливі сценарії розвитку лісового господарства. Одним із застосувань моделі може стати її використання для паркової реконструкції.

Практичне застосування програмного комплексу, побудованого на реалізації такого роду моделей, у лісовому господарстві України сприятиме сталому розвитку та адаптації механізмів ведення роботи лісогосподарських та бізнес-процесів до зарубіжних стандартів управління.

1. Василишин Р. Д. Продуктивність та еколого-енергетичний потенціал лісів Українських Карпат: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра. сільськогосп. наук : 06.03.02 “Лісовпорядкування і лісова таксація” / Василишин Роман Дмитрович – Київ, 2014. – 46 с. 2. Заугольнова Л.Б. Ценопопуляции растений ( очерки популяционной биологии). – Москва: Наука, 1988 – 183 с. 3. Кузнецов В.И. Математическое моделирование эволюции леса для целей управления лесным хозяйством / В.И. Кузнецов, Н.И. Козлов, П.М. Хомяков. – М.: ЛЕНАНД, 2005. – 232 с. – ISBN 5-9710-0027-6. 4. Лотиш І.Л. Математичні та програмні аспекти моделювання розвитку двовидового лісу / І.Лотиш // Науковий вісник національного лісотехнічного університету України – Львів : РВВ НЛТУ України.– 2014. – Вип. 24.3. – С.358-365. – ISBN 5-7763-2435-1. 5. Чумаченко С.И. Имитационное моделирование многовидовых разно-возрастных лесных насаждений : дис. на здобуття наук. ступеня д-ра біолог. Наук – Митищи –2006 - С. 52–53. 6.[Електронний ресурс]. – Режим доступу: [http://www.nature.air.ru/biodiversity/book2\\_2.html](http://www.nature.air.ru/biodiversity/book2_2.html). 7. International Journal of Mathematical and Computational Forestry & Natural-Resource Sciences [Електронний ресурс]: Algebraic difference equations for stand height, diameter, and volume depending on stand age and site factors for Estonian state forests / A.Kivistel, K. Kivist . – Режим доступу: [http://mcfns.com/index.php/Journal/article/view/MCFNS.1-67/MCFNS-1%3A67\\_PDF](http://mcfns.com/index.php/Journal/article/view/MCFNS.1-67/MCFNS-1%3A67_PDF). 8. International Journal of Mathematical and Computational Forestry & Natural-Resource Sciences [Електронний ресурс]: An integrated MCDA software application for forest planning: a case study in southwestern Sweden / A. Korosuo, L. O. Eriksson. – Режим доступу: <http://mcfns.com/index.php/Journal/article/view/MCFNS.3-75/MCFNS-3%3A75>. 9. [Електронний ресурс]: Математическое моделирование лесных экосистем : учебное пособие – Вологда-Молочное – 2012. – Режим доступу: <http://www.booksite.ru/fulltext/rusles/matmodel/text.pdf>